# 2ο Επαναληπτικό διαγώνισμα στα Μαθηματικά Γενικής Παιδείας

**Διάρκεια: 3 ώρες**

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Εστω $t_1, t_2, ..., t_\nu$ οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής Χ ενός δείγματος μεγέθους ν, που έχουν μέση τιμή $\bar{x}$. Σχηματίζουμε τις διαφορές $t_1 - \bar{x}, t_2 - \bar{x}, ..., t_\nu - \bar{x}$. Να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι ίσος με μηδέν. μ 7

**Α2.** Εστω μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α. Πότε λέμε ότι η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$; μ 4

**Α3.** Πότε δύο ενδεχόμενα Α και Β λέγονται ασυμβίβαστα; μ 4

**Α4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

**α)** Ο δειγματικός χώρος Ω ενός πειράματος τύχης λέγεται βέβαιο ενδεχόμενο.
**β)** Πάντοτε ένα μεγαλύτερο δείγμα δίνει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από ένα μικρότερο δείγμα.
**γ)** Η διακύμανση εκφράζεται στις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.
**δ)** Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.
**ε)** Αν $P(A) = 0$, τότε $A = \varnothing$.

μ 5x2

## ΘΕΜΑ Β

| Βαθμοί $[... - ...)$ | $F_i\%$ |
|---|---|
| $10 - ...$ | 10 |
| $... - ...$ | |
| $... - ...$ | 60 |
| $... - 18$ | 80 |
| $... - ...$ | |

Οι βαθμοί των μαθητών της Γ Λυκείου ενός σχολείου έχουν ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις και δίνονται στον διπλανό πίνακα. Αν ο μέσος όρος των βαθμών είναι $\bar{x} = 15{,}3$, τότε:

**Β1.** Να βρείτε τις κλάσεις. μ 3

**Β2.** Να αποδείξετε ότι $F_2\% = 35$. μ 3

**Β3.** Να βρείτε τη διάμεσο των βαθμών. μ 4

**Β4.** Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών με βαθμό από 13 έως 17. μ 3

**Β5.** Να σχεδιάσετε το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από το πολύγωνο και τον οριζόντιο άξονα. μ 4

Εστω ότι οι μαθητές των δύο πρώτων κλάσεων αυξήσουν τους βαθμούς τους κατά 2 μονάδες.

**Β6.** να βρείτε τη μέση τιμή των νέων βαθμών. μ 4

**Β7.** Να εξετάσετε αν οι συκεκριμμένοι βαθμοί ακολουθούν την κανονική κατανομή. μ 4

$\left(\sqrt{3,4}=1,84\right)$

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα ενδεχόμενα Α,Β δειγματικού χώρου Ω και οι πιθανότητες:

$$P(A)=\frac{1}{4},\ P(\varnothing),\ P(\Omega),\ P(A\cap B),\quad P(B)=\frac{1}{2},\quad P(A\cup B)$$

**Γ1.** Να βρείτε τη μέση τιμή και τη διάμεσό τους. μ 5

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι για τη διασπορά τους ισχύει:

$$s^2=\frac{1}{3}P^2(A\cap B)-\frac{1}{4}P(A\cap B)+\frac{5}{36}.$$

μ 5

**Γ3.** Να βρείτε τις πιθανότητες $P(A\cap B)$, $P(A\cup B)$ για τις οποίες η προηγούμενη διασπορά γίνεται ελάχιστη. μ 5

**Γ4.** Για τις προηγούμενες τιμές των $P(A\cap B)$, $P(A\cup B)$, να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

**i.** $P(A\cap B')$ μ 3 **ii.** $P\left[(A\cap B')\cup(B\cap A')\right]$ μ 3 **iii.** $P(A'\cap B')$ μ 4

## ΘΕΜΑ Δ

Εστω Α,Β μη κενά ενδεχόμενα δειγματικού χώρου Ω που αποτελείται από απλά ισοπίθανα ενδεχόμενα με πλήθος στοιχείων $N(A),N(B)$ αντίστοιχα για τα οποία ισχύει ότι $N(A)+N(B)=30$. Έστω ότι η συνάρτηση

$f(x)=\frac{1}{2}N(A\cup B)x^2-\left(N(A)+N(B)\right)x-\frac{1}{2}N(B)$ παρουσιάζει ελάχιστο στο σημείο $K(1,-20)$ και $\frac{4}{P(A)}+\frac{1}{P(B)}=9$.

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι τα Α,Β είναι ασυμβίβαστα. μ 6

**Δ2.** $N(A)=20$. μ 7

**Δ3.** $N(\Omega)=30$. μ 5

**Δ4.** Να βρείτε την εφαπτομένη της $C_f$ που είναι παράλληλη στην ευθεία ε: $y=30x+1821$ και να αποδείξετε ότι το τρίγωνο που σχηματίζει με τους άξονες έχει εμβαδό $\frac{845}{12}$. μ 4+3

**Καλή τύχη στις εξετάσεις!**