

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 6 ΙΟΥΝΙΟΥ 2025
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις **A1-A4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.

- A1.** Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει ένα πηνίο μεταβάλλεται από την τιμή I στην τιμή $2I$. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο
- α)** είναι μεγαλύτερη, αν η μεταβολή της έντασης του ρεύματος γίνει γρήγορα.
 - β)** δεν εξαρτάται από τον χρόνο, στον οποίο γίνεται η μεταβολή αλλά μόνο από την αρχική και τελική τιμή της έντασης του ρεύματος.
 - γ)** εξαρτάται από την ωμική αντίσταση που υπάρχει στο κύκλωμα.
 - δ)** εξαρτάται από την πηγή που τροφοδοτεί το κύκλωμα

Μονάδες 5

- A2.** Μια μικρή σφαίρα προσκρούει ελαστικά στην επίπεδη επιφάνεια ενός κατακόρυφου τοίχου. Αν η σφαίρα χτυπήσει πλάγια στην επιφάνεια, τότε
- α)** η ορμή της διατηρείται.
 - β)** η κινητική της ενέργεια διατηρείται.
 - γ)** η ταχύτητά της διατηρείται.
 - δ)** οι γωνίες πρόσπτωσης και ανάκλασης δεν είναι ίσες.

Μονάδες 5

- A3.** Η δύναμη $\vec{F}$ που ασκεί το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ σε ηλεκτρικό φορτίο q που κινείται με ταχύτητα $\vec{v}$ έχει
- α)** την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών, αν πρόκειται για θετικό φορτίο, και αντίθετη, αν πρόκειται για αρνητικό.
 - β)** τη διεύθυνση της ταχύτητας $\vec{v}$.
 - γ)** διεύθυνση που σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές γωνία φ με $\eta\mu\varphi = \frac{F}{B|q|v}$.
 - δ)** διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από το $\vec{B}$ και την ταχύτητα $\vec{v}$.

Μονάδες 5

- A4.** Σε μια εξαναγκασμένη μηχανική ταλάντωση το πλάτος της ταλάντωσης
- α)** μεταβάλλεται, όταν μεταβάλλεται η συχνότητα του διεγέρτη.
 - β)** παραμένει σταθερό, όταν μεταβάλλεται η συχνότητα του διεγέρτη.
 - γ)** είναι ανεξάρτητο από τη σταθερά απόσβεσης b .
 - δ)** ελαχιστοποιείται στην κατάσταση συντονισμού.

Μονάδες 5

- A5.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α)** Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, όταν σε ένα ελαστικό μέσο διαδίδονται δύο ή περισσότερα κύματα, το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου είναι πάντα ίσο με το άθροισμα των πλατών των δύο κυμάτων που συμβάλλουν.
 - β)** Η Αρχή της Αβεβαιότητας αναφέρει ότι δεν είναι δυνατόν να μετρήσουμε ταυτόχρονα και τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου με απεριόριστη ακρίβεια.
 - γ)** Σε οποιαδήποτε θερμοκρασία και αν βρίσκεται ένα μέλαν σώμα, εκπέμπει ενέργεια με μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σε όλο το φάσμα της.
 - δ)** Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι διαμήκη κύματα.
 - ε)** Το έργο εξαγωγής φωτοηλεκτρονίων από το μέταλλο της καθόδου εξαρτάται από την συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.

Μονάδες 5

Λύση

ΘΕΜΑ Α

- A1. α**
- A2. β**
- A3. δ**
- A4. α**
- A5. ΛΣΣΛΛ**

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σώμα μάζας $m_1 = m$ κινούμενο με ταχύτητα $\vec{v}_0$, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 3 m$. Ο λόγος της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος προς την αρχική κινητική ενέργεια του σώματος m_1 είναι:

- i) $1/2$ ii) $1/3$ iii) $1/4$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 6

Λύση

Β1 Σωστή είναι η απάντηση iii

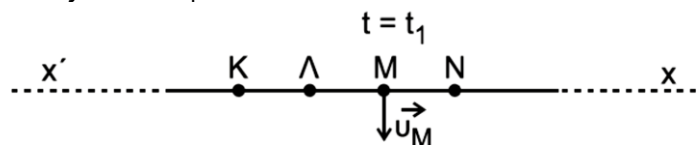
Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Ο. έχουμε:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} \rightarrow m_1 v_0 = (m_1 + m_2) v_{\Sigma} \rightarrow m v_0 = 4m v_{\Sigma} \rightarrow v_{\Sigma} = \frac{v_0}{4} \quad (1)$$

Ο λόγος της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος προς την αρχική κινητική ενέργεια του σώματος m_1 χρησιμοποιώντας και τη σχέση (1) είναι:

$$\frac{K_{\Sigma}}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot v_{\Sigma}^2}{\frac{1}{2}m_1 \cdot v_0^2} = \frac{4m \cdot v_{\Sigma}^2}{m \cdot v_0^2} = \frac{4 \cdot v_{\Sigma}^2}{v_0^2} = \frac{4 \cdot \frac{v_0^2}{16}}{v_0^2} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

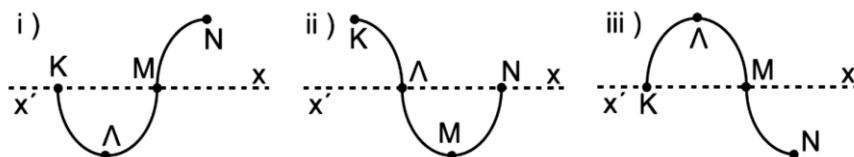
Β2. Εγκάρσιο κύμα διαδίδεται σε νήμα κατά τη διεύθυνση του άξονα $x'x$ του Σχήματος 1. Τα διαδοχικά σημεία Κ, Λ, Μ, Ν απέχουν από τα γειτονικά τους απόσταση $\lambda/4$.



Σχήμα 1

Τη χρονική στιγμή t_1 , που το κύμα έχει ήδη διαδοθεί στην περιοχή ΚΝ, το σημείο Μ βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και η ταχύτητά του u_M είναι αρνητική, έχοντας φάση $\phi_M < \phi_{\Lambda}$.

Τη χρονική στιγμή $t_1 + 3T/2$ το στιγμιότυπο του κύματος στην περιοχή ΚΝ σε ποια από τις παρακάτω απεικονίσεις του Σχήματος 2 αντιστοιχεί;



Σχήμα 2

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 6

Λύση

Β2. α. Σωστή Απάντηση: iii.

β. Εφόσον ισχύει $\phi_M < \phi_{\Lambda}$ το κύμα διαδίδεται από το Λ προς το Μ, δηλαδή από αριστερά προς τα δεξιά. Τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + 3T/2 = t_1 + T + T/2$ το σημείο Μ θα έχει εκτελέσει μια ολόκληρη ταλάντωση και άλλη μισή, συνεπώς θα διέρχεται και πάλι από τη θέση ισορροπίας του αλλά με μέγιστη θετική ταχύτητα.

Τη χρονική στιγμή t_1 είναι $y_M = 0$ και $u_M < 0$:

$$\text{Έχουμε: } y_M = 0 \rightarrow 0 = \eta \mu \left[2\pi \left(\frac{t_1 - x_M}{T \lambda} \right) \right] \rightarrow (2k+1)\pi = 2\pi \left(\frac{t_1 - x_M}{T \lambda} \right)$$

Τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + 3T/2$ για το σημείο Λ ισχύει:

$$y_{\Lambda} = \eta \mu \left[2\pi \left(\frac{t_2 - x_{\Lambda}}{T \lambda} \right) \right] \rightarrow y_{\Lambda} = \eta \mu \left[2\pi \left(\frac{t_1}{T} + \frac{3}{2} \frac{x_M}{\lambda} + \frac{1}{4} \right) \right] \rightarrow y_{\Lambda} = \eta \mu \left[\frac{7\pi}{2} + 2\pi \left(\frac{t_1 - x_M}{T \lambda} \right) \right] \rightarrow$$

$$y_{\Lambda} = \eta \mu \left[\frac{7\pi}{2} + (2k+1)\pi \right] \rightarrow y_{\Lambda} = \eta \mu \frac{9\pi}{2} \rightarrow y_{\Lambda} = \eta \mu \left(4\pi + \frac{\pi}{2} \right) = \eta \mu \frac{\pi}{2} = +A$$

- B3.** Φωτόνιο αρχικής ενέργειας E_0 σκεδάζεται από πρακτικώς ακίνητο ηλεκτρόνιο, σύμφωνα με το φαινόμενο Compton σε γωνία $\varphi = 60^\circ$ ως προς την αρχική διεύθυνση διάδοσης του φωτονίου. Μετά τη σκέδαση η ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου είναι ίση με την κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου. Αν c είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό και m_e η μάζα του ηλεκτρονίου, τότε η αρχική ενέργεια του φωτονίου είναι
- i) $E_0 = m_e \cdot c^2$ ii) $E_0 = 2 \cdot m_e \cdot c^2$ iii) $E_0 = 3 \cdot m_e \cdot c^2$
- α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 7

Λύση

B3. α. Σωστή Απάντηση είναι η ii.

β. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ε. έχουμε:

$$E_0 = E'_\varphi + K_e = 2K_e = 2E'_\varphi \rightarrow E_0 = 2E'_\varphi \rightarrow \frac{hc}{\lambda} = 2 \frac{hc}{\lambda'} \rightarrow \lambda' = 2\lambda$$

Με εφαρμογή της εξίσωσης Compton για τη μετατόπιση παίρνουμε:

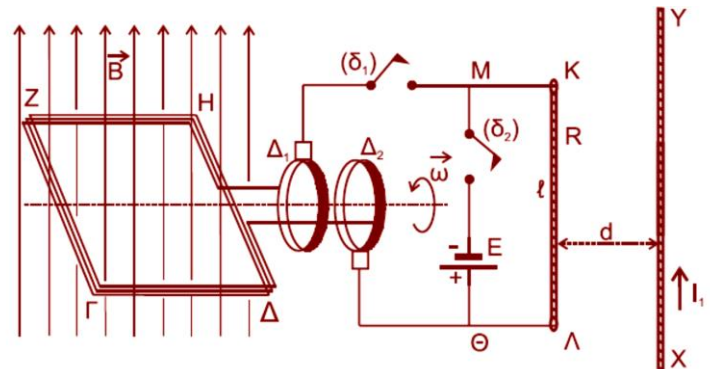
$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos 60^\circ) \rightarrow \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \frac{1}{2}) \rightarrow \lambda' - \lambda = \frac{h}{2m_e c}$$

$$\rightarrow 2\lambda - \lambda = \frac{h}{2m_e c} \rightarrow \lambda = \frac{h}{2m_e c}$$

$$\text{Η αρχική ενέργεια του φωτονίου είναι: } E_0 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\frac{h}{2m_e c}} = 2m_e c^2$$

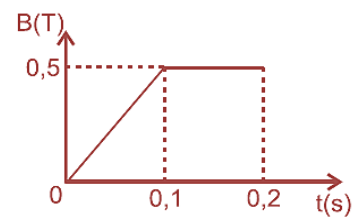
ΘΕΜΑ Γ

Στο κύκλωμα του **Σχήματος 3** το τετράγωνο αγωγίμο συρμάτινο πλαίσιο ΓΔΗΖ, αμελητέας ωμικής αντίστασης, έχει εμβαδόν $A = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, αποτελείται από $N = 100$ σπείρες και βρίσκεται εξ ολοκλήρου μέσα σε κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$, του οποίου οι μαγνητικές γραμμές έχουν φορά από κάτω προς τα πάνω. Το πλαίσιο μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο νοητό άξονα, ο οποίος διέρχεται από τα μέσα των πλευρών ΓΖ και ΔΗ και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.



Σχήμα 3

Τα άκρα του πλαισίου βρίσκονται σε επαφή με τους δακτυλίους Δ_1 και Δ_2 , οι οποίοι συνδέονται μέσω ενός διακόπτη (δ_1) με ευθύγραμμο μεταλλικό αγωγό ΚΛ μήκους $\ell = 1 \text{ m}$ και ωμικής αντίστασης $R = 10 \Omega$. Ο αγωγός ΚΛ είναι σταθερά στερεωμένος, βρίσκεται στο κατακόρυφο επίπεδο και είναι κάθετος στον άξονα περιστροφής του πλαισίου. Μεταξύ των σημείων Μ και Θ του κυκλώματος υπάρχει ένας διακόπτης (δ_2) και μια ηλεκτρική πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης $E = 20 \text{ V}$ και αμελητέας εσωτερικής αντίστασης. Αρχικά οι διακόπτες (δ_1) και (δ_2) είναι ανοικτοί.



Με το πλαίσιο να είναι αρχικά ακίνητο σε οριζόντια θέση μεταβάλλουμε την αλγεβρική τιμή της έντασης B του μαγνητικού πεδίου σε συνάρτηση με τον χρόνο, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

- Γ1.** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απόλυτης τιμής της ηλεκτρεγερτικής δύναμης από επαγωγή που αναπτύσσεται στα άκρα του πλαισίου σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα από 0 έως 0,2 s.

Μονάδες 8

Διατηρώντας την ένταση του μαγνητικού πεδίου σταθερή και ίση με $B = 0,5 \text{ T}$, αρχίζουμε να περιστρέφουμε το πλαίσιο γύρω από τον άξονα περιστροφής του. Όταν το πλαίσιο αποκτήσει σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 50 \cdot \pi \text{ rad/s}$, κλείνουμε τον διακόπτη (δ_1).

- Γ2.** Να υπολογίσετε τη θερμότητα Q που εκλύεται στον αγωγό ΚΛ σε μια πλήρη περιστροφή του πλαισίου.

Μονάδες 5

- Γ3.** Να υπολογίσετε το ποσοστό μεταβολής της εκλυόμενης θερμότητας στον αγωγό ΚΛ ανά περιστροφή, αν το πλαίσιο περιστρεφόταν με διπλάσια γωνιακή ταχύτητα.

Μονάδες 6

Στο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο βρίσκεται ο αγωγός ΚΛ, παράλληλα με αυτόν και σε απόσταση $d = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, έχει στερεωθεί ένας άλλος ευθύγραμμος αγωγός ΧΥ μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης $I_1 = 5 \text{ A}$. Κάποια χρονική στιγμή ανοίγουμε τον διακόπτη (δ_1) και ταυτόχρονα κλείνουμε τον διακόπτη (δ_2).

Γ4. Να σχεδιάσετε στο μέσο του αγωγού ΚΛ τη δύναμη που του ασκεί ο αγωγός ΧΥ και να υπολογίσετε το μέτρο της.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε ότι:

- $\pi^2 \approx 10$ και όπου εμφανίζεται το π να μην αντικατασταθεί.
- Το μαγνητικό πεδίο του ευθύγραμμου αγωγού ΧΥ δεν επηρεάζει τη μαγνητική ροή που διέρχεται από το στρεφόμενο πλαίσιο.
- Το ομογενές μαγνητικό πεδίο περιορίζεται στην έκταση του πλαισίου.
- Το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Λύση

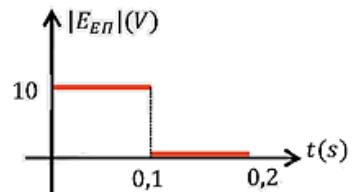
Γ1. Για το χρονικό διάστημα 0 έως 0,1 s η τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου αυξάνεται γραμμικά

Η κλίση της ευθείας είναι ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του μαγνητικού πεδίου:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{0,5}{0,1} = 5 \frac{\text{T}}{\text{s}} \quad \text{και} \quad E_{\varepsilon\pi} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t} = -100 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = -10 \text{ V}$$

Οπότε: $|E_{\varepsilon\pi}| = 10 \text{ V}$. Για το χρονικό διάστημα 0,1 s έως 0,2 s η τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου δεν μεταβάλλεται, άρα:

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = 0 \frac{\text{T}}{\text{s}} \quad \text{και} \quad E_{\varepsilon\pi} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -N \frac{\Delta B \cdot A}{\Delta t} = 0 \text{ V}$$



Γ2. Όταν το πλαίσιο στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω μέσα στο μαγνητικό πεδίο έντασης B δημιουργεί εναλλασσόμενη ΗΕΔ από επαγωγή της μορφής $\varepsilon = N \omega B A \sin \omega t$

Το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης δίνεται από τη σχέση: $V = N \cdot \omega \cdot B \cdot A$ (1)

Η ενεργός τιμή της τάσης είναι $V_{\varepsilon\nu} = \frac{V}{\sqrt{2}}$ (2), συνεπώς με τη χρήση των παραπάνω σχέσεων

η θερμότητα που εκλύεται στον αγωγό ΚΛ σε μια περιστροφή ($\Delta t = T = \frac{2\pi}{\omega}$) θα είναι:

$$Q_R = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R} \cdot T = \frac{\left(\frac{V}{\sqrt{2}}\right)^2}{R} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{V^2}{2R} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi(N\omega BA)^2}{\omega R} = \frac{\pi N^2 \omega^2 B^2 A^2}{\omega R} = \frac{\pi N^2 \omega B^2 A^2}{R} = \frac{\pi 10^4 \cdot 50\pi \cdot 0,25 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{10} = \frac{50\pi^2}{10} = 50 \text{ J}$$

Γ3. Αν το πλαίσιο περιστρεφόταν με διπλάσια γωνιακή ταχύτητα: $\omega' = 2\omega$ τότε το πλάτος της τάσης θα ήταν: $V' = N \cdot \omega' \cdot B \cdot A = 2N \cdot \omega \cdot B \cdot A = 2V$ (3)

και η ενεργός τιμή της: $V'_{\varepsilon\nu} = \frac{V'}{\sqrt{2}} = \frac{2V}{\sqrt{2}}$ (4) και $T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{T}{2}$ (5)

χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (3), (4) και (5) θα είχαμε:

$$Q'_R = \frac{V'^2_{\varepsilon\nu}}{R} \cdot T' = \frac{\left(\frac{2V}{\sqrt{2}}\right)^2}{R} \cdot \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2V^2}{R} \cdot \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{2\pi(N\omega BA)^2}{\omega R} = 2Q_R = 2 \cdot 50 \text{ J} = 100 \text{ J}$$

Άρα, το ποσοστό μεταβολής θα είναι: $\Pi\% = \frac{Q'_R - Q_R}{Q_R} 100\% = \frac{2Q_R - Q_R}{Q_R} 100\% = 100\%$

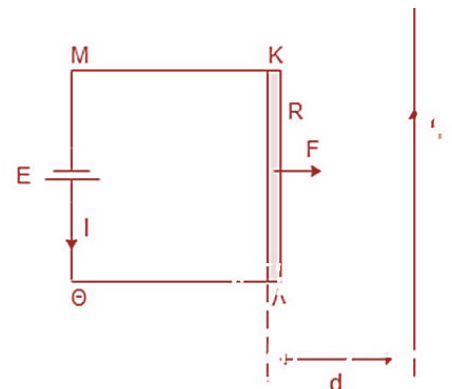
Γ4. Κλείνουμε το διακόπτη δ_2 .

Βρίσκουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό ΚΛ, από το νόμο του Ohm:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{20}{10} = 2 \text{ A}$$

Η δύναμη μεταξύ των αγωγών είναι ελκτική (ομόρροπα ρεύματα, ο αγωγός ΚΛ βρίσκεται στο μαγνητικό πεδίο του αγωγού ΧΥ), και έχει μέτρο:

$$F = \frac{\mu_0 I \cdot I_1 \cdot l}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 1}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 10^{-4} \text{ N}$$



ΘΕΜΑ Δ

Κυκλική στεφάνη μάζας $M = 4\text{ kg}$ και ακτίνας $R = \frac{9}{8\pi}\text{ m}$ είναι ακίνητη πάνω σε ομογενή δοκό μάζας $m_s = 1\text{ kg}$ και μήκους $\ell = 4\text{ m}$. Το άνω άκρο της δοκού συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ το κάτω άκρο της ακουμπά σε λείο οριζόντιο δάπεδο σχηματίζοντας γωνία θ με αυτό, όπου $\eta\mu\theta = 0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\theta = 0,8$. Η ισορροπία της στεφάνης εξασφαλίζεται από κατακόρυφο νήμα που εφάπτεται στη στεφάνη. Το άνω άκρο του νήματος συνδέεται σε σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1,5\text{ kg}$, το οποίο ισορροπεί με τη βοήθεια ελατηρίου σταθεράς $k = 60\text{ N/m}$ που κρέμεται από οροφή, όπως στο παρακάτω σχήμα. Στο άνω άκρο της, κάθετης στη δοκό, διαμέτρου PZ της στεφάνης υπάρχει υλικό σημείο Z .

Δ1. Να δείξετε ότι η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $0,5\text{ m}$.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβουμε το νήμα. Η στεφάνη αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση, ενώ το Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς $D = k$.

Δ2. α) Τη χρονική στιγμή t_1 , όταν η ταχύτητα του σημείου Z μηδενιστεί για δεύτερη φορά, να υπολογίσετε τη μετατόπιση του κέντρου μάζας της στεφάνης (μονάδες 3).

β) Αν $t_1 = 1,5\text{ s}$, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας της στεφάνης, η απόσταση των οποίων από τη δοκό είναι ίση με την ακτίνα της στεφάνης (μονάδες 4).

Μονάδες 7

Δ3. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του ελατηρίου για το χρονικό διάστημα από t_0 έως t_1 . Δίνεται ότι $\sqrt{40} \approx 2\pi$.

Μονάδες 6

Δ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης $\vec{F}$ που δέχεται η δοκός από το οριζόντιο δάπεδο σε συνάρτηση με την απόσταση x του σημείου επαφής της στεφάνης με την δοκό από την αρχική θέση του σημείου P και μέχρι $x=3\text{ m}$.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε ότι:

- Όλα τα σώματα της διάταξης βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.
- $g = 10\text{ m/s}^2$.
- Το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Λύση

Δ1. Για την ισορροπία της στεφάνης ισχύουν:

Άθροισμα ροπών ως προς το κέντρο K της στεφάνης

$$\Sigma \tau_K = 0 \Rightarrow -TR + T_\sigma R = 0 \Rightarrow T = T_\sigma \quad (1)$$

Και ως προς τον άξονα xx'

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_x + T_\sigma - Mg\eta\mu\theta = 0 \Rightarrow T\eta\mu\theta + T -$$

$$Mg\eta\mu\theta = 0 \Rightarrow T \cdot 0,6 + T = 4 \cdot 10 \cdot 0,6 \Rightarrow 1,6T = 24 \Rightarrow T = \frac{24}{1,6} = 15\text{ N}$$

Επειδή το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό είναι

$$T = T' \text{ (μέτρα)}$$

Για την ισορροπία του σώματος Σ_1 ως προς κατακόρυφο άξονα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{ελ} - m_1 g - T = 0 \Rightarrow F_{ελ} = m_1 g + T' \rightarrow K\Delta l = m_1 g + T \rightarrow 60\Delta l = 1,5 \cdot 10 + 15 \rightarrow 60\Delta l = 30 \rightarrow \Delta l = 0,5\text{ m}$$

Δ2. α. Το σημείο Z μηδενίζει για δεύτερη φορά την ταχύτητά του όταν έρθει για δεύτερη φορά σε επαφή με το έδαφος. Λόγω κύλισης χωρίς ολίσθηση, $\Delta\theta = 3\pi\text{ rad}$ το μήκος του τόξου της περιφέρειας που διαγράφει το Z είναι ίσο με τη μετατόπιση του κέντρου μάζας.

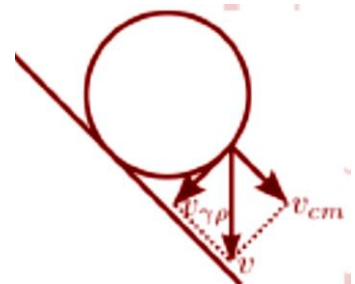
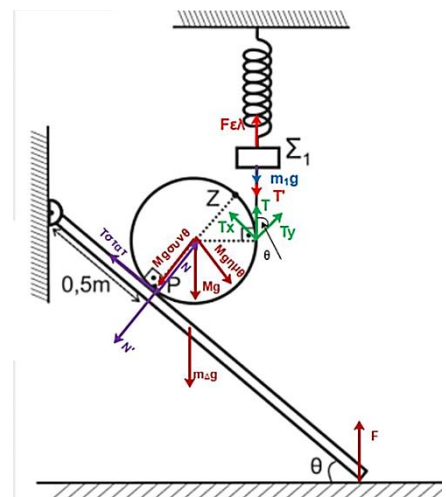
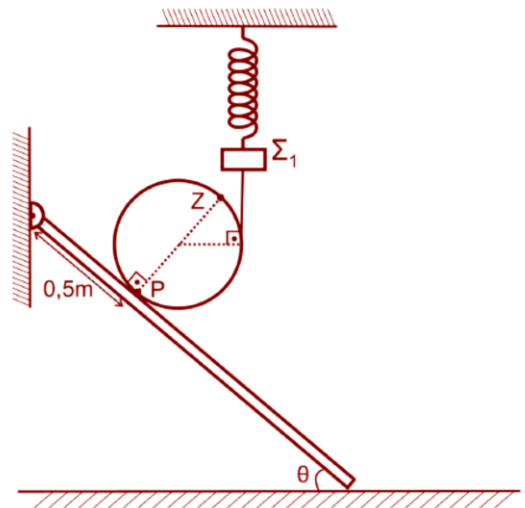
$$\Delta x = \Delta s = \Delta\theta \cdot R = 3\pi \cdot \frac{9}{8\pi} = \frac{27}{8}\text{ m}$$

β. Επειδή η μεταφορική κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη, χωρίς αρχική ταχύτητα, ισχύουν οι σχέσεις:

$$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2} a_{cm} \cdot t_1^2 \rightarrow \frac{27}{8} = \frac{1}{2} a_{cm} \cdot 1,5^2 \rightarrow \frac{27}{8} = \frac{1}{2} a_{cm} \cdot 2,25 \rightarrow a_{cm} = \frac{27}{9} = 3\text{ m/s}^2$$

$$\text{και } v_{cm} = a_{cm} \cdot t_1 = 3 \cdot 1,5 = 4,5\text{ m/s}$$

$$|v| = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{\gamma\rho}^2} \rightarrow |v| = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{cm}^2} = v_{cm} \sqrt{2}\text{ m/s}$$



Δ3. Η ταλάντωση έχει περίοδο: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,5}{60}} = \frac{2\pi}{\sqrt{40}} = 1\text{s}$

Η νέα θέση ισορροπίας είναι:

$$\Sigma F = 0 \rightarrow F_{ελ} = w_1 \rightarrow k\Delta l' = m_1 g \rightarrow \Delta l' = \frac{m_1 g}{k} = \frac{1,5 \cdot 10}{60} = 0,25\text{m}$$

το πλάτος ταλάντωσης είναι επομένως ίσο με

$$A = \Delta l - \Delta l' = 0,5 - 0,25 = 0,25\text{m}$$

Ξεκινώντας από ακραία θέση της ταλάντωσης του το Σ_1 θα βρεθεί - μετά από $t_1 = T + \frac{T}{2} = 1,5 T$ στην (αντίθετη) ακραία θέση. Αυτή, όμως, αντιστοιχεί στη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου. Άρα:

Επειδή $A = \Delta l'$ η άνω ακραία θέση ταυτίζεται με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

$$\text{Οπότε } W_{F_{ελ}} = U_{ελ(\alpha\rho\chi)} - 0 \rightarrow W_{F_{ελ}} = \frac{1}{2}k\Delta l^2 \rightarrow W_{F_{ελ}} = \frac{1}{2}60 \cdot 0,5^2 = 7,5\text{J}$$

Δ4. Από την ισορροπία της στεφάνης στον γ'γ άξονα κάθετο στην ομογενή ράβδο παίρνουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N - W_y = 0 \rightarrow N = W_y$$

$$\rightarrow N = mg \sin \theta = 4 \cdot 10 \cdot 0,8 = 32\text{N}$$

Από τον 3ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε: $N = N' = 32\text{N}$

Από την ισορροπία της δοκού ως προς το σημείο A (άρθρωση) με τη βοήθεια των ροπών προκύπτει:

$$\Sigma \tau_A = 0 \rightarrow F \cdot l \cdot \sin \theta = W_{\delta} \cdot \frac{l}{2} \sin \theta + N' \cdot (0,5 + x) \rightarrow F \cdot 4 \cdot 0,8 = 40 \cdot \frac{4}{2}$$

$$0,8 + 32 \cdot (0,5 + x) \rightarrow$$

$$3,2F = 32 + 32x \rightarrow F = 10 + 10x \text{ (SI) όπου } 0 \leq x \leq 3$$

