

**ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΤΕΚΝΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ ΤΟΥ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟΥ ΚΑΙ ΤΕΚΝΩΝ
ΕΛΛΗΝΩΝ ΥΠΑΛΛΗΛΩΝ ΠΟΥ ΥΠΗΡΕΤΟΥΝ ΣΤΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ
ΠΕΜΠΤΗ 5 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2019
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΟΚΤΩ (8)**

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΠΛΗΡΕΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1. β A2. α A3. δ A4. β
A5. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Σ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

B1.

α) Σωστό το (i): 400

β) αιτιολόγηση:

$$\left. \begin{aligned} x &= A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \\ x_1 &= A\eta\mu(399\pi t) \text{ (S.I.)} \\ x_2 &= A\eta\mu(401\pi t) \text{ (S.I.)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega_1 = 399 \text{ rad / s} \quad \text{και} \quad \omega_2 = 401 \text{ rad / s}$$

Η γωνιακή συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης είναι:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = \frac{399 + 401}{2} = 400 \text{ rad / s}$$

και η αντίστοιχη συχνότητα είναι: $f = \frac{\bar{\omega}}{2\pi} = \frac{400}{2\pi} = \frac{200}{\pi} \text{ Hz}$

Συχνότητα διακροτήματος: $f_\delta = f_2 - f_1 = \frac{\omega_2}{2\pi} - \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{401 - 399}{2\pi} = \frac{1}{\pi} \text{ Hz}$

Μεταξύ 3 διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους μεσολαβούν 2 διακροτήματα.

$$N = \frac{\Delta t}{T} = \frac{2T}{T} = \frac{2 \cdot \frac{1}{f_\delta}}{\frac{1}{f}} = \frac{2f}{f_\delta} = 400 \text{ ταλαντώσεις}$$

B2.

α) Σωστό το (iii): 4h

β) αιτιολόγηση:

Από την εξίσωση συνέχειας στις περιοχές (1) και (2):

$$\left. \begin{array}{l} \Pi_1 = \Pi_2 \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2 \\ A_1 = 2A_2 \end{array} \right\} \Rightarrow 2A_2 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = 2v_1 \quad (1)$$

Από την εξίσωση Bernoulli σε δύο σημεία που βρίσκονται στις περιοχές (1) και (2) στο ίδιο ύψος:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{(1)}$$

$$\xrightarrow{(1)} \rho g h = \frac{1}{2} \rho (4v_1^2 - v_1^2) \Rightarrow h = \frac{3v_1^2}{2g}$$

Άρα αν διπλασιαστεί η ταχύτητα ροής στην περιοχή (1)

$$\left. \begin{array}{l} h = \frac{3v_1^2}{2g} \\ v_1' = 2v_1 \end{array} \right\} \Rightarrow h' = \frac{3v_1'^2}{2g} = \frac{3 \cdot 4v_1^2}{2g} = 4h$$

B3.

α) Σωστό το (i): 1/81

β) αιτιολόγηση:

Η ταχύτητα της σφαίρας Β μετά την κρούση με τη σφαίρα Γ είναι:

$$v_1' = \frac{m_B - m_\Gamma}{m_B + m_\Gamma} v_1 = \frac{m - 2m}{m + 2m} v_1 = -\frac{v_1}{3} \quad (1)$$

Η ταχύτητα της σφαίρας Β μετά την κρούση με τη σφαίρα Α είναι:

$$v_1'' = \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} v_1' = \frac{m - 2m}{m + 2m} v_1' = -\frac{v_1'}{3} \xrightarrow{(1)} v_1'' = \frac{v_1}{9} \quad (2)$$

Άρα ο ζητούμενος λόγος των κινητικών ενεργειών θα είναι:

$$\frac{K_{TE\Lambda}}{K_{APX}} = \frac{\frac{1}{2} m_B v_1''^2}{\frac{1}{2} m_B v_1^2} \xrightarrow{(2)} \frac{K_{TE\Lambda}}{K_{APX}} = \frac{\frac{1}{81} v_1^2}{v_1^2} = \frac{1}{81}$$

ΘΕΜΑ Γ

Από το διάγραμμα φάσης χρόνου υπολογίζουμε

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi_T - \varphi_A}{t_T - t_A} = \frac{20\pi - 0}{4 - 2} \Rightarrow \omega = 10\pi \text{ rad / s}$$

$$\text{και } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} \Rightarrow T = 0,2\text{s}$$

Από τον τύπο της φάσης και με αντικατάσταση

$x_P = 1\text{m}$, $\varphi = 0$ και $t = 2\text{sec}$

$$\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow 0 = 2\pi \left(\frac{2}{0,2} - \frac{1}{\lambda} \right) \Rightarrow \frac{2}{0,2} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 0,1\text{m}$$

και η ταχύτητα διάδοσης είναι

$$v_{\delta} = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,1}{0,2} \Rightarrow v_{\delta} = 0,5 \text{ m/s}$$

Γ1.

Από την ενέργεια ταλάντωσης υπολογίζουμε:

$$\begin{aligned} E_T &= \frac{1}{2} \Delta m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \Rightarrow 16 \cdot \pi^2 \cdot 10^{-8} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot (10\pi)^2 \cdot A^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 16 \cdot \pi^2 \cdot 10^{-8} = 10^{-6} \cdot 100\pi^2 \cdot A^2 \Rightarrow 16 \cdot 10^{-8} = 10^{-4} \cdot A^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow A^2 = \frac{16 \cdot 10^{-8}}{10^{-4}} \Rightarrow A^2 = 16 \cdot 10^{-4} \Rightarrow A = 0,04 \text{ m} \end{aligned}$$

Γ2.

Η εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι:

$$\begin{aligned} y &= A \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow y = 0,04 \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{0,2} - \frac{x}{0,1} \right) \Rightarrow \\ &y = 0,04 \eta \mu 2\pi (5t - 10x) \quad (\text{S.I.}) \end{aligned}$$

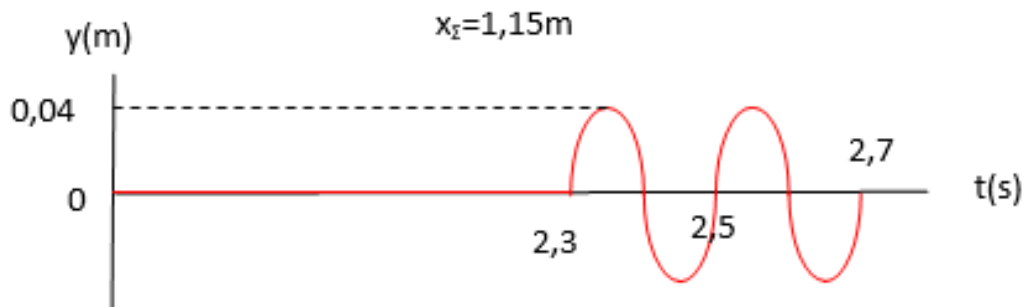
Γ3.

Η εξίσωση απομάκρυνσης του σημείου $x_s = 1,15 \text{ m}$ στο χρονικό διάστημα $0 \leq t < 2,7 \text{ sec}$ είναι:

$$\text{Χρόνος αναμονής: } t_{av} = \frac{x}{v_{\delta}} = \frac{1,15}{0,5} \Rightarrow t_{av} = 2,3 \text{ s}$$

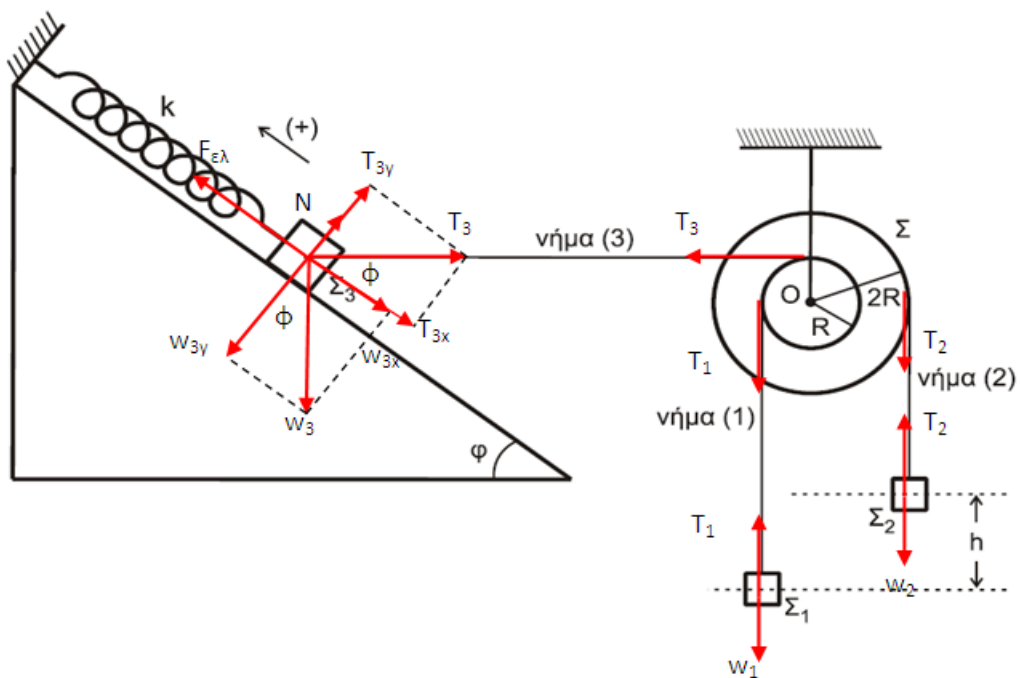
$$\begin{aligned} y &= \begin{cases} 0 & \text{για } 0 \leq t < 2,3 \text{ sec} \\ 0,04 \eta \mu 2\pi (5t - 10 \cdot 1,15) \quad (\text{S.I.}) & \text{για } 2,3 \leq t < 2,7 \text{ sec} \end{cases} \Rightarrow \\ y &= \begin{cases} 0 & \text{για } 0 \leq t < 2,3 \text{ sec} \\ 0,04 \eta \mu 2\pi (5t - 11,5) \quad (\text{S.I.}) & \text{για } 2,3 \leq t < 2,7 \text{ sec} \end{cases} \end{aligned}$$

Γ4.



ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Επειδή το στερεό Σ ισορροπεί, συμπεραίνουμε ότι η συνολική ροπή που θα ασκείται ως προς τον άξονα περιστροφής του θα είναι μηδέν. Επίσης, καθώς όλα τα νήματα είναι αβαρή χωρίς να ολισθαίνουν και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 ισορροπούν και αυτά, θα έχουμε ότι:

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = W_1 = 10\text{N} \\ T_2 = W_2 = 15\text{N} \\ \Sigma \vec{\tau}_{(0)} = \vec{0} \end{array} \right\} \Rightarrow T_1 R + T_3 R = T_2 \cdot 2R \Rightarrow 10 + T_3 = 30 \Rightarrow T_3 = 20\text{N}$$

$$T_{3x} = T_3 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 12\text{N}$$

$$T_{3y} = T_3 \cdot \eta\mu\varphi = 16\text{N}$$

Το σώμα Σ_3 ισορροπεί άρα:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = W_x + T_{3x} \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda,0} = m_3 g \eta\mu\varphi + T_{3x} \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda,0} = 30 \cdot 0,8 + 12 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda,0} = 36\text{N}$$

$$F_{\varepsilon\lambda,0} = k \cdot \Delta l_0 \Rightarrow \Delta l_0 = \frac{F_{\varepsilon\lambda,0}}{k} = \frac{36}{300} \Rightarrow \Delta l_0 = 0,12\text{m}$$

Δ2.

Για το Σ_3 στη θέση ισορροπίας :

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = W_x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \cdot \Delta l = m_3 g \eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$k \cdot (\Delta l_0 - A) = m_3 g \eta\mu\varphi \Rightarrow$$

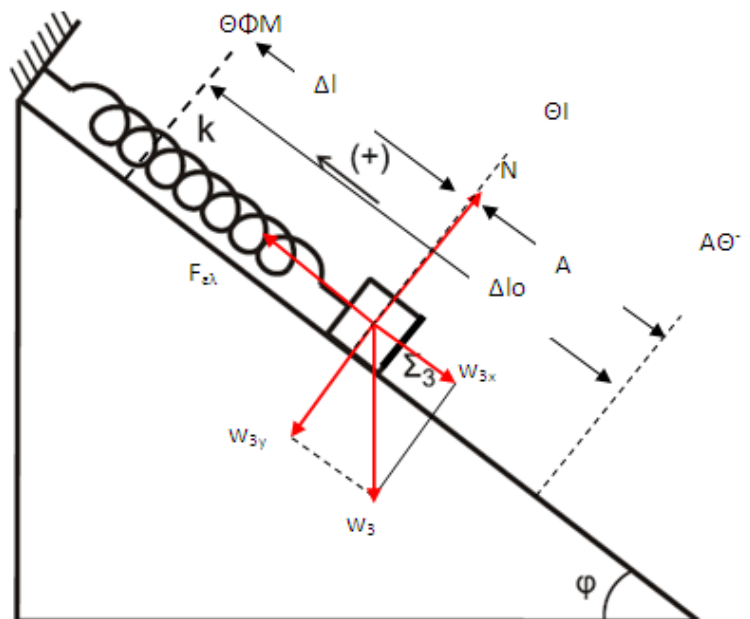
$$k \Delta l_0 - kA = m_3 g \eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$300 \cdot 0,12 - 300A = 30 \cdot 0,8 \Rightarrow$$

$$36 - 300A = 24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \frac{12}{300} = 0,04\text{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_3}} = \sqrt{\frac{300}{3}} = 10\text{rad / s}$$



$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x = 0,04 \cdot \eta\mu(10t + \varphi_0) \quad (1)$$

$$\text{Για } t=0, x=-A=-0,04\text{m} \text{ άρα } (1) \Rightarrow -0,04 = -0,04 \cdot \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = -1 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{3\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \\ \varphi_0 = 2k\pi + \pi - \frac{3\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi_0 = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

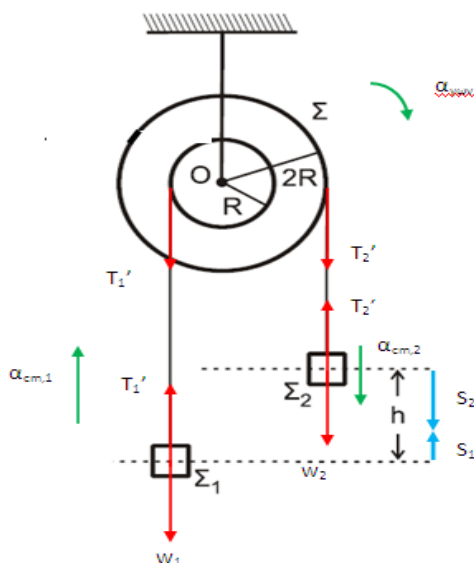
και επειδή

$$0 \leq \varphi_0 < 2\pi, \text{ για } k=0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad και } x = 0,04\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \quad (S.I.)$$

ο ρυθμός μεταβολής της ορμής θα είναι:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \Sigma F = F_{\varepsilon\pi} = -Dx = -300 \cdot 0,04\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) = -12\eta\mu\left(10 \cdot \frac{\pi}{15} + \frac{3\pi}{2}\right) = \\ &= -12\eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{dp}{dt} = -6\text{N} \end{aligned}$$

Δ3.



Το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι
άρα:

$$v_{cm,1} = v_{\gamma\rho,1} = \omega R \Rightarrow$$

$$a_{cm,1} = a_{\varepsilon\pi,1} = \alpha_{\gamma\omega\nu} R \Rightarrow$$

$$a_{cm,1} = 0,1\alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (1)$$

$$v_{cm,2} = v_{\gamma\rho,2} = \omega R \Rightarrow$$

$$a_{cm,2} = a_{\varepsilon\pi,2} = \alpha_{\gamma\omega\nu} 2R$$

$$\Rightarrow a_{cm,2} = 0,2\alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$

Σ_1 :

$$\Sigma F = m_1 a_{cm,1} \Rightarrow T_1' - W_1 = m_1 a_{cm,1} \xrightarrow{(1)} T_1' - 10 = 0,1 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_1' = 10 + 0,1 \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (3)$$

Σ_2 :

$$\Sigma F = m_2 a_{cm,2} \Rightarrow W_2 - T_2' = m_2 a_{cm,2} \xrightarrow{(2)} 15 - T_2' = 1,5 \cdot 0,2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_2' = 15 - 0,3 \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (4)$$

τροχαλία:

$$\begin{aligned} \Sigma \tau = I \alpha_{\gamma\omega\nu} &\Rightarrow T_2' \cdot 2R - T_1' \cdot R = 2MR^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 2T_2' - T_1' = 2MR \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \xrightarrow{(3),(4)} \\ &\Rightarrow 30 - 0,6 \alpha_{\gamma\omega\nu} - 0,1 \alpha_{\gamma\omega\nu} - 10 = 2 \cdot 1,5 \cdot 0,1 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 20 = 0,3 \alpha_{\gamma\omega\nu} + 0,6 \alpha_{\gamma\omega\nu} + 0,1 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 20 \text{ rad} / \text{s}^2 \end{aligned}$$

$$\text{και } a_{cm,1} = 0,1 \alpha_{\gamma\omega\nu} = 2 \text{ m} / \text{s}^2 \text{ και } a_{cm,2} = 0,2 \alpha_{\gamma\omega\nu} = 4 \text{ m} / \text{s}^2$$

Δ4.

Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 θα διέρχονται από το ίδιο οριζόντιο επίπεδο όταν θα έχουν διανύσει κατακόρυφη απόσταση S_1 και S_2 αντίστοιχα.

$$\begin{aligned} S_1 + S_2 = h &\Rightarrow \frac{1}{2} a_{cm,1} \Delta t^2 + \frac{1}{2} a_{cm,2} \Delta t^2 = 0,48 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \Delta t^2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \Delta t^2 = 0,48 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 3 \Delta t^2 = 0,48 \Rightarrow \Delta t^2 = 0,16 \Rightarrow \Delta t = 0,4 \text{ s} \end{aligned}$$

Για τη στροφορμή του σώματος Σ την ίδια χρονική στιγμή θα ισχύει

$$L = I \omega = 2MR^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t = 2 \cdot 1,5 \cdot 0,1^2 \cdot 20 \cdot 0,4 = 0,24 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}$$