

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**  
**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**  
**Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΤΕΤΑΡΤΗ 13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018**  
**ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** γ  
**A2.** δ.  
**A3.** α.  
**A4.** δ  
**A5.** α) Λ    β) Σ.    γ) Λ    δ) Σ    ε) Λ

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Η σωστή απάντηση είναι το i.

Από το σχήμα προκύπτει:  $d = \frac{3\lambda_1}{2}$  και  $d_1 = 2\lambda_1$  Με τη βοήθεια του Πυθαγόρειου θεωρήματος ισχύει:

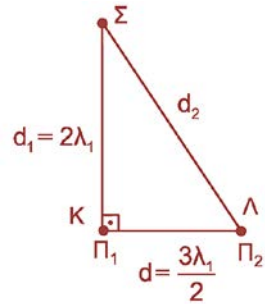
$$d_2^2 = d_1^2 + d^2 \Rightarrow d_2 = \sqrt{d_1^2 + d^2} = \sqrt{4\lambda_1^2 + \frac{9}{4}\lambda_1^2} \Rightarrow d_2 = \frac{5}{2}\lambda_1$$

$$\text{άρα } d_2 - d_1 = \frac{5}{2}\lambda_1 - 2\lambda_1 = \frac{\lambda_1}{2}$$

με αντικατάσταση στην σχέση που δίνει το πλάτος της ταλάντωσης κατά τη συμβολή των δυο κυμάτων προκύπτει:

$$A' = 2A \left| \sin 2\pi \frac{d_1 - d}{2\lambda_2} \right| = 2A \left| \sin \pi \frac{\frac{\lambda_1}{2}}{\lambda_1} \right| = 2A \left| \sin \pi \right| = 2A$$

άρα στο σημείο Σ έχουμε ενισχυτική συμβολή



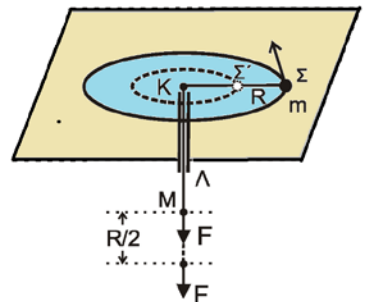
**B2.** Η σωστή απάντηση είναι το iii.

Από την αρχή διατήρησης της Στροφομής προκύπτει:

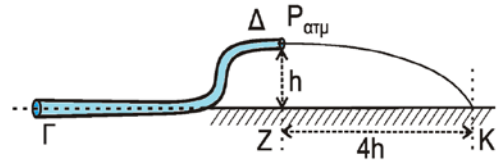
$$L_1 = L \Rightarrow m v_0 R = m v_2 R_2 \Rightarrow m v_0 2R = m v_2 R_2 \Rightarrow v_2 = 2v_0$$

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μεταξύ της αρχικής και της τελικής θέσης ( $R_2$ ) οπότε

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = W \Rightarrow \frac{1}{2} m (2v_0)^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 4 \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{3}{2} m v_0^2 = \frac{3}{2} m (\omega_0 R)^2 = \frac{3}{2} m \omega_0^2 R^2$$



**B3.** Η σωστή απάντηση είναι η i.  
 Από το βεληνεκές της φλέβας του υγρού και το χρόνο πτώσης υπολογίζουμε το μέτρο της ταχύτητας της φλέβας τη στιγμή που βγαίνει από τη διατομή Δ:



$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1)$$

$$x_{max} = v_{\Delta}t \Rightarrow 4h = v_{\Delta}\sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow (4h)^2 = (v_{\Delta}\sqrt{\frac{2h}{g}})^2 \Rightarrow 16h^2 = v_{\Delta}^2 \cdot \frac{2h}{g} \Rightarrow$$

$$v_{\Delta} = \sqrt{8gh} \quad (2)$$

Για τα σημεία Γ και Δ η παροχή διατηρείται. Από την εξίσωση της συνέχειας προκύπτει:

$$\Pi_{\Gamma} = \Pi_{\Delta} \Rightarrow A_{\Gamma}v_{\Gamma} = A_{\Delta}v_{\Delta} \Rightarrow 2A_{\Delta}v_{\Gamma} = A_{\Delta}v_{\Delta} \Rightarrow v_{\Delta} = 2v_{\Gamma} \Rightarrow v_{\Gamma} = \frac{v_{\Delta}}{2} = \frac{\sqrt{8gh}}{2} =$$

$$\sqrt{\frac{8gh}{4}} = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_{\Gamma}^2 = 2gh \Rightarrow h = \frac{v_{\Gamma}^2}{2g} \quad (3)$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Γ και Δ, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (2) και (3) προκύπτει.

$$p_{\Gamma} + \frac{1}{2}\rho v_{\Gamma}^2 + \rho gh_{\Gamma} = \frac{1}{2}\rho v_{\Delta}^2 + p_{\Delta} + \rho gh_{\Delta}$$

$$p_{\Gamma} + \frac{1}{2}\rho v_{\Gamma}^2 + 0 = \frac{1}{2}\rho v_{\Delta}^2 + p_{\Delta} + \rho gh$$

$$p_{\Gamma} - p_{\Delta} = \frac{1}{2}\rho v_{\Delta}^2 - \frac{1}{2}\rho v_{\Gamma}^2 + \rho gh \Rightarrow p_{\Gamma} - p_{\Delta} = \frac{1}{2}\rho(v_{\Delta}^2 - v_{\Gamma}^2) + \rho gh \Rightarrow$$

$$p_{\Gamma} - p_{\Delta} = \frac{1}{2}\rho[(2v_{\Gamma})^2 - v_{\Gamma}^2] + \rho gh$$

$$p_{\Gamma} - p_{\Delta} = \frac{1}{2}\rho(4v_{\Gamma}^2 - v_{\Gamma}^2) + \rho gh \Rightarrow p_{\Gamma} - p_{\Delta} = \frac{1}{2}\rho 3v_{\Gamma}^2 + \rho gh \Rightarrow p_{\Gamma} - p_{\Delta} = \frac{3}{2}\rho v_{\Gamma}^2 + \rho g \frac{v_{\Gamma}^2}{2g} \Rightarrow$$

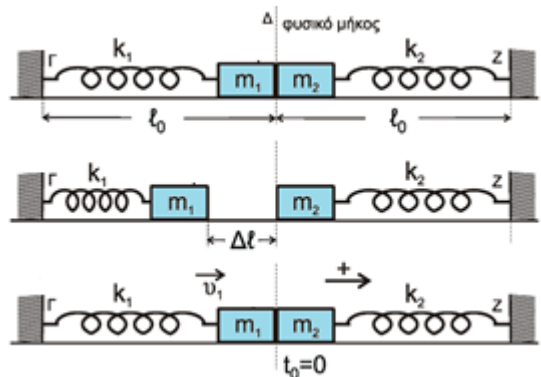
$$p_{\Gamma} - p_{\Delta} = \frac{3}{2}\rho v_{\Gamma}^2 + \frac{1}{2}\rho v_{\Gamma}^2 = \frac{4}{2}\rho v_{\Gamma}^2 = 2\rho v_{\Gamma}^2$$

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Σχεδιάζουμε το συσσωμάτωμα σε μια τυχαία θέση και υπολογίζουμε τη συνισταμένη δύναμη στη διεύθυνση κίνησης του.

$$\Sigma F = -F_{\epsilon\lambda 1} - F_{\epsilon\lambda 2} = -K_1x - K_2x = -(K_1 + K_2)x = -Dx$$

Άρα, το συσσωμάτωμα εκτελεί ΑΑΤ με



$$D=K_1+K_2 \text{ και επειδή } K_1=K_2=K \Rightarrow D=2K$$

Το σώμα ακριβώς πριν την κρούση έχει ταχύτητα μέτρου:

$$v_1 = v_{max} = \omega \cdot A = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \cdot \Delta l \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{50}{2}} \cdot 0,4 = 2\text{m/s}$$

Από τη διατήρηση της ορμής κατά την κρούση προκύπτει:

$$m_1 v_1 + 0 = (m_1 + m_2) V_k \Rightarrow V_k = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{m v_1}{2m} = \frac{v_1}{2} = \frac{2}{2} = 1\text{m/s}$$

Εφαρμόζουμε διατήρηση ενέργειας ταλάντωσης στη θέση της κρούσης που είναι και θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

$$E=K+U \Rightarrow \frac{1}{2} 2m V^2 = \frac{1}{2} D \cdot A'^2 \Rightarrow \frac{1}{2} 2 \cdot 2 \cdot 1^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot A'^2 \Rightarrow A' = 0,2\text{m}$$

$$\mathbf{F2.} \quad \omega' = \sqrt{\frac{2k}{2m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50}{2 \cdot 2}} = \sqrt{25} = 5\text{rad/s}$$

$$x = A' \eta \mu \omega' t = 0,2 \eta \mu 5t \text{ καθότι η αρχική φάση είναι μηδενική}$$

$$\mathbf{F3.} \quad \left| \frac{\Delta p}{\Delta t} \right| = \Sigma F_{max} = D A' = 2k A' = 100 \cdot 0,02 = 20\text{N}$$

## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Από τη συνθήκη ισορροπίας για το σώμα  $\Sigma_1$  ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_1 - w_1 = 0 \Rightarrow$$

$$T_1 = w_1 = m_1 g = 3 \cdot 10 = 30\text{N}$$

Για την τροχαλία ισχύει:  $\Sigma \tau =$

$$0 \Rightarrow T_1 r_2 = T_2 r_1 \Rightarrow T_1 2r_1 = T_2 r_1 \Rightarrow T_2 =$$

$$2T_1 = 2 \cdot 30 = 60\text{N}$$

**Δ2.** Για την μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\Sigma F = m_2 a_{cm} \Rightarrow w_{x2} - T_{\sigma\tau} = m_2 a_{cm} \Rightarrow$$

$$T_{\sigma\tau} = 120 - 20 a_{cm} \quad (1)$$

Για την περιστροφική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

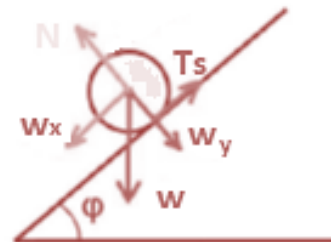
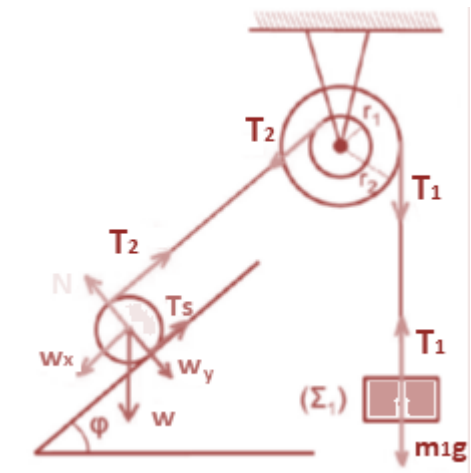
$$\Sigma \tau = I_K \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau} R = \frac{1}{2} m_2 R^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau} =$$

$$\frac{1}{2} m_2 R \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{1}{2} m_2 a_{cm}$$

$$T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2} 20 a_{cm} = 10 a_{cm} \quad (2)$$

από τις δυο παραπάνω σχέσεις προκύπτει:

$$10 a_{cm} = 120 - 20 a_{cm} \Rightarrow 30 a_{cm} = 120 \Rightarrow a_{cm} = 4\text{m/s}^2$$



**Δ3.** Για την τροχαλία ισχύει ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής:

$$\Sigma \tau = I_{\tau\rho} \alpha_{\gamma} \Rightarrow T'_1 r_2 = 0,48 \alpha_{\gamma} \Rightarrow T'_1 = \frac{0,48 \alpha}{0,2 R} = \frac{0,48 \alpha}{0,2 \cdot 0,2} = 12\alpha \quad (1)$$

$$\text{Για το σώμα } \Sigma F = m_1 a \Rightarrow m_1 g - T'_1 = m_1 a \Rightarrow T'_1 = m_1 g - 3\alpha = 3 \cdot 10 - 3\alpha \quad (2)$$

από (1) και (2) προκύπτει:

$$12\alpha = 3 \cdot 10 - 3\alpha \Rightarrow 15\alpha = 30 \Rightarrow \alpha = 2 \text{ m/s}^2$$

**Δ4.** Για την ταχύτητα του κυλίνδρου ισχύει:

$$v_{cm,K} = \alpha_{cm,K} t$$

$$x = \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow 0,25 = \frac{1}{2} 2 t^2 = t^2 = 0,25 \Rightarrow t = 0,5 \text{ s}$$

$$\alpha = \alpha_{\gamma\omega\nu} r_2 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{a}{r_2} = \frac{2}{0,2} = 10 \text{ rad/s}^2$$

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} I (\alpha_{\gamma} t)^2 = \frac{1}{2} 0,48 (10 \cdot 0,5)^2 = \frac{1}{2} 0,48 \cdot 25 = 6 \text{ J}$$

