ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 15 ΙΟΥΝΙΟΥ 2015
ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1 - α
Α2 - α
Α3 - α
Α4 - γ
Α5 α - Λάθος, β - Σωστό, γ - Λάθος, δ - Λάθος, ε - Λάθος.

ΘΕΜΑ Β

Β1.α. Σωστό το i.

β. Για τις ταχύτητες των σωμάτων έχουμε: Από το διάγραμμα του σχήματος 4 και για την **m_1**:

Πριν την κρούση: $\upsilon_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8-0}{4-0} = 2\ \frac{m}{s}$. Μετά την κρούση: $\upsilon_1' = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0-8}{12-4} = -1\ \frac{m}{s}$.

Από το διάγραμμα του σχήματος 5 και για την **m_2**:

Πριν την κρούση: επειδή x=σταθ=> $\upsilon_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0$ Μετά την κρούση: $\upsilon_2' = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16-8}{12-4} = \frac{8}{8} = 1\ \frac{m}{s}$

Αφού μετά την κρούση είναι $\upsilon_1 \neq \upsilon_2$ η κρούση δεν είναι πλαστική.

Από την διατήρηση της ορμής του συστήματος κατά την κρούση έχουμε:

$$\text{ΑΔΟ}: m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon_1' + m_2\upsilon_2' \rightarrow m_2 = m_1\frac{(\upsilon_1 - \upsilon_1')}{(\upsilon_2' - \upsilon_2)}m_1 = 1\frac{2+1}{1} = 3\ kg$$

$$\left(\begin{array}{l} K = K_1 + K_2 = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{4}{2} + 0 = 2\ J \\ K' = K_1' + K_2' = \frac{p_1'^2}{2m_1} + \frac{p_2'^2}{2m_2} = \frac{1}{2} + \frac{9}{6} = 2\ J \end{array} \right) \rightarrow K = K' \rightarrow \boxed{i}$$

Αφού **$K_{πριν} = K_{μετά}$** η κρούση είναι ελαστική.

Β2.α. Σωστό το i.

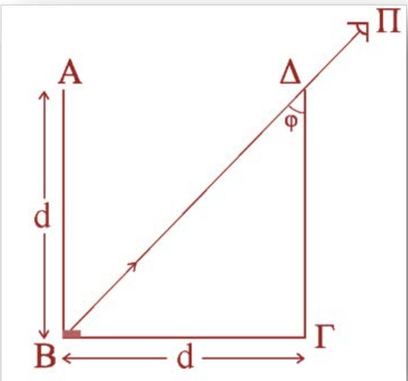
β. Για το σημείο Α ισχύει: $y_A = A\eta\mu\frac{\pi}{6} = \mathrm{A}\eta\mu 30^o = \mathrm{A}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\mathrm{A}}{2}$

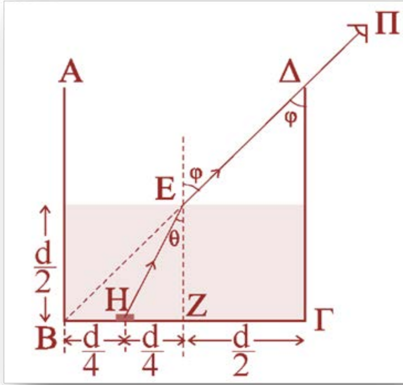
ομοίως **Για το σημείο Β ισχύει:** $y_{\mathrm{B}} = A\eta\mu\frac{\pi}{3} = \mathrm{A}\eta\mu 60^o = \mathrm{A}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\mathrm{A}\sqrt{3}}{2}$

συνεπώς:
$$\left. \begin{array}{l} \mathrm{E_A} = \frac{1}{2}Dy_A^2 = \frac{1}{2}D\cdot\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}D\frac{A^2}{4} \\ \mathrm{E}_B = \frac{1}{2}Dy_B^2 = \frac{1}{2}D\cdot\left(\frac{A\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}D\frac{A^2\cdot 3}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\mathrm{E_A}}{\mathrm{E}_B} = \frac{\frac{1}{2}D\frac{A^2}{4}}{\frac{1}{2}D\frac{A^2\cdot 3}{4}} = \frac{1}{3}$$

Β3.α. Σωστό το ii.

β. Έστω d το μήκος των ακμών του κυβικού δοχείου και Π η σταθερή θέση του παρατηρητή.





Από το σχήμα όταν το δοχείο είναι άδειο έχουμε: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{d}{d} = 1$

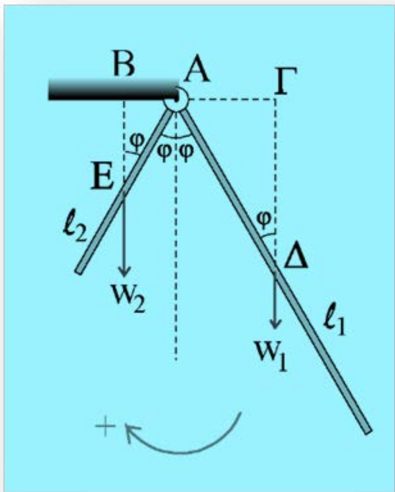
Όταν γεμίσουμε το δοχείο και <u>μετατοπίσουμε</u> το κέρμα κατά d/4έχουμε: $\varepsilon\varphi\theta = \frac{\frac{d}{4}}{\frac{d}{2}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

$$\left.\begin{cases} \begin{pmatrix} n\cdot\eta\mu\theta = 1\cdot\eta\mu\varphi \\ \eta\mu^2\phi = \dfrac{\varepsilon\varphi^2\phi}{1+\varepsilon\varphi^2\phi} \end{pmatrix} \rightarrow n^2 = \dfrac{\eta\mu^2\varphi}{\eta\mu^2\theta} = \dfrac{\dfrac{\varepsilon\varphi^2\varphi}{1+\varepsilon\varphi^2\varphi}}{\dfrac{\varepsilon\varphi^2\theta}{1+\varepsilon\varphi^2\theta}} \\ \varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{d}{d} = 1,\ \varepsilon\varphi\theta = \dfrac{\frac{d}{4}}{\frac{d}{2}} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2} \end{cases}\right\} \rightarrow n^2 = \dfrac{\dfrac{1}{1+1}}{\dfrac{\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{4}}} = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{5}} = \dfrac{5}{2} \rightarrow \boxed{ii}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Οι ροπές των βαρών των δύο ράβδων προκαλούν την περιστροφή περί το Α. Αφού στη δοσμένη θέση επιτυγχάνεται η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα σημαίνει στο σημείο αυτό η συνολική ροπή μηδενίζεται και αμέσως μετά επιβραδύνεται. Άρα στη θέση αυτή οι ροπές των δύο βαρών ως προς Α γίνονται ίσες (κατά μέτρο). Έτσι:$\Sigma\tau_{(A)} = 0$ $\quad w_1 \cdot (AO - w_2 \cdot (BA) = 0$

$$m_1 g\frac{\ell_1}{2}\eta\mu 30^\circ = m_2 g\frac{\ell_2}{2}\eta\mu 30^\circ \rightarrow \boxed{m_1 = m_2\frac{\ell_2}{\ell_1} = 5\ kg}$$

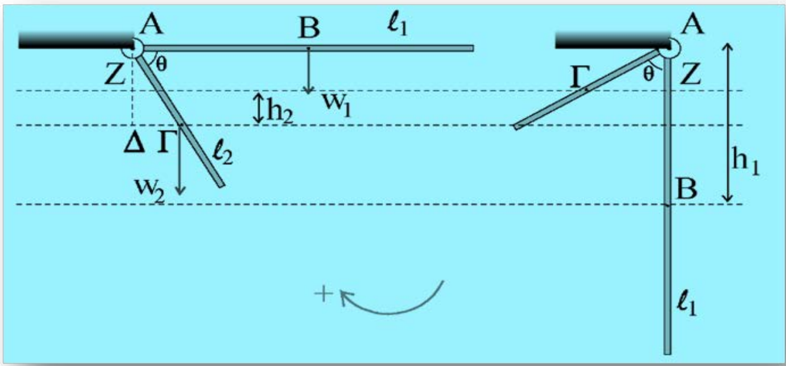


Γ2. Το κέντρο μάζας Β της ράβδου ℓ_1 κατέβηκε κατά $h_1 = \ell_1/2 =$ 2 m, ενώ το κέντρο μάζας Γ της ράβδου ℓ_2 ανέβηκε κατά => $h_2 = 0{,}35$ m. Αφού σταματά στιγμιαία, σημαίνει ότι η μείωση της δυναμικής ενέργειας της ράβδου1 θα εμφανιστεί ως αύξηση της δυναμικής ενέργειας της ράβδου2 εφόσον δεν υπάρχουν τριβές. Η μείωση της δυναμικής ενέργειας της πρώτης από την αρχική της θέση είναι: $\Delta U_1 = m_1 g\frac{\ell_1}{2}$.

Η αύξηση της 2 είναι: $|\Delta U_2| = \left| m_2 g\frac{\ell_2}{2}\sigma\upsilon\nu 30^\circ - m_2 g\frac{\ell_2}{2}\sigma\upsilon\nu 60^\circ \right| = m_2 g\frac{\ell_2}{2}\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

Από ΑΔΜΕ έχουμε:

$$\begin{pmatrix} \Delta U_1 = m_1 g \dfrac{\ell_1}{2} \\ |\Delta U_2| = m_2 g \dfrac{\ell_2}{2}\dfrac{\sqrt{3}-1}{2} \end{pmatrix} \rightarrow m_1 g \frac{\ell_1}{2} = m_2 g \frac{\ell_2}{2}\frac{\sqrt{3}-1}{2} \rightarrow \boxed{m_1 = m_2 \frac{\ell_2}{\ell_1}\frac{\sqrt{3}-1}{2} = 1{,}75\ kg}$$



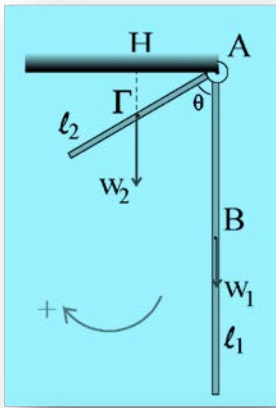
Γ3. Η ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο ράβδων είναι:

$$I_1 + I_2 = \tfrac{1}{3}\left(m_1\ell_1^2 + m_2\ell_2^2\right) = \frac{68}{3} Kg \cdot m^2$$

Από τον θεμελιώδη νόμο για την στροφική κίνηση έχουμε:

$\Sigma\tau_{(A)} = I_{ολ} \cdot α_{γων}$ =>

$$a_{γων} = \frac{\sum \tau_A}{I_1 + I_2} = \frac{m_2 g \frac{\ell_2}{2} ημ60^\circ}{\frac{1}{3}\left(m_1\ell_1^2 + m_2\ell_2^2\right)} = \frac{-10\cdot 10\cdot \frac{2}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{68}{3}} = -3{,}75\ \frac{rad}{s^2}$$

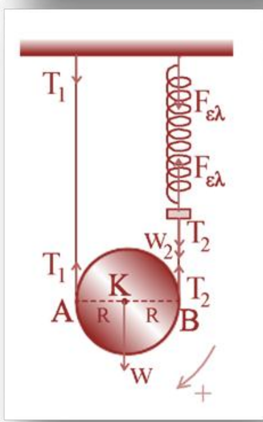


Γ4. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ℓ_2 στην ίδια θέση είναι: $\dfrac{dL_2}{dt} = I_2 a_\gamma = \frac{1}{3} m_2 \ell_2^2 a_\gamma = \dfrac{1}{3}\cdot 10\cdot 2^2\cdot(-3{,}75) = -50\ kg\dfrac{m^2}{s^2} = -50\ Nm$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από ισορροπία, , της τροχαλίας έχουμε:

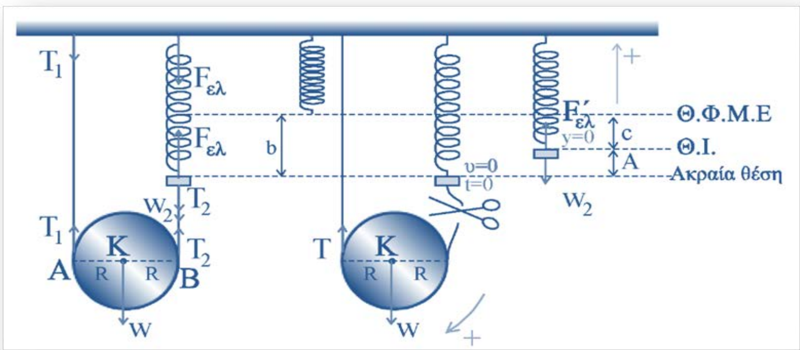
$$\begin{pmatrix} T_1 + T_2 = Mg \\ T_1 R = T_2 R \end{pmatrix} \rightarrow T_1 = T_2 = \tfrac{1}{2} Mg = 8\ N$$



Από ισορροπία σώματος έχουμε: $F_{ελ} = mg + T_2 = mg + \frac{1}{2}Mg = 22{,}4\ N$

Δ2. Μετά την κοπή του νήματος η τροχαλία κινείται και το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει (έπρεπε να δοθεί) οπότε ισχύει:

$υ_{γρ} = ω \cdot R$ (1) $α_{cm} = α_{γρ} = α_{γων} \cdot R$ (2)



Από δυναμική κίνησης τροχαλίας, για την μεταφορική κίνηση της τροχαλίας και για την στροφική κίνηση της τροχαλίας έχουμε:

$$\begin{pmatrix} Mg - T = Ma_{cm} \\ TR = \tfrac{1}{2}MR^2\dfrac{a_{cm}}{R} \end{pmatrix} \rightarrow a_{cm} = \tfrac{2}{3}g = \frac{20}{3}m/s^2.$$

Τη χρονική στιγμή t = 0 που κόβουμε το νήμα το σώμα m ξεκινάει την ταλάντωσή του με υ = 0, δηλαδή από την κάτω ακραία θέση (y = -A).

Η ταχύτητα του σώματος Σ μηδενίζεται για πρώτη φορά στην επάνω ακραία θέση, δηλαδή τη χρονική στιγμή: D = k = m · ω² => $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{5}{3}\pi\ \frac{rad}{s} \rightarrow t = \tfrac{1}{2}T = \tfrac{1}{2}\frac{2\pi}{\omega} = \frac{3}{5} = 0{,}6\ s$

Η κίνηση του κέντρου μάζας είναι ομαλά επιταχυνόμενη και άρα:

$h = \tfrac{1}{2}a_{cm}t^2 = \tfrac{1}{2}\tfrac{2}{3}gt^2 = \tfrac{1}{3}gt^2 = 1{,}2\ m$

Δ3. Την $t = 0$ βρίσκεται ακίνητο στη θέση $x = -A = -0{,}2\ m$ κάτω από τη θέση ισορροπίας.

Τη χρονική στιγμή που κόβουμε το νήμα η παραμόρφωση του ελατηρίου

είναι: $F_{\varepsilon\lambda} = K\Delta\ell = Kd \Rightarrow d = \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{K} = \frac{22{,}4}{40} = 0{,}56m$

Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του σώματος Σ ισχύει η

σχέση: $\Sigma F = 0 \Rightarrow mg = K\Delta\ell = Kc \Rightarrow c = \frac{mg}{k} = 0{,}36m$

Από το σχήμα το πλάτος της ταλάντωσης είναι: $A = b - c = \frac{22{,}4}{40} - \frac{14{,}4}{40} = \frac{8}{40} = 0{,}2m$

D = k = m · ω² => $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{5}{3}\pi\ \frac{rad}{s}$

$$\left.\begin{matrix} x = A\eta\mu(\omega t + \phi) = 0{,}2\eta\mu\left(\tfrac{5}{3}\pi t + \varphi_o\right),\ (SI) \\ \text{και } x = -A \end{matrix}\right\} \Rightarrow -A = 0{,}2\eta\mu\left(\tfrac{5}{3}\pi t + \varphi_o\right) \Rightarrow -0{,}2 = 0{,}2\eta\mu\left(\tfrac{5}{3}\pi t + \varphi_o\right)$$

$\Rightarrow \varphi_o = \pi/2\ (1)$ ή $\varphi_o = 3\pi/2 (2)$ δεκτή η (2)

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης είναι: $x = A\eta\mu(\omega t + \phi) = 0{,}2\eta\mu\left(\tfrac{5}{3}\pi t + 3\pi/2\right)$

Δ4. Τη χρονική στιγμή t_1 = 0,6 s το κέντρο μάζας K της τροχαλίας έχει ταχύτητα μέτρου:

Η ταχύτητα του κέντρου μάζας μετά από t είναι: $\upsilon_{cm} = a_{cm}t = 4\ \frac{m}{s}$. Το Γ έχει δύο ταχύτητες μια κατακόρυφη του κέντρου μάζας και μια εκ περιστροφής ως προς τον άξονά της οριζόντια και προς τα αριστερά με τιμή $\upsilon' = \omega R = \upsilon_{cm}$. Άρα: $\upsilon_\Gamma = \upsilon_{cm}\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\ \frac{m}{s}$ με διεύθυνση 45° ως προς το οριζόντιο επίπεδο και προς τα κάτω