1 ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ – ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Απλή αρμονική ταλάντωση

1.1 (β), (γ), (ε).

1.2 Η αρχική φάση είναι 0 ή π rad. Για να επιλέξουμε ανάμεσα στις δύο χρειάζεται να γνωρίζουμε την κατεύθυνση (πρόσημο) της ταχύτητας τη χρονική στιγμή μηδέν.

1.3 (γ).

1.4 Η ταχύτητα είναι : μηδέν στις θέσεις x = A ή x = -A, μέγιστη στη θέση ισορροπίας (x = 0).
Η επιτάχυνση είναι : μηδέν στη θέση ισορροπίας (x = 0), μέγιστη στις θέσεις x = A ή x = -A.
Η δύναμη είναι : μηδέν στη θέση ισορροπίας (x = 0), μέγιστη στις θέσεις x = A ή x = -A.

Σύμφωνα με τη διατήρηση της ενέργειας στις ταλαντώσεις

$E = K + U$ όταν $U = K$ τότε $E = 2U$ ή $\frac{1}{2}DA^2 = 2\frac{1}{2}Dx^2$

Επομένως $x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$

1.5

x	U	K
0	0	5 J
x_1	3 J	2 J
x_2	4 J	1 J
A	5 J	0

1.6 α) T/4, β) T/2, γ) 3T/4.

1.7 α) 1, β) αρνητική, γ) 0.

1.8 (β)

Κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων

1.9 α) $1,5\times10^{-6}$ s, β) 3×10^{-6} s, γ) $0,75\times10^{-6}$ s, δ) $0,75\times10^{-6}$ s.

1.10 Λόγω της τάσης από αυτεπαγωγή που εμφανίζει στα άκρα του το πηνίο.

1.11

U_E	$80\text{x}10^{-3}$ J	$120\text{x}10^{-3}$ J	$70\text{x}10^{-3}$ J	0
U_B	$40\text{x}10^{-3}$ J	0	$50\text{x}10^{-3}$ J	$120\text{x}10^{-3}$ J
E	$120\text{x}10^{-3}$ J	$120\text{x}10^{-3}$ J	$120\text{x}10^{-3}$ J	$120\text{x}10^{-3}$ J

1.12 α) $L_A < L_B$, β) $I_A > I_B$.

1.13 α) $Q_B = 2Q_A$ β) $E_B = 2E_A$ γ) $T_B = T_A$ δ) $I_B = 2I_A$

1.14 (γ).

1.15 1 (γ), 2 (β).

1.16 …..δυναμική……ενέργεια μαγνητικού πεδίου ……ενέργεια ηλεκτρικού …….. παραμένει σταθερό.

Φθίνουσα, ελεύθερη και εξαναγκασμένη ταλάντωση. Συντονισμός.

1.17 (γ)

1.18 (γ)

1.19 (γ)

1.20 Το Β.

1.21 (γ), (δ).

1.22 (β), (γ).

1.23 (β)

1.24 Αν A_K, A_{K+1} είναι οι τιμές του πλάτους και E_K, E_{K+1} οι αντίστοιχες τιμές της ενέργειας της ταλάντωσης κατά τις χρονικές στιγμές KT και $(K+1)T$ όπου $K = 1, 2, 3....$ τότε

α) $$\frac{A_K}{A_{K+1}} = \frac{A_o e^{-\Lambda K T}}{A_o e^{-\Lambda (K+1) T}} = e^{\Lambda T}$$

β) $$\frac{E_K}{E_{K+1}} = \frac{\frac{1}{2} D A_K^2}{\frac{1}{2} D A_{K+1}^2} = \left(\frac{A_K}{A_{K+1}}\right)^2 = e^{2\Lambda T}$$

Σύνθεση ταλαντώσεων

1.25 ……8 cm …….. 2cm.

1.26 (β), (γ), (δ), (ε).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

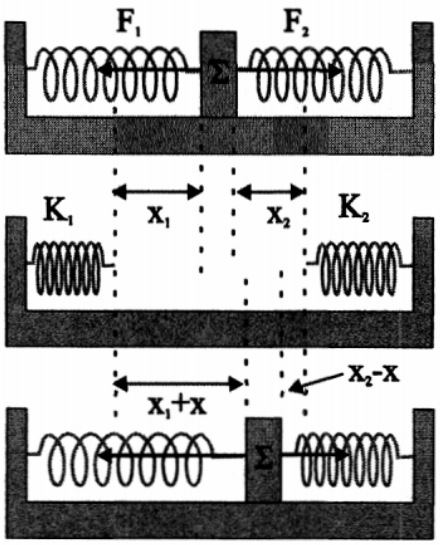
Απλή αρμονική ταλάντωση

1.27 Θεωρούμε ότι στη θέση ισορροπίας (θέση 1) το ελατήριο K_1 έχει επιμηκυνθεί κατά x_1 και το ελατήριο K_2 έχει επιμηκυνθεί κατά x_2 οπότε επειδή

$$\Sigma F = 0$$

θα είναι

$$K_2 x_2 - K_1 x_1 = 0 \qquad (1)$$



Σε μια τυχαία θέση που απέχει x από τη θέση ισορροπίας (θέση 2) ισχύει

$$\Sigma F = K_2(x_2 - x) - K_1(x_1 + x) \quad (2)$$

(θεωρούμε θετική τη φορά της απομάκρυνσης x)

η οποία αν λάβουμε υπόψη την (1) γίνεται

$$\Sigma F = -(K_2 + K_1)x \qquad (3)$$

Η (3) είναι της μορφής $\Sigma F = -Dx$ όπου $D = K_2 + K_1$ οπότε το Σ κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_2 + K_1}} = 0{,}2\pi\ s$$

Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε αν θεωρήσουμε ότι στη θέση ισορροπίας και τα δύο ελατήρια είναι συσπειρωμένα ή ότι έχουν το φυσικό τους μήκος.

1.28 Θεωρούμε ότι η ταλάντωση είναι αμείωτη.

α) Από τη διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση έχουμε

$$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dx_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_1^2$$

οπότε $$D = \frac{m\upsilon_1^2}{A^2 - x_1^2} = 200\,N/m$$

β) $$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dx_2^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2^2$$

οπότε $$\upsilon = \sqrt{\frac{D\left(A^2 - x_2^2\right)}{m}} = 3\,m/s$$

1.29 Το σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = K$ (δες παράδειγμα 1.1).

Στη θέση ισορροπίας ισχύει

$$\Sigma F = 0 \qquad \text{δηλαδή} \qquad mg - Kl = 0$$

οπότε $$K = \frac{mg}{l} \qquad (1).$$

Η περίοδος της κίνησης δίνεται από τη σχέση $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

η οποία, αν λάβουμε υπόψη την (1), γίνεται $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 0{,}314\,s$

Ηλεκτρικές ταλαντώσεις

1.30 $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1126\,Hz$

1.31 Το φορτίο του πυκνωτή δίνεται από τη σχέση $q = Q\,\sigma\upsilon\nu\,\omega t$

Για $t = 0$ $\quad q = Q = CV = 10^{-3}\,C$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1000\,rad/s$$

Επομένως $\quad q = 10^{-3}\,\sigma\upsilon\nu 1000t$ (SI)

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα δίνεται από τη σχέση

$$i = I\,\eta\mu\omega t\,.$$

Από τη διατήρηση της ενέργειας στο κύκλωμα έχουμε

$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad \text{οπότε} \qquad I = \frac{Q}{\sqrt{LC}} = 1\,A$$

Τελικά $\quad i = \eta\mu 1000t$ (SI)

Φθίνουσες και εξαναναγκασμένες ταλαντώσεις. Συντονισμός.

1.32 $A_1 = A_o e^{-\Lambda t_1}$ ή $e^{-\Lambda t_1} = \frac{A_1}{A_o}$ ή $-\Lambda t_1 = \ln\frac{A_1}{A_o}$ και $\Lambda = -\frac{1}{t_1}\ln\frac{A_1}{A_o}$ (1)

$A = A_o e^{-\Lambda t}$ ή $e^{-\Lambda t} = \frac{A}{A_o}$ ή $t = -\frac{1}{\Lambda}\ln\frac{A}{A_o}$ (2)

Η (2) γίνεται από την (1)

$t = \frac{t_1}{\ln\frac{A_1}{A_o}}\ln\frac{A}{A_o}$ από όπου βρίσκουμε

$$t = \frac{10}{\ln\frac{1}{2}}\ln\frac{1}{32} = \frac{10}{\ln 1 - \ln 2}(\ln 1 - \ln 32) = \frac{10}{\ln 2}\ \ln 32 = \frac{10}{\ln 2}\ \ln 2^5 = 50s$$

Σύνθεση ταλαντώσεων

1.33 Η σχέση που δίνει το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

Αν θέσουμε $A_1 = 4\,m$, $A_2 = 4\,m$ και $\varphi = -\pi\,rad$

προκύπτει $A = 0$ (το σώμα δεν ταλαντώνεται).

1.34 Το σώμα εκτελεί ταλάντωση με πλάτος

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

Αν θέσουμε $A_1 = 0{,}1\,m$, $A_2 = 0{,}04\,m$ και $\varphi = 0$

προκύπτει $A = 0{,}14\,m$

Η γωνιακή συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης είναι ίση με αυτή των ταλαντώσεων που τη συνθέτουν. $\omega = 50\,rad/s$.

Η αρχική φάση της ταλάντωσης βρίσκεται από τη σχέση

$\varepsilon\varphi\,\vartheta = \dfrac{A_2\eta\mu\varphi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\varphi}$ η οποία για $\varphi = 0$ δίνει $\varepsilon\varphi\,\vartheta = 0$ και τελικά

$\vartheta = 0$.

Επομένως, η εξίσωση απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης είναι

$$x = 0{,}14\eta\mu 50t$$

1.35 Το σώμα εκτελεί ταλάντωση με πλάτος

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

Αν θέσουμε $A_1 = 0{,}08\,m$, $A_2 = 0{,}06\,m$ και $\varphi = -\pi\,rad$

προκύπτει $A = 0{,}02\,m$

Η γωνιακή συχνότητα της σύνθετης ταλάντωσης είναι ίση με αυτή των ταλαντώσεων που τη συνθέτουν. $\omega = 50\pi\ rad/s$.

Η αρχική φάση της ταλάντωσης βρίσκεται από τη σχέση

$\varepsilon\varphi\,\vartheta = \dfrac{A_2\eta\mu\varphi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\varphi}$ η οποία για $\varphi = -\pi$ δίνει $\varepsilon\varphi\,\vartheta = 0$ και τελικά

$\vartheta = 0$.

Η εξίσωση απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης είναι

$$x = 0{,}02\eta\mu 50\pi t \qquad \text{(SI)}$$

Η ταχύτητα δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon = A\omega\sigma\upsilon\nu(\omega t + \vartheta)$$

οπότε $\upsilon = 3{,}14\sigma\upsilon\nu 50\pi t$ (SI)

Η επιτάχυνση δίνεται από τη σχέση

$$a = -A\omega^2\eta\mu(\omega t + \vartheta)$$

οπότε $a = -493\eta\mu 50\pi t$ (SI)

Η περίοδος της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 0{,}04\ s$

1.36 Οι ήχοι που παράγονται από τα δυο διαπασών έχουν μικρή διαφορά συχνότητας, οπότε από συμβολή τους προκύπτουν διακροτήματα με συχνότητα $f_\delta = |f_1 - f_2| = 0{,}5\,Hz$

Ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου ισούται με την περίοδο των διακροτημάτων, που δίνεται από τη σχέση $T_\delta = \dfrac{1}{f_\delta} = 2\,s$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1.37 Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi)$$

Θα βρούμε διαδοχικά τα A, ω και φ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \quad \text{οπότε} \quad D = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \qquad (1)$$

Από τη διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση έχουμε

$$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}Dx^2 + \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad \text{άρα} \quad A = \sqrt{x^2 + \frac{m}{D}\upsilon^2}$$

Λαμβάνοντας υπόψη την (1) τελικά έχουμε

$$A = \sqrt{x^2 + \frac{T^2}{4\pi^2}\upsilon^2} = 4\times 10^{-2}\ m$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 10\,rad/s$$

Η $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi)$ για $t = 0$ δίνει $x = A\eta\mu\varphi$ οπότε

$$\eta\mu\varphi = \frac{x}{A} = \frac{1}{2} \qquad \text{δηλαδή} \qquad \varphi = \frac{\pi}{6} \quad \text{ή} \quad \varphi = \frac{5\pi}{6}$$

(Η λύση $\varphi = \frac{\pi}{6}$ απορρίπτεται, γιατί για t=0 δίνει υ>0)

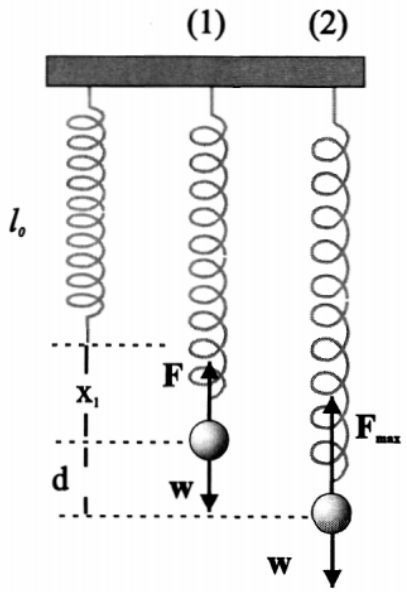
Οι ζητούμενες εξισώσεις είναι

$$x = 4\times10^{-2}\eta\mu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) \quad \text{(SI)}$$

$$\upsilon = A\omega\,\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi) = 0{,}4\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) \quad \text{(SI)}$$

$$a = -A\omega^2\eta\mu(\omega t + \varphi) = -4\eta\mu\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right) \quad \text{(SI)}$$

1.38 Το σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = K$ (βλέπε και παράδειγμα 1-1).



α) $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{5}{\pi}\ Hz$$

β) Η μέγιστη απομάκρυνση του σώματος είναι $A = d$.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι

$$x = d\eta\mu(\omega t + \varphi).$$

Για $t = 0$ $\quad d = d\eta\mu\varphi$

οπότε $\eta\mu\varphi = 1$

δηλαδή $\varphi = \frac{\pi}{2} rad$

Στην περίπτωση που η κατεύθυνση προς τα κάτω θεωρηθεί αρνητική για $t = 0$ $-d = d\eta\mu\phi$ οπότε $\eta\mu\phi = -1$ δηλαδή

$$\varphi = \frac{3\pi}{2} rad$$

γ) $\upsilon_{\max} = A\omega = d2\pi f = 0{,}5\ m/s$

δ) $a_{\max} = A\omega^2 = d4\pi^2 f^2 = 5\,m/s^2$

ε) Στη θέση ισορροπίας (θέση 1) $\Sigma F = 0$ οπότε $Kx_1 = mg$ και

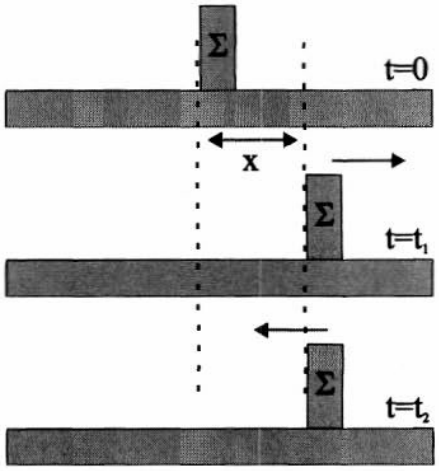
$$x_1 = \frac{mg}{K}$$

Το σώμα δέχεται τη μέγιστη δύναμη στη θέση μέγιστης απομάκρυνσης (θέση 2)

$$F_{\max}^{\varepsilon\lambda} = K(x_1 + d) = K\left(\frac{mg}{K} + d\right) = mg + Kd = 15\,N$$

1.39 $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{\pi}{5} rad/s$

$$x = 0{,}2\eta\mu\frac{\pi}{5}t$$



Θέτουμε $x = 0{,}1\,m$ και λύνουμε ως προς το χρόνο

$$\eta\mu\frac{\pi}{5}t = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6}$$

Δύο διαδοχικές λύσεις της εξίσωσης αυτής είναι οι

$$t_1 = \frac{5}{6}s \quad \text{και} \quad t_2 = \frac{25}{6}s$$

Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ανάμεσα στις δύο διαδοχικές στιγμές που το σώμα θα βρεθεί στη θέση $x = 0{,}1\,m$ είναι

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{10}{3}s$$

1.40 Θεωρούμε ότι το σύστημα κάνει τμήμα απλής αρμονικής ταλάντωσης με σταθερά επαναφοράς K.

α) Από τη διατήρηση της ενέργειας για την ταλάντωση έχουμε

$$\frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}M\upsilon^2 \qquad \text{οπότε} \quad A = \sqrt{\frac{M\upsilon^2}{K}} = 0{,}1\,m$$

Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ανάμεσα στη στιγμή της πρόσκρουσης $(\upsilon = \upsilon_{\max})$ και τη στιγμή που η ταχύτητα μηδενίζεται είναι $\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{M}{K}} = \frac{\pi}{100} s$.

β) Ο επιβάτης κάνει ταλάντωση ίδιας περιόδου με το σύστημα με σταθερά επαναφοράς D.

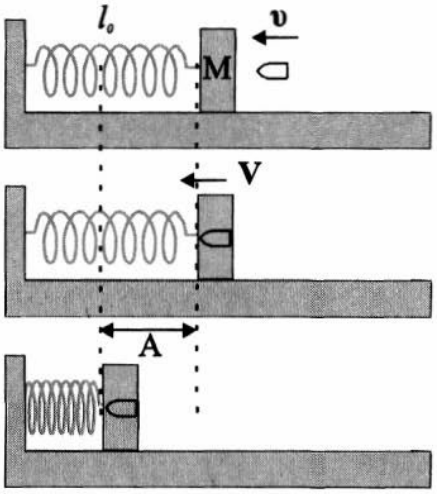
$T_{συστήματος} = T_{επιβάτη}$ δηλαδή $2\pi\sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$

οπότε $D = \frac{m}{M}K$.

Η δύναμη που δέχεται από τη ζώνη παίζει το ρόλο της δύναμης επαναφοράς. Το μέτρο της δύναμης θα πάρει τη μέγιστη τιμή του τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{4}$ όταν $x = A$.

$$F_{\max} = DA = \frac{m}{M}KA = 15 \times 10^3\ N$$

1.41 α) Μετά την (πλαστική) κρούση του συστήματος βλήμα-σώμα, η κοινή τους ταχύτητα θα είναι V για την οποία ισχύει



$m\upsilon = (m + M)V$

επομένως $V = \frac{m}{m+M}\upsilon = 5\,m/s$.

β) Το συσσωμάτωμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με $D = K$.

Από τη διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση έχουμε $\frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}(m + M)V^2$

οπότε $A = V\sqrt{\frac{m+M}{K}} = 0{,}1\,m$

γ) Το σύστημα θα σταματήσει στιγμιαία, για πρώτη φορά, μετά από χρόνο $\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4}\sqrt{\frac{m+M}{K}} = 3{,}14\times10^{-2}\,s$.

1.42 α) $I = \omega Q = 2\pi f Q = 5\times10^{-3}\,A$

Από τη διατήρηση της ενέργειας στο κύκλωμα έχουμε:

$$\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2 \quad \text{και} \quad q = \sqrt{Q^2 - LCi^2} \quad (1)$$

Όμως $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ και $LC = \frac{1}{4\pi^2 f^2}$ (2)

Οπότε η (1) γίνεται από τη (2)

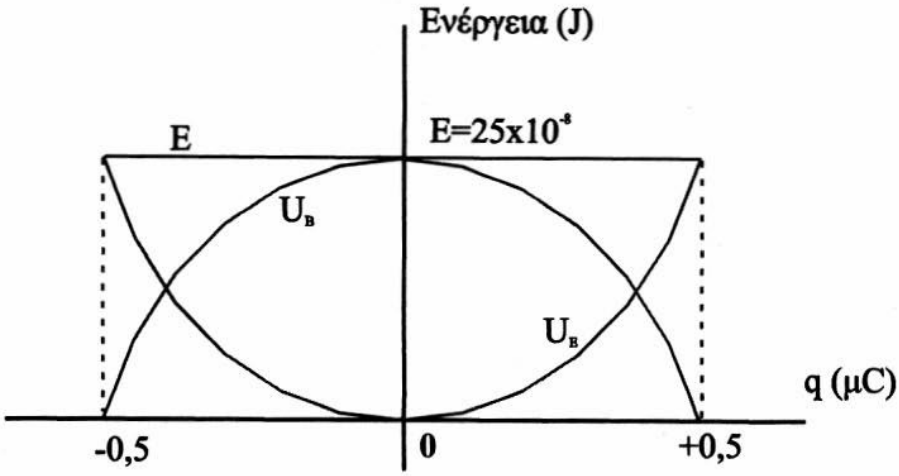
$$q = \sqrt{Q^2 - \frac{i^2}{4\pi^2 f^2}} = 4\times10^{-7}\,C$$

β) $U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ (3)

$U_E + U_B = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ επομένως $U_B = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} - \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ (4)

Η ολική ενέργεια παραμένει σταθερή $E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = 25\times10^{-8}\,J$ (5)

Οι συναρτήσεις (3) (4) και (5) παριστάνονται γραφικά στο διάγραμμα που ακολουθεί



1.43 α) $Q = CV = 4\times10^{-3}\ C$

β) $U_E = U_B = \dfrac{E}{2}$ οπότε $\dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C} = \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}$

και $q = Q\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\times10^{-3}\ C$

γ) Η σχέση που δίνει το φορτίο του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t$ (1)

όπου $Q = 4\times10^{-3}\ C$ και $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} = \dfrac{10^3}{6}\ rad/s$

Η πρώτη φορά που η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή γίνεται ίση με την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο ταυτίζεται με την πρώτη φορά που το φορτίο στον πυκνωτή γίνεται $q = 2\sqrt{2}\times10^{-3}\ C$, δηλαδή τη στιγμή για την οποία $2\sqrt{2}\times10^{-3} = 4\times10^{-3}\sigma\upsilon\nu\dfrac{10^3}{6}t$

Λύνουμε την τριγωνομετρική εξίσωση ως προς τον χρόνο και βρίσκουμε ότι η μικρότερη τιμή του για την οποία ισχύει η εξίσωση είναι $t = 1{,}5\times10^{-3}\ s$.

1.44 Από τη διατήρηση της ενέργειας στο κύκλωμα έχουμε

$$\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$$

οπότε $Q = \sqrt{q^2 + LCi^2} = 4\times10^{-5}\,C = 40\mu C$

1.45 α) Το σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα ίση με αυτή των δύο ταλαντώσεων στις οποίες μετέχει.

Άρα $\omega = 50\pi\ rad$

και $D = m\omega^2 = 5\times10^4\ N/m$

β) Το πλάτος της ταλάντωσης που κάνει το σώμα είναι

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu(-\pi)} = A_1 - A_2 = 5\times10^{-2}\ m$$

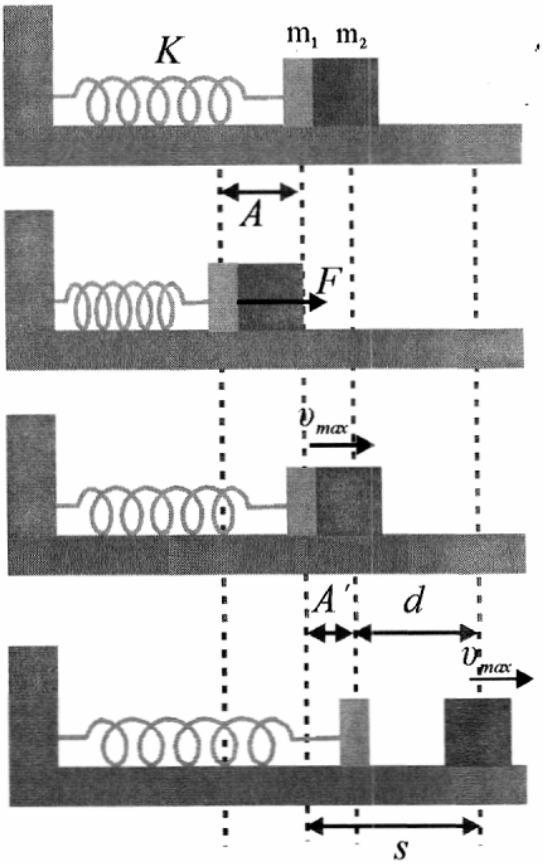
οπότε η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E = \dfrac{1}{2}DA^2 = 62{,}5\,J$

γ) Από τη διατήρηση της ενέργειας της ταλάντωσης έχουμε

$$E = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}Dx^2$$

οπότε $$\upsilon = \sqrt{\frac{2E - Dx^2}{m}} = 3\sqrt{2,5}\, m/s$$

1.46 α) Το Σ_2, όσο βρίσκεται σε επαφή με το Σ_1, εκτελεί τμήμα απλής αρμονικής ταλάντωσης. Το ρόλο της δύναμης επαναφοράς για το Σ_2 παίζει η δύναμη F που δέχεται από το Σ_1. Η επαφή ανάμεσα στα δύο σώματα χάνεται όταν $F = 0$ δηλαδή στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.



β) Το Σ_2 αφού χάσει την επαφή του με το Σ_1 κινείται ευθύγραμμα ομαλά με υ_{max}

$$\upsilon_{max} = A\omega = A\sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}} = 2m/s$$

και το Σ_1 κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος Α΄

Από τη διατήρηση της ενέργειας κατά την ταλάντωση του Σ_1 έχουμε:

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_{max}^2 = \frac{1}{2}KA'^2$$

από όπου βρίσκουμε

$$A' = \upsilon_{max}\sqrt{\frac{m_1}{K}} = 0,2m$$

γ) Το Σ_1 μηδενίζει την ταχύτητά του σε χρόνο $\Delta t = \frac{T'}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m_1}{K}} = \frac{\pi}{20}s$ από τη στιγμή που χάθηκε η επαφή ανάμεσα

στα δύο σώματα. Στο χρόνο αυτό το Σ_2 έχει διανύσει $s = \upsilon_{\max}\Delta t = 0,314m$

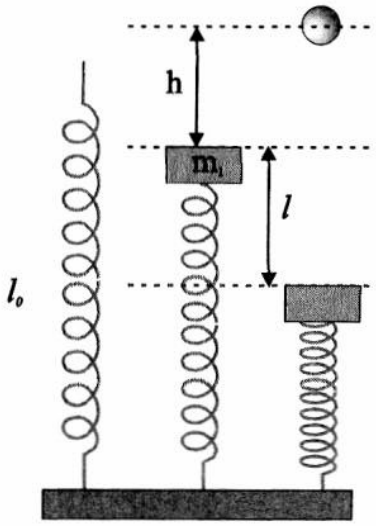
Η απόσταση μεταξύ τους εκείνη τη χρονική στιγμή θα είναι $d = s - A' = 0,114m$

1.47 α) Το σώμα μάζας m_1 κάνει τμήμα απλής αρμονικής ταλάντωσης με σταθερά επαναφοράς $D = K$. Για να φτάσει από το ανώτερο σημείο στη θέση ισορροπίας του χρειάζεται χρόνο

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4}\sqrt{\frac{m_1}{K}} = \frac{\pi}{20}s.$$

Στον ίδιο χρόνο το σώμα μάζας m_2 πρέπει να διανύσει διάστημα h.

$$h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 = 0,125\,m$$



β) Αμέσως πριν τη σύγκρουση τα σώματα έχουν ταχύτητες

$$\upsilon_1 = \upsilon_{\max} = A\omega = l\frac{2\pi}{T} = l\frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{m_1}{K}}} = l\sqrt{\frac{K}{m_1}} = 2m/s$$

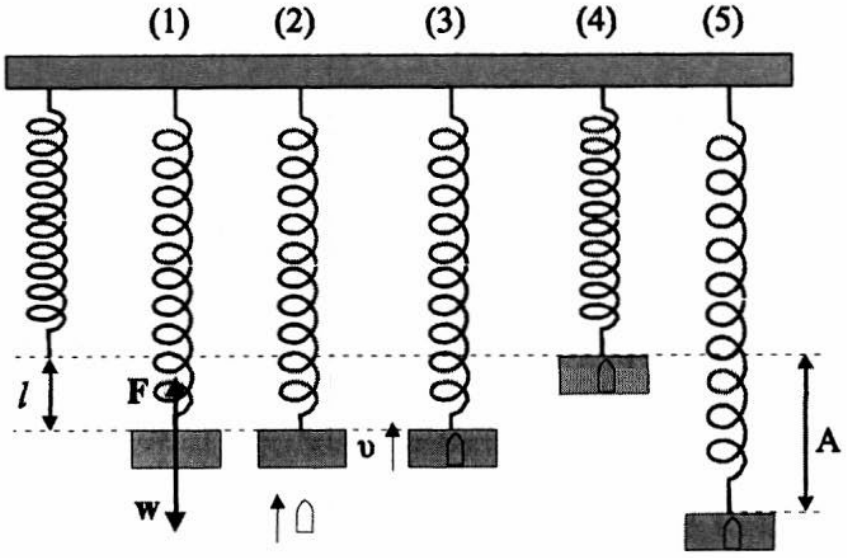
$$\upsilon_2 = g\Delta t = 1,57m/s$$

γ) Εφόσον τα σώματα μετά την κρούση τους αποκτούν ταχύτητες αντίθετες από αυτές που είχαν πριν συγκρουστούν, θα επιστρέψουν στις αρχικές τους θέσεις και το φαινόμενο θα επαναλαμβάνεται συνεχώς.
Η περίοδος του φαινομένου είναι

$T_\varphi = \frac{T}{2}$ όπου T η περίοδος της ταλάντωσης του m_1

$$T_\varphi = \pi\sqrt{\frac{m_1}{K}} = 0,314s$$

1.48 α) Στη θέση (1) $\Sigma F = 0$ οπότε $Kl = m_1 g$ και $K = \frac{m_1 g}{l} = 12N/m$



Αν υ η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση - θέση (3) - εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon^2 + \frac{1}{2}Kl^2 = (m_1+m_2)gl \quad \text{και} \quad \upsilon = \sqrt{\frac{2(m_1+m_2)gl - Kl^2}{m_1+m_2}} = 2m/s$$

β) Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = K$

Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης (5) θα ισχύει

$$\Sigma F = 0 \quad \text{οπότε} \quad KA = (m_1+m_2)g \quad \text{και} \quad A = \frac{(m_1+m_2)g}{K} = 0{,}625m$$

Στη θέση αυτή το συσσωμάτωμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητα που είναι

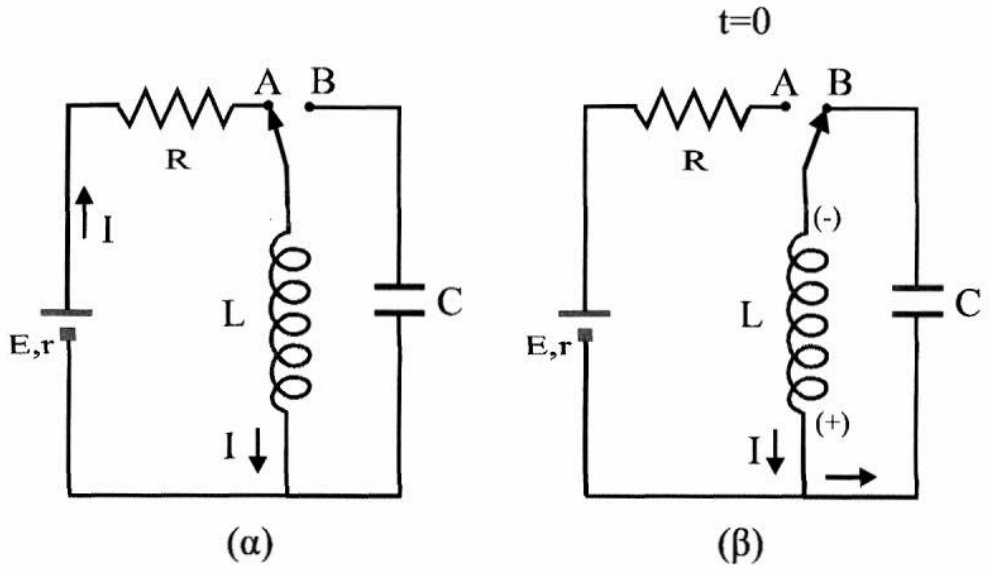
$$\upsilon_{\max} = \omega A = \frac{2\pi}{T}A = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_2}{K}}}A = \sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}A = 2{,}5m/s$$

γ) Ο χρόνος κίνησης από την ανώτερη θέση στη θέση ισορροπίας είναι

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m_1+m_2}{K}} = 0{,}4s$$

1.49 α) Το κύκλωμα το σχήματος (α) διαρρέεται από σταθερό ρεύμα

$$I = \frac{E}{R+r} = 0{,}6A$$



Αμέσως μετά τη μεταφορά του μεταγωγού στη θέση Β στο πηνίο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το ρεύμα που προκαλεί αυτή η ηλεκτρεγερτική δύναμη είναι ομόροπο με το αρχικό. Επομένως ο οπλισμός που θα αποκτήσει πρώτος θετικό φορτίο είναι αυτός που συνδέεται με τον αρνητικό πόλο της πηγής.

β) Από τη στιγμή μηδέν και μετά το κύκλωμα που περιλαμβάνει το πηνίο και τον πυκνωτή θα εκτελέσει ηλεκτρική ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα

$$\omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}} = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{\mathrm{LC}}} = 10^4 rad/s$$

Τη στιγμή μηδέν ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος και το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα μέγιστης έντασης. Εκείνη τη στιγμή το μαγνητικό πεδίο του πηνίου έχει ενέργεια ίδια με αυτή που είχε πριν μετακινηθεί ο μεταγωγός, επομένως το ρεύμα έχει ένταση $I = 0{,}6A$ (μέγιστη).

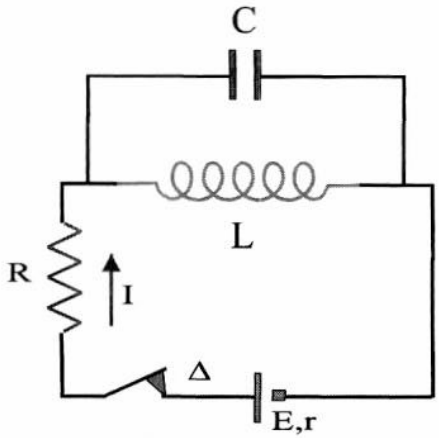
Το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή είναι

$$Q = \frac{I}{\omega} = 6\times10^{-5}\mathrm{C}$$

Επομένως οι εξισώσεις του ρεύματος και του φορτίου με το χρόνο είναι

$$i = 0{,}6\ \sigma\upsilon\nu 10^4\mathrm{t} \qquad q = 6\times10^{-5}\ \eta\mu 10^4\mathrm{t}$$

1.50 α) Όταν ανοίγουμε το διακόπτη Δ μεταβάλλεται το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο. Αυτό έχει ως συνέπεια την εμφάνιση ηλεκτρεγερτικής δύναμης από αυτεπαγωγή. Το πηνίο επομένως λειτουργεί ως πηγή, η οποία φορτίζει τον πυκνωτή.



β) Το μέγιστο ρεύμα στο πηνίο θα είναι

$$I = \frac{E}{R+r} = 3\,A$$

Η μέγιστη ενέργεια του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το πηνίο είναι ίση με τη μέγιστη ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή

$$\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}CV^2 \qquad \text{οπότε} \qquad C = \frac{LI^2}{V^2} = 18\times10^{-6}\,F$$

(Η ελάχιστη χωρητικότητα του πυκνωτή αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή της τάσης μεταξύ των οπλισμών του).