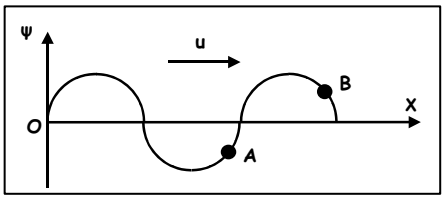
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ
Α. Φλωρόπουλου
30 ΧΡΟΝΙΑ ΑΡΙΣΤΟΤΗΣΑ
για μαθητές με απαιτήσεις
http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr
•ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
• ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

9 - 1 - 2011

Θέμα 1° (Μονάδες 25)

1. Στο σχήμα φαίνεται το στιγμιότυπο ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα χ. Για τις φάσεις και τις ταχύτητες ταλάντωσης των σημείων Α και Β του μέσου ισχύει:



α. $\varphi_A < \varphi_B$, $u_A < 0$ και $u_B < 0$.
β. $\varphi_A > \varphi_B$, $u_A > 0$ και $u_B > 0$.
γ. $\varphi_A < \varphi_B$, $u_A > 0$ και $u_B < 0$.
δ. $\varphi_A > \varphi_B$, $u_A < 0$ και $u_B > 0$.

(Μονάδες 5)

2. Δύο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 που βρίσκονται στην επιφάνεια νερού παράγουν αρμονικά κύματα πλάτους Α. Το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου Σ που ισαπέχει από τις πηγές Π_1 και Π_2 είναι:

α. 0 **β.** A **γ.** $2A$ **δ.** $\frac{A}{2}$

(Μονάδες 5)

3. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο:
α. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι ανάλογο της απομάκρυνσης.
β. ο λόγος δύο διαδοχικών πλατών προς την ίδια κατεύθυνση δεν διατηρείται σταθερός.
γ. η περίοδος διατηρείται σταθερή για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης.
δ. το μέτρο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση είναι σταθερό.

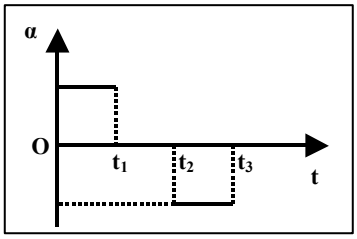
(Μονάδες 5)

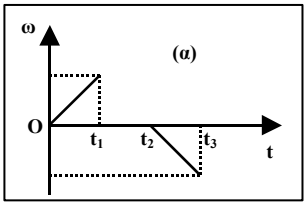
4. Όταν σε μία εξαναγκασμένη ταλάντωση που βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού αυξήσουμε την περίοδο ταλάντωσης του διεγέρτη το πλάτος της ταλάντωσης:
α) μειώνεται συνεχώς.
β) παραμένει σταθερό.
γ) αυξάνεται μέχρι κάποια τιμή και στη συνέχεια μειώνεται.

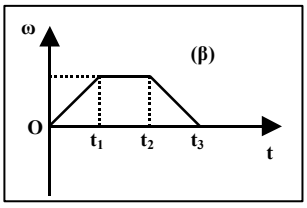
δ) αυξάνεται συνεχώς.

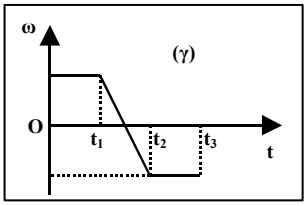
(Μονάδες 5)

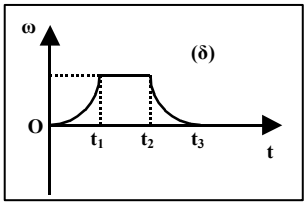
5. Στο διάγραμμα του σχήματος παριστάνεται η γωνιακή επιτάχυνση ενός δίσκου που στρέφεται γύρω από τον άξονα που διέρχεται απ' το κέντρο του. Η μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα:











(Μονάδες 5)

Θέμα 2° (Μονάδες 25)

1. Το πλάτος μίας φθίνουσας μηχανικής ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση $A_κ = A_0\, e^{-\Lambda t}$ (Λ = σταθερά). Το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης σε χρονικό διάστημα ίσο με το χρόνο υποδιπλασιασμού του πλάτους της ταλάντωσης είναι ίσο με:

α) 25% **β)** 75%.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να την αιτιολογήσετε.

(Μονάδες 2 + 5)

2. Ταλαντωτής έχει εξίσωση: χ = 0,6 συν(4πt) ημ(500πt) (SI).

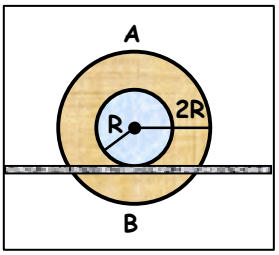
α. Ποιο το είδος της κίνησης του ταλαντωτή;

β. Ποιες οι εξισώσεις των ταλαντώσεων από τις οποίες προέκυψε η κίνηση αυτή;

γ. Ποια η περίοδος της κίνησης και ποια η συχνότητα με την οποία μηδενίζεται το πλάτος της;

(Μονάδες 2 + 4 + 4)

3. Ένα καρούλι με εσωτερική ακτίνα $R_1 = R$ και εξωτερική ακτίνα $R_2 = 2R$ κυλίεται χωρίς ολίσθηση προς τα δεξιά, πάνω σε μια οριζόντια ράγα με την εσωτερική του επιφάνεια να εφάπτεται στη ράγα όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν u_A είναι το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου του (Α) και u_B το μέτρο της ταχύτητας του κατώτερου σημείου του (Β), τότε ισχύει:



α. $\frac{u_B}{u_A} = 0$ **β.** $\frac{u_B}{u_A} = 3$ **γ.** $\frac{u_B}{u_A} = \frac{1}{3}$

Το καρούλι είναι συμμετρικό και το κέντρο μάζας του βρίσκεται στο κέντρο συμμετρίας του. Ο άξονας περιστροφής είναι κάθε στιγμή οριζόντιος, διέρχεται από το κέντρο μάζας του καρουλιού και είναι κάθετος στο επίπεδο των δίσκων που φαίνονται στο σχήμα.
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε επιλογή σας.

(Μονάδες 2 + 6)

Θέμα 3ο (Μονάδες 25)

Σώμα μάζας m = 0,2 Kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις:

$$x_1 = 2\sqrt{3}\ \eta\mu 3\pi t \quad \text{και} \quad x_2 = 4\ \eta\mu(3\pi t + \frac{5\pi}{6}) \quad (x_1\ ,\ x_2 \text{ σε cm και το } t \text{ σε s})$$

που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο.

α. Να βρείτε την εξίσωση της συνισταμένης κίνησης που εκτελεί το σώμα.

(Μονάδες 8)

β. Να βρείτε την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα τη χρονική στιγμή t = 2 s.

(Μονάδες 8)

γ. Να βρείτε την απομάκρυνση του σώματος, στην οποία η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης.

(Μονάδες 9)

(Θεωρείστε ότι $\pi^2 \approx 10$)

Θέμα 4ο (Μονάδες 25)

Στα σημεία Α και Β της επιφάνειας ενός υγρού που ηρεμεί δημιουργούνται από δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 εγκάρσια επιφανειακά κύματα. Η εξίσωση ταλάντωσης της κάθε πηγής είναι: ψ = 2 ημ5πt (t σε s, ψ σε mm). Ένα πολύ μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού σε αποστάσεις r_1 = 4 m και r_2 αντίστοιχα ($r_2 > r_1$) από τα σημεία Α και Β. Το κύμα από την πηγή Π_1 φθάνει στο σημείο Σ τη χρονική στιγμή t_1 = 0,4 s και από την πηγή Π_2 με καθυστέρηση Δt = 0,4 s.

Α. Να βρεθούν το μήκος κύματος και την ταχύτητα των κυμάτων που παράγονται από τις πηγές Π_1, Π_2 .

Β. Να παρασταθεί γραφικά η απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο ως τη χρονική στιγμή t_2 = 0,8 s.

Γ. Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί ο φελλός από τη στιγμή που αρχίζει η συμβολή των δύο κυμάτων στο σημείο Σ και μετά.

Δ. Να βρεθεί η ταχύτητα του φελλού τη χρονική στιγμή t_3 = 1,2 s.

Ε. Να βρεθεί η ελάχιστη συχνότητα που πρέπει να έχουν οι δύο πηγές ώστε στο σημείο Σ να επιτυγχάνεται συμβολή με απόσβεση.

Να θεωρήσετε ότι μεταβάλλοντας τη συχνότητα των δύο πηγών αυτές παραμένουν σύγχρονες και με μηδενική αρχική φάση. Επίσης να θεωρήσετε ότι το πλάτος των επιφανειακών κυμάτων παραμένει σταθερό κατά τη διάδοση τους στο υγρό.

(Μονάδες 5 + 5 + 5 + 5 + 5)

Καλή επιτυχία!!!

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ
Α. Φλωρόπουλου
30 ΧΡΟΝΙΑ ΕΜΠΟΙΣΤΟΣΥΝΗΣ
για μαθητές με απαιτήσεις
http://www.floropoulos.gr - email: info@floropoulos.gr
•ΚΕΝΤΡΟ ΑΘΗΝΑΣ: Βερανζέρου 6, Πλατεία Κάνιγγος, Τηλ.: 210-38.14.584, 38.02.012, Fax: 210-330.42.42
• ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ: Λ. Βουλιαγμένης 244 (μετρό Δάφνης), Τηλ.: 210-9.76.76.76, 9.76.76.77

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

9 - 1 - 2011

Θέμα 1°

1. δ **2. γ** **3. γ** **4. α** **5. β**

Θέμα 2°

1. Σωστό το β.

Το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης σε χρονικό διάστημα ίσο με το χρόνο υποδιπλασιασμού του πλάτους της ταλάντωσης είναι ίσο με:

$$\frac{E_0 - E_{τελ}}{E_0}100\% = \frac{\frac{1}{2}k A_0^2 - \frac{1}{2}k\left(\frac{A_0}{2}\right)^2}{\frac{1}{2}k A_0^2}100\% = \frac{\frac{1}{2}k A_0^2 - \frac{1}{2}k\frac{A_0^2}{4}}{\frac{1}{2}k A_0^2}100\% =$$

$$= \frac{\frac{1}{2}k A_0^2\left(1 - \frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{2}k A_0^2}100\% = \frac{3}{4}100\% = \mathbf{75\%}$$

2. α. Περιοδική κίνηση (ταλάντωση) της οποίας το πλάτος μεταβάλλεται συνημιτονοειδώς με το χρόνο.

β. Η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης που το πλάτος της μεταβάλλεται συνημιτονοειδώς με το χρόνο δίνεται από τη σχέση: $χ = 2A\ συν\left(\frac{ω_1 - ω_2}{2}t\right)\ ημ\left(\frac{ω_1 + ω_2}{2}t\right)$

Αντιπαραβάλλοντας την εξίσωση αυτή με την εξίσωση της ταλάντωσης που μας δίνεται: $χ = 0,6\ συν(4πt)\ ημ(500πt)$ (SI) παίρνουμε:

$2A = 0,6\ m \rightarrow A = 0,3\ m$

$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\ t = 4\pi\ t \rightarrow \omega_1 - \omega_2 = 8\pi\ rad/s$ (1) και

$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\ t = 500\pi\ t \rightarrow \omega_1 + \omega_2 = 1000\pi\ rad/s$ (2)

(1) + (2) $\rightarrow 2\ \omega_1 = 1008\pi \rightarrow \omega_1 = 504\pi\ rad/s$ και

$\omega_2 = 1000\pi - 504\pi = 496\pi\ rad/s$

Άρα οι εξισώσεις των απλών αρμονικών ταλαντώσεων από τις οποίες προέκυψε η παραπάνω κίνηση είναι:

$\chi_1 = 0,3\ ημ(504\pi\ t)$ (SI) και $\chi_2 = 0,3\ ημ(496\pi\ t)$ (SI)

γ. Από την εξίσωση της ταλάντωσης που μας δίνεται: $\chi = 0,6\ συν(4\pi t)\ ημ(500\pi t)$ (SI) παίρνουμε:

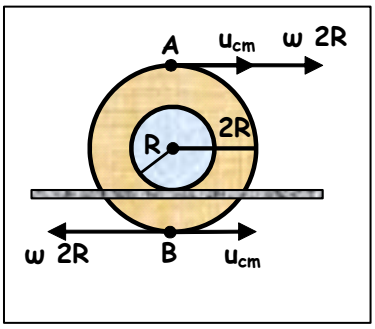
$\omega = 500\pi\ rad/s \rightarrow \frac{2\pi}{T} = 500\pi\ rad/s \rightarrow T = \frac{2\pi}{500\pi}\ s \rightarrow \mathbf{T = \frac{1}{250}\ s}$

Η συχνότητα με την οποία μηδενίζεται το πλάτος της ταλάντωσης (συχνότητα διακροτήματος) είναι: $f_\delta = f_1 - f_2 = \frac{\omega_1}{2\pi} - \frac{\omega_2}{2\pi} \rightarrow \mathbf{f_\delta = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\pi} = 4\ Hz}$.

3. Σωστό το γ.

Επειδή το καρούλι κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει η ταχύτητα του σημείου Α είναι:

- λόγω μεταφορικής κίνησης : $u_{cm} = \omega R$, αφού το καρούλι εφάπτεται στη ράγα με την εσωτερική του επιφάνεια ακτίνας R,
- λόγω περιστροφικής κίνησης: $u = \omega\ 2R$ αφού η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής είναι $r = 2R$.



Άρα το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Α λόγω της σύνθετης κίνησης θα είναι:

$\vec{u}_A = \vec{u}_{cm} + \vec{u} \rightarrow u_A = \omega R + 2\ \omega R \rightarrow \mathbf{u_A = 3\ \omega R}$

Για τους ίδιους λόγους το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Β λόγω της σύνθετης κίνησης θα είναι:

$\vec{u}_B = \vec{u}_{cm} + \vec{u} \rightarrow u_B = |u_{cm} - u| = |\omega R - 2\,\omega R| \rightarrow \mathbf{u_A = \omega R}$

Άρα ο ζητούμενος λόγος είναι: $\dfrac{\mathbf{u_B}}{\mathbf{u_A}} = \dfrac{\mathbf{\omega R}}{\mathbf{3\omega R}} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$

Θέμα 3ο

α. Οι δύο ΑΑΤ που εκτελεί ταυτόχρονα το σώμα έχουν:

- πλάτη: $A_1 = 2\sqrt{3}$ cm και $A_2 = 4$ cm,
- κυκλικές συχνότητες: $\omega_1 = \omega_2 = 3\pi$ rad/s ,
- διαφορά φάσης: $\varphi_2 - \varphi_1 = 3\pi t - (3\pi\, t + \dfrac{5\pi}{6}) \rightarrow \varphi = \dfrac{5\pi}{6}$ rad.

Επειδή οι δύο αρμονικές ταλαντώσεις που εκτελεί το σώμα γίνονται στην ίδια ευθεία, γύρω από το ίδιο σημείο και έχουν τις ίδιες συχνότητες η συνισταμένη κίνηση που εκτελεί το σώμα θα είναι ΑΑΤ με:

- κυκλική συχνότητα $\omega = 3\pi$ rad/s,
- πλάτος: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2\,A_1\,A_2\,\text{συν}\varphi} = \sqrt{12 + 16 + 16\sqrt{3}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \sqrt{4} \rightarrow \mathbf{A = 2\ cm,}$
- γωνία θ που προηγείται της ταλάντωσης με τη μικρότερη φάση:

$$\text{εφ}\theta = \frac{A_2\,\text{ημ}\varphi}{A_1 + A_2\,\text{συν}\varphi} = \frac{4\,\text{ημ}\dfrac{5\pi}{6}}{2\sqrt{3} + 4\,\text{συν}\dfrac{5\pi}{6}} = \frac{4\,\dfrac{1}{2}}{2\sqrt{3} + 4\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)} \rightarrow \text{εφ}\theta = \frac{2}{0} \rightarrow$$

$$\boldsymbol{\theta = \frac{\pi}{2}\ \text{rad}}$$

Άρα η εξίσωση της συνισταμένης ΑΑΤ θα είναι:

$$\mathbf{x = 2\ \text{ημ}(3\pi\ t + \frac{\pi}{2})\ (x\ \text{σε cm}).}$$

β. Για t = 2 s η ταχύτητα και η επιτάχυνση της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα μάζας m είναι:

$$x = 2\,\eta\mu(3\pi\,2 + \frac{\pi}{2}) = 2\,\eta\mu(6\pi + \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbf{x = 2\ cm = 2\ 10^{-2}\ m}$$

$$u = \omega\,A\,\sigma\upsilon\nu(3\pi\,2 + \frac{\pi}{2}) = 3\pi\,2\,\sigma\upsilon\nu(6\pi + \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbf{u = 0}$$

$$\alpha = -\,\omega^2\,A\,\eta\mu(3\pi\,2 + \frac{\pi}{2}) = -\,9\pi^2\,2\,\eta\mu(6\pi + \frac{\pi}{2}) \rightarrow$$

$$\mathbf{\alpha = -\,180\ cm/s^2 = -\,1{,}8\ m/s^2}$$

γ. Εφαρμόζω ΑΔΕΤ για την ΑΑΤ του σώματος μάζας m:

$$K + U = E_{o\lambda} \xrightarrow{K = 3U} 3U + U = E_{o\lambda} \rightarrow 4\,\frac{1}{2}\,D\,x^2 = \frac{1}{2}\,D\,A^2 \rightarrow x^2 = \frac{A^2}{4} \rightarrow$$

$$\mathbf{x = \pm\,\frac{A}{2} = \pm\,1\ cm}\ .$$

<u>Θέμα 4ο</u>

α. Από την εξίσωση της απομάκρυνσης των ταλαντώσεων των δύο πηγών παίρνουμε:

$$\mathbf{A = 2\ mm = 2\ 10^{-3}\ m}$$

$$\mathbf{\omega = 5\pi\ rad/s} \rightarrow 2\pi\,f = 5\pi \rightarrow \mathbf{f = \frac{5}{2}\ Hz = 2{,}5\ Hz\ \text{και}\ T = \frac{2}{5}\ s = 0{,}4\ s}$$

Η ταχύτητα διάδοσης των παραγόμενων αρμονικών κυμάτων είναι:

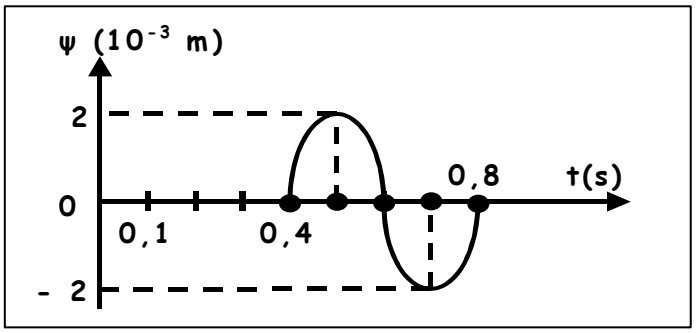
$$u = \frac{r_1}{t_1} = \frac{4}{0{,}4} \rightarrow \mathbf{u = 10\ m/s}\ .\ \text{Όμως}\ u = \lambda\,f \rightarrow \lambda = \frac{u}{f} \rightarrow \mathbf{\lambda = 4\ m.}$$

β. Το κύμα από την πηγή Π_1 θα φθάσει στο σημείο Σ τη χρονική στιγμή: $\mathbf{t_1 = 0{,}4\ s}$, ενώ το κύμα από την πηγή Π_2 τη χρονική στιγμή $t_2 = (t_1 + \Delta t) \rightarrow \mathbf{t_2 = 0{,}8\ s}$. Άρα:

Από (0 – 0,4) s στο σημείο Σ δεν έχει φθάσει κανένα από τα δύο κύματα, οπότε ο φελλός θα παραμένει ακίνητος.

Από (0,4 – 0,8) s στο σημείο Σ έχει φθάσει μόνο το κύμα από την πηγή Π_1 , οπότε ο φελλός θα κάνει ΑΑΤ με εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας του:

$$\psi = A\ \eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) \rightarrow \psi = 2\ 10^{-3}\ \eta\mu(5\ \pi\ t - 2\pi) \quad \text{(SI)}$$



δ. **Για t_3 = 1,2 s** η ταχύτητα ταλάντωσης του φελλού είναι:

$$u_3 = \omega\ 2A\ \text{συν}\pi\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\ \text{συν}2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) = 5\pi\ 4\ 10^{-3}\ \text{συν}\pi\ \text{συν}(5\pi\ 1{,}2 - 3\pi) \rightarrow$$

$$u_3 = 2\ \pi\ 10^{-2}\ (-1)\ \text{συν}(3\pi) \rightarrow \mathbf{u_3 = -\ 2\pi\ 10^{-2}\ (-\ 1) = 2\pi\ 10^{-2}\ m/s}.$$

ε. Για να επιτυγχάνεται στο σημείο Σ συμβολή με απόσβεση πρέπει να ισχύει:

$$|r_1 - r_2| = (2N + 1)\ \frac{\lambda'}{2}\ \ (N = 0, 1, 2, 3, ...) \xrightarrow{u = \lambda' f'} |r_1 - r_2| = (2N + 1)\ \frac{u}{2\ f'} \rightarrow$$

$$f' = (2N + 1)\ \frac{u}{2\,|r_1 - r_2|} \xrightarrow{N = 0} \mathbf{f'_{min} = \frac{u}{2\,|r_1 - r_2|} = \frac{10}{8} = 1{,}25\ Hz}.$$