

ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α'

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

- A.** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής:
- 1)** Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν κάποια στιγμή το μέτρο της ταχύτητάς του αυξάνεται, τότε τη στιγμή αυτή το σώμα
- έχει θετική επιτάχυνση.
  - πλησιάζει τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.
  - έχει δυναμική ενέργεια ίση με την κινητική του.
  - δέχεται δύναμη επαναφοράς της οποίας το μέτρο είναι μέγιστο.
- (Μονάδες 3)**
- 2)** Αν σε κύκλωμα αμείωτων ηλεκτρικών ταλαντώσεων υποδιπλασιάσουμε το φορτίο του πυκνωτή τότε
- η μέγιστη ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα διπλασιάζεται.
  - η ολική ενέργεια του κυκλώματος υποδιπλασιάζεται.
  - η συχνότητα των ταλαντώσεων διατηρείται σταθερή.
  - η περίοδος των ταλαντώσεων υποδιπλασιάζεται.
- (Μονάδες 3)**
- 3)** Ένα μικρό σώμα αναγκάζεται να συμμετέχει ταυτόχρονα σε δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις οι οποίες εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και έχουν την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις των ταλαντώσεων είναι  $x_1 = 0,03\sqrt{3}\eta\mu\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  (S.I.) και  $x_2 = 0,03 \cdot \eta\mu\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (S.I.). Τότε η συνισταμένη κίνηση του σώματος είναι απλή αρμονική ταλάντωση με
- πλάτος 0,03 m και αρχική φάση  $\frac{\pi}{6}$ .
  - πλάτος 0,06 m και αρχική φάση  $\frac{\pi}{6}$ .
  - πλάτος  $0,03\sqrt{3}$  m, χωρίς αρχική φάση.
  - πλάτος 0,06 m, χωρίς αρχική φάση.
- (Μονάδες 3)**
- 4)** Η εξίσωση ενός αρμονικού κύματος είναι  $y = 2 \cdot \eta\mu\left(50\pi t - \frac{\pi x}{2}\right)$ . (Το t σε s, το x σε m και το y σε cm).
- Το μήκος κύματος του κύματος είναι 2 m.
  - Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου είναι 1 m/s.
  - Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι 100 m/s.
  - Το πλάτος του κύματος μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο, με συχνότητα 25 Hz.
- (Μονάδες 3)**
- 5)** Κατά μήκος μιας χορδής δημιουργείται στάσιμο κύμα. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι λάθος;

- α) Αν μεταβληθεί η συχνότητα ταλάντωσης των σωματίων της χορδής, η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών παραμένει σταθερή.
- β) Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του κάθε σωματίου της χορδής είναι ανεξάρτητη από το χρόνο.
- γ) Τα σωματίδια της χορδής που βρίσκονται ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς δεσμούς έχουν την ίδια φάση ταλάντωσης.
- δ) Υπάρχουν χρονικές στιγμές κατά τις οποίες η χορδή είναι ευθύγραμμη.

(Μονάδες 3)

- B.** Η σχέση  $E = 30 \cdot \eta \mu 2\pi(6 \cdot 10^{14}t - 2 \cdot 10^6x)$  (S.I.) είναι δυνατό να περιγράψει την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ενός αρμονικού ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται στο κενό; Αν ναι, πόσο θα είναι το πλάτος της έντασης του μαγνητικού πεδίου του κύματος αυτού;

(Μονάδες 10)

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

- A.** Τι ονομάζουμε στάσιμο κύμα; Να γραφεί και να αποδειχτεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος. (Μονάδες 6)
- B.** Να χαρακτηρίσετε τους παρακάτω συλλογισμούς σαν «Σωστό» ή «Λάθος». Ο χαρακτηρισμός που θα δοθεί να συνοδεύεται από σύντομη αιτιολόγηση.
- 1) Ένα σύστημα ελατηρίου σταθεράς  $k = 20\pi^2$  N/m και μάζας  $m = 0,2$  kg τίθεται σε εξαναγκασμένη ταλάντωση. Αν είναι  $A_1$  και  $A_2$  τα πλάτη της ταλάντωσης για δύο διαφορετικές τιμές της περιόδου του διεγέρτη  $T_1 = 1$  s και  $T_2 = 0,5$  s αντίστοιχα, τότε  $A_1 < A_2$ . (Η σταθερά απόσβεσης  $b$  του συστήματος έχει μικρή τιμή).
  - 2) Μια μονοχρωματική ακτίνα φωτός εισέρχεται από τον αέρα σε ακίνητη σφαιρική σταγόνα νερού, υπό γωνία πρόσπτωσης  $\theta_a = \frac{\pi}{4}$ . Τότε η ακτίνα θα υποστεί ολική εσωτερική ανάκλαση. (Ο δείκτης διάθλασης του νερού είναι  $n = \sqrt{2}$ ). (Μονάδες 6)
- Γ.** Σε ποιο μέγεθος φθίνουσών μηχανικών ταλαντώσεων αντιστοιχεί η αντίσταση  $R$  ενός κυκλώματος ηλεκτρικών ταλαντώσεων; Αν σ' ένα κύκλωμα που εκτελεί φθίνουσες ηλεκτρικές ταλαντώσεις αυξηθεί η ωμική αντίσταση από  $R_1$  σε  $R_2$ , θα επηρεαστεί η συχνότητα της ταλάντωσης; Να γίνει, σε κοινό διάγραμμα, γραφική παράσταση του μέγιστου φορτίου το πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο για τις δύο αυτές τιμές της αντίστασης. (Μονάδες 7)

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Ένα ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων περιλαμβάνει πυκνωτή χωρητικότητας  $C = 2 \mu\text{F}$  και πηνίο συντελεστή αυτεπαγωγής  $L = 20 \text{ mH}$ , τα οποία συνδέονται μέσω διακόπτη. Ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με φορτίο  $Q = 20 \mu\text{C}$  και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  κλείνουμε το διακόπτη. Να βρεθούν:

- α) Η περίοδος των ηλεκτρικών ταλαντώσεων του κυκλώματος. (Μονάδες 4)
- β) Η σχέση της έντασης του ρεύματος με το χρόνο, η οποία να παρασταθεί γραφικά. (Μονάδες 6)

**ΘΕΤΙΚΟ****Φροντιστήριο**

- γ)** Ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικές μεγιστοποιήσεις της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου. **(Μονάδες 7)**
- δ)** Ο ρυθμός μεταβολής της τάσης του πυκνωτή τη στιγμή κατά την οποία η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι τριπλάσια από την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου. **(Μονάδες 8)**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δύο σύγχρονες πηγές εγκάρσιων κυμάτων  $O_1$  και  $O_2$  απέχουν απόσταση  $d = 4$  m και παράγουν στην επιφάνεια ενός αρχικά ήρεμου υγρού αρμονικά κύματα πλάτους  $A = 2$  cm και συχνότητας  $f = 2$  Hz. Τα κύματα διαδίδονται με ταχύτητα  $u = 12$  m/s. Σ' ένα σημείο  $\Sigma$  της επιφάνειας του υγρού το οποίο είναι πάνω στην κάθετο στο ευθύγραμμο τμήμα  $O_1O_2$ , στο σημείο  $O_2$  και σε απόσταση  $x_2 = 3$  m από το  $O_2$ , επιπλέει μικρό κομμάτι φελλού.

- α)** Αν θεωρήσουμε ότι οι πηγές άρχισαν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , να βρεθεί η απομάκρυνση του φελλού από τη θέση της ισορροπίας του τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 0,2$  s,  $t_2 = \frac{7}{24}$  s και  $t_3 = 0,75$  s. **(Μονάδες 6)**
- β)** Να γίνει γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του φελλού από τη θέση της ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. **(Μονάδες 8)**
- γ)** Να βρεθούν οι σχέσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του φελλού σε συνάρτηση με το χρόνο, όταν αυτός εκτελεί ταλαντώσεις που οφείλονται και στα δύο κύματα. **(Μονάδες 8)**
- δ)** Σε ποια σημεία του ευθύγραμμου τμήματος  $O_1O_2$  θα μπορούσε να τοποθετηθεί ένας άλλος μικρός φελλός ώστε να παραμένει ακίνητος; **(Μονάδες 8)**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ****ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

- A.** 1)  $\rightarrow \beta$     2)  $\rightarrow \gamma$     3)  $\rightarrow \delta$     4)  $\rightarrow \gamma$     5)  $\rightarrow \alpha$
- B.** Συγκρίνοντας τη δοσμένη σχέση  $E = 30 \cdot \eta \mu 2\pi (6 \cdot 10^{14} t - 2 \cdot 10^6 x)$  με την

$$E = E_{\max} \cdot \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \text{ έχουμε: } E_{\max} = 30 \frac{\text{N}}{\text{C}}, \quad \frac{t}{T} = 6 \cdot 10^{14} t \rightarrow T = \frac{1}{6} \cdot 10^{-14} \text{ s} \text{ ή}$$

$$f = \frac{1}{T} = 6 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \text{ και } \frac{x}{\lambda} = 2 \cdot 10^6 x \rightarrow \lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}.$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι

$$u = \lambda \cdot f = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot 6 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} \rightarrow u = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}. \text{ Επειδή } u = c, \text{ η εξίσωση που δόθηκε μπορεί να περιγραφεί ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό.}$$

$$\text{Ισχύει } \frac{E_{\max}}{B_{\max}} = c \rightarrow B_{\max} = \frac{E_{\max}}{c} = \frac{30 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow \boxed{B_{\max} = 10^{-7} \text{ T}}.$$

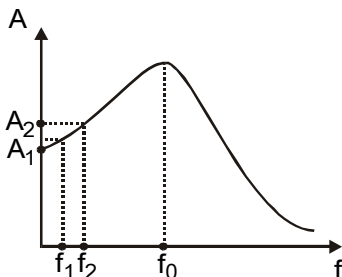
**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

**A.** Βλ. Σχολικό Βιβλίο, σελ. 52 και 53.

**B. 1)** Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος είναι

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{20\pi^2}{0,2}} \text{ Hz} \rightarrow f_0 = 5 \text{ Hz} .$$

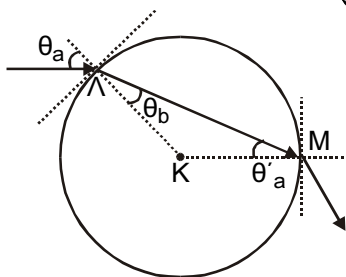
Όταν έχουμε εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητά της είναι ίδια με τη συχνότητα του διεγέρτη, άρα οι δύο διαφορετικές συχνότητες ταλάντωσης θα είναι  $f_1 = \frac{1}{T_1} = 1 \text{ Hz}$  και  $f_2 = \frac{1}{T_2} = 2 \text{ Hz}$ . Επειδή η σταθερά απόσβεσης  $b$  έχει μικρή τιμή, ο συντονισμός (μεγιστοποίηση του πλάτους  $A$  της ταλάντωσης) επέρχεται όταν η συχνότητα του διεγέρτη  $f$  γίνεται πρακτικά ίση με την  $f_0$ . Η γραφική παράσταση πλάτους ( $A$ ) – συχνότητας ( $f$ ) φαίνεται στο επόμενο σχήμα, όπου έχουν σημειωθεί οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$  και τα αντίστοιχα πλάτη  $A_1$  και  $A_2$ .



Είναι φανερό ότι αφού  $f_1 < f_2 < f_0$ , για τα αντίστοιχα πλάτη θα ισχύει  $A_1 < A_2$ . Άρα ο συλλογισμός είναι ΣΩΣΤΟΣ.

**2)** Σύμφωνα με το νόμο του Snell, ισχύει:

$$\frac{\eta\mu\theta_a}{\eta\mu\theta_b} = n \rightarrow \eta\mu\theta_b = \frac{\eta\mu\theta_a}{n} \rightarrow \eta\mu\theta_b = \frac{\eta\mu \frac{\pi}{4}}{n} = \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \rightarrow \eta\mu\theta_b = \eta\mu \frac{\pi}{6} .$$



Επειδή η  $\theta_b$  είναι οξεία γωνία, θα έχουμε  $\theta_b = \frac{\pi}{6}$ .

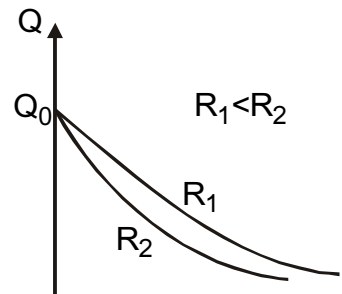
Το τρίγωνο ΚΛΜ είναι ισοσκελές, άρα και  $\theta'_a = \frac{\pi}{6}$ .

Για τη μετάβαση της ακτίνας από τον αέρα στο γυαλί η κρίσιμη γωνία βρίσκεται

από τη σχέση:  $\eta\mu\theta_c = \frac{n_{\text{αερα}}}{n} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \eta\mu \frac{\pi}{4} \rightarrow \theta_c = \frac{\pi}{4}$

Επειδή  $\theta'_a < \theta_c$ , η ακτίνα δε θα υποστεί ολική ανάκλαση στο Μ και θα εξέλθει από τη σταγόνα. Άρα η πρόταση είναι ΛΑΘΟΣ.

- Γ. Η αντίσταση R αντιστοιχεί στη σταθερά απόσβεσης b των φθινουσών μηχανικών ταλαντώσεων. Όταν αυξάνεται η αντίσταση στο κύκλωμα, αυξάνεται η περίοδος των ηλεκτρικών ταλαντώσεων, επομένως μειώνεται η συχνότητά τους. Η ζητούμενη γραφική παράσταση, έχει τη μορφή του επόμενου σχήματος.



### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

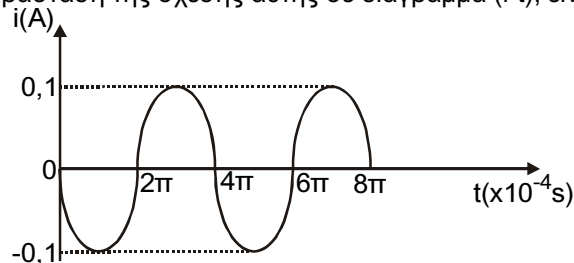
- Α. Η περίοδος δίνεται από τη σχέση:  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ . Αντικαθιστώντας στη σχέση αυτή όπου  $C = 2 \mu\text{F} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$  και  $L = 20 \text{ mH} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ H}$  βρίσκουμε:  $T = 4\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .

- β) Ισχύει  $\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ . Με αντικατάσταση έχουμε:

$$\omega = 5 \cdot 10^3 \text{ rad/s}. \text{ Επίσης } I = \omega \cdot Q \rightarrow I = 5 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ A} \rightarrow I = 0,1 \text{ A}.$$

Επειδή τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το φορτίο του πυκνωτή είναι μέγιστο, η εξίσωση μεταβολής του ρεύματος είναι της μορφής:  $i = -I \cdot \eta\mu\omega t$  ή  $i = -0,1 \cdot \eta\mu(5000t)$  (S.I.)

Η γραφική παράσταση της σχέσης αυτής σε διάγραμμα (i-t), είναι όπως στο σχήμα.



- γ) Η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι  $U_B = E \cdot \eta\mu^2\omega t$ , όπου E είναι η ολική ενέργεια της ταλάντωσης. Η ενέργεια αυτή γίνεται μέγιστη, ίση με E, όταν

$$\eta\mu^2\omega t = 1 \rightarrow \eta\mu\omega t = \pm 1 \rightarrow \frac{2\pi}{T} \cdot t = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \rightarrow t = \frac{k}{2} \cdot T + \frac{T}{4}, k \in \mathbb{Z}$$

Δύο διαδοχικές χρονικές στιγμές κατά τις οποίες έχουμε μεγιστοποίηση της  $U_B$  είναι

$$\eta t_k = \frac{k}{2} \cdot T + \frac{T}{4} \text{ και } \eta t_{k+1} = \frac{k+1}{2} \cdot T + \frac{T}{4}.$$

Ο ζητούμενος χρόνος είναι  $\Delta t = t_{k+1} - t_k \rightarrow \Delta t = \frac{T}{2}$ , οπότε:  $\Delta t = 2\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .

- δ) Έχουμε

$$\left. \begin{array}{l} U_B + U_E \\ \text{και} \\ U_E = 3 \cdot U_B \end{array} \right\} \rightarrow 4 \cdot U_B = E \rightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L \cdot I^2 \rightarrow i^2 = \frac{I^2}{4} \rightarrow i = \pm \frac{I}{2} \quad (1)$$

$$\text{Επίσης } \frac{\Delta V_C}{\Delta t} = \frac{\Delta \left( \frac{q}{C} \right)}{\Delta t} = \frac{1}{C} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{1}{C} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta t} \rightarrow \frac{\Delta V_C}{\Delta t} = \frac{1}{C} \cdot i \quad (2)$$

Με συνδυασμό των (1) και (2) προκύπτει

$$\frac{\Delta V_C}{\Delta t} = \pm \frac{I}{2C} \rightarrow \frac{\Delta V_C}{\Delta t} = \pm \frac{0,1 \text{ A}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \rightarrow \boxed{\frac{\Delta V_C}{\Delta t} = \pm 2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{s}}}$$

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

- α) Έστω  $x_1$  η απόσταση του φελλού από την πηγή  $O_1$ . Εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο  $O_1O_2\Sigma$ , έχουμε:

$$O_1\Sigma^2 = O_1O_2^2 + O_2\Sigma^2 \rightarrow x_1^2 = d^2 + x_2^2 \rightarrow x_1 = \sqrt{d^2 + x_2^2}.$$

Με αντικατάσταση:  $x_1 = 5 \text{ m}$ .

Το κύμα από την πηγή  $O_1$  φθάνει στο  $\Sigma$  τη χρονική στιγμή  $t_{01} = \frac{x_1}{u} = \frac{5}{12} \text{ s}$  και το

κύμα από την  $O_2$  φθάνει στο  $\Sigma$  τη χρονική στιγμή  $t_{02} = \frac{x_2}{u} = 0,25 \text{ s}$ .

Έτσι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,2 \text{ s}$  στο  $\Sigma$  δεν έχει φθάσει κανένα κύμα (διότι  $t_1 < t_{01}$  και  $t_1 < t_{02}$ ) και ο φελλός δεν έχει ξεκινήσει ακόμη την ταλάντωσή του. Άρα η απομάκρυνσή του είναι  $\boxed{y_1 = 0}$ .

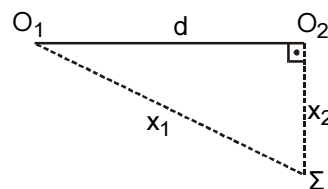
Τη χρονική στιγμή  $t_2$  έχει φθάσει στο  $\Sigma$  μόνο το κύμα που προέρχεται από την πηγή  $O_2$  (αφού  $t_{02} < t_2 < t_{01}$ ). Επομένως η απομάκρυνση του φελλού θα υπολογιστεί από την εξίσωση του κύματος της πηγής  $O_2$ . Δηλ.  $y_2 = A \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t_2}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)$  (1)

όπου  $T = \frac{1}{f} = 0,5 \text{ s}$  και επειδή  $u = \lambda \cdot f \rightarrow \lambda = \frac{u}{f} \rightarrow \lambda = 6 \text{ m}$ .

Αντικαθιστώντας στην (1) έχουμε:  $y_2 = 2 \text{ cm} \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{7/24}{0,5} - \frac{3}{6} \right)$ , απ' όπου προκύ-

πτει:  $y_2 = 2 \text{ cm} \cdot \eta\mu \frac{\pi}{6} \rightarrow \boxed{y_2 = 1 \text{ cm}}$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_3 = 0,75 \text{ s}$  έχουν φθάσει στο  $\Sigma$  τα κύματα και των δύο πηγών γιατί  $t_3 > t_{01} > t_{02}$ . Επομένως ο φελλός έχει αρχίσει να εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση



ση  $y = A' \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} \right)$ , όπου  $A' = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x_1 - x_2}{2\lambda}$ . Έτσι προκύπτει:

$$A' = 2 \cdot 2 \text{ cm} \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{5-3}{2 \cdot 6} = 4 \text{ cm} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{3} \rightarrow A' = 2 \text{ cm} \text{ και}$$

$$y = 2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{0,5} - \frac{5+3}{2 \cdot 6} \right) \rightarrow y = 2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( 2t - \frac{2}{3} \right) \text{ (Το } t \text{ σε s, το } y \text{ σε cm).}$$

Για τη χρονική στιγμή  $t_3 = 0,75 \text{ s}$ . Βρίσκουμε:

$$y_3 = 2 \text{ cm} \cdot \eta\mu 2\pi \left( 2 \cdot 0,75 - \frac{2}{3} \right) \rightarrow y_3 = 2 \text{ cm} \cdot \eta\mu \frac{5\pi}{3} \rightarrow \boxed{y_3 = -\sqrt{3} \text{ cm}}.$$

**β)** Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ως τη χρονική στιγμή  $t_{02} = 0,25 \text{ s}$  ο φελλός είναι ακίνητος, δηλ. η απομάκρυνσή του είναι μηδέν.

Από τη χρονική στιγμή  $t_{02} = 0,25 \text{ s}$  ως τη χρονική στιγμή  $t_{01} = \frac{5}{12} \text{ s}$  εκτελεί ταλά-

ντωση με εξίσωση  $y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) \rightarrow y = 2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( 2t - \frac{1}{2} \right)$  (2) και για χρονι-

κές στιγμές μεγαλύτερες των  $\frac{5}{12} \text{ s}$ , η ταλάντωση του έχει εξίσωση

$$y = A' \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} \right) \rightarrow y = 2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( 2t - \frac{2}{3} \right)$$
 (3). Συνοπτικά έχουμε:

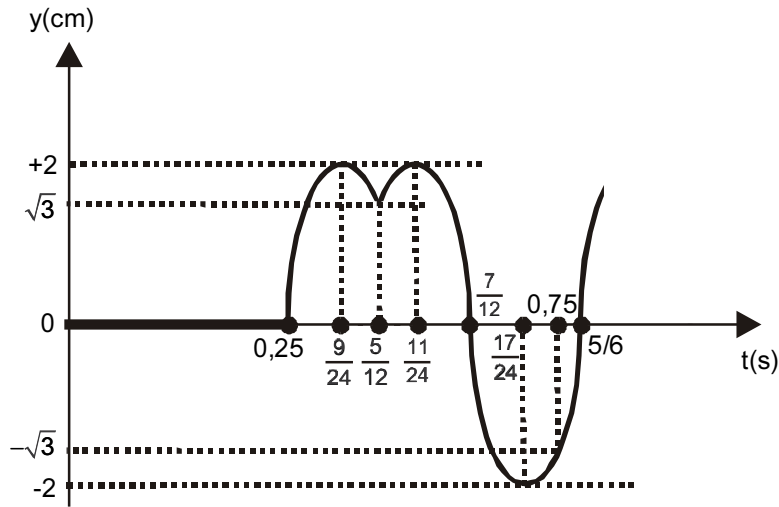
$$y = \left\{ \begin{array}{ll} 0, & 0 \leq t < 0,25 \text{ s} \\ 2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( 2t - \frac{1}{2} \right), & 0,25 \text{ s} \leq t < \frac{5}{12} \text{ s} \\ 2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( 2t - \frac{2}{3} \right), & t \geq \frac{5}{12} \text{ s} \end{array} \right\} \text{ (Το } t \text{ σε s, το } y \text{ σε cm).}$$

Ειδικά, για  $t = \frac{5}{12} \text{ s}$  η (2) δίνει:  $y = 2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( 2 \cdot \frac{5}{12} - \frac{1}{2} \right) \rightarrow y = \sqrt{3} \text{ cm}$  ενώ η (3):

$$y = 2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( 2 \cdot \frac{5}{12} - \frac{2}{3} \right) \rightarrow y = \sqrt{3} \text{ cm}, \text{ επίσης.}$$

Θα έχουμε  $y = +2 \text{ cm}$  για πρώτη φορά, μετά τη χρονική στιγμή  $\frac{5}{12} \text{ s}$  όταν

$$2\pi \left( 2t - \frac{2}{3} \right) = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = \frac{11}{24} \text{ s}. \text{ Η ζητούμενη γραφική παράσταση θα έχει τη μορφή}$$



γ) Έχουμε  $v_{\max} = \omega \cdot A' = 2\pi f \cdot A' \rightarrow v_{\max} = 8\pi \text{ cm/s}$ .

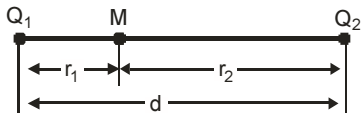
Άρα η εξίσωση της ταχύτητας είναι:

$$v = v_{\max} \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} \right) \rightarrow v = 8\pi \cdot \eta\mu 2\pi \left( 2t - \frac{2}{3} \right) \quad (\text{το } t \text{ σε s, το } v \text{ σε cm/s}).$$

Επίσης  $a_{\max} = \omega^2 \cdot A' = 4\pi^2 \cdot f^2 \cdot A' \rightarrow a_{\max} = 32\pi^2 \text{ cm/s}^2$ .

Ισχύει:  $a = -a_{\max} \cdot \eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda} \right) \rightarrow a = -32\pi^2 \cdot \eta\mu 2\pi \left( 2t - \frac{2}{3} \right)$  (το  $t$  σε s, το  $a$  σε  $\text{cm/s}^2$ ).

δ) Έστω  $M$  ένα σημείο, το οποίο απέχει απόσταση  $r_1$  από το  $O_1$  και  $r_2$  από το  $O_2$ , στο οποίο αν τοποθετηθεί ο φελλός, παραμένει ακίνητος. (Δηλ. στη θέση αυτή παρατηρείται απόσβεση).



$$\left. \begin{aligned} r_1 + r_2 &= d \quad \text{και} \\ \text{Έχουμε: } r_1 - r_2 &= (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned} \right\}$$

Με πρόσθεση κατά μέλη των παραπάνω σχέσεων, προκύπτει  $2r_1 = d + (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  ή  $r_1 = \frac{d}{2} + (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

Με αντικατάσταση των τιμών  $d = 4 \text{ m}$  και  $\lambda = 6 \text{ m}$ , βρίσκουμε:

$$r_1 = [2 + (2k + 1) \cdot 1,5] \text{ m}, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (4)$$

$$\text{Αφού } 0 \leq r_1 \leq d \rightarrow 1 \leq 2 + (2k + 1) \cdot 1,5 \leq 4 \rightarrow -\frac{7}{6} \leq k \leq \frac{1}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Οι τιμές του  $k$  που ικανοποιούν τη σχέση αυτή είναι  $k = -1$  και  $k = 0$ .

Αντικαθιστώντας στην (4), έχουμε:

$$\text{Για } k = -1 \rightarrow r_1 = 0,5 \text{ m} \quad \text{και για } k = 0 \rightarrow r_1 = 3,5 \text{ m}.$$

Επιμέλεια: Δημάρατος Δημήτρης