

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ

Ον/μο:.....  
Υλη: Στερεό

Γ' Λυκείου  
Θετ.-Τεχν Κατ.  
**12-2-12**

### **Θέμα 1º:**

1. Δίσκος ακτίνας  $R=0,2\text{m}$  κυλά χωρίς ολίσθηση από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου. Αν το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου αυξάνεται κατά  $20\text{rad/s}$  κάθε  $s$  τότε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του τροχού :
- α)** μειώνεται κατά  $20\text{m/s}$  στο  $s$
  - β)** μειώνεται κατά  $100\text{m/s}$  στο  $s$
  - γ)** αυξάνεται κατά  $20\text{m/s}$  στο  $s$
  - δ)** αυξάνεται κατά  $4\text{m/s}$  στο  $s$

**(Μονάδες 5)**

2. Ένας αρχικά ακίνητος τροχός ακτίνας  $R$  αρχίζει να κυλά χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο δάπεδο με  $\alpha_{\gammaων}$  σταθερή. Αν την  $t_1$  ο τροχός στρέφεται με  $\omega_1$  τότε τη στιγμή  $t_2=2t_1$  το ανώτατο σημείο του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου :
- α)**  $\omega_1 R$
  - β)**  $2\omega_1 R$
  - γ)**  $4\omega_1 R$
  - δ)**  $8\omega_1 R$

**(Μονάδες 5)**

3. Αθλητής καταδύσεων εγκαταλείπει την εξέδρα με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0$ . Στη συνέχεια μαζεύει χέρια και πόδια στο στήθος οπότε αποκτά γωνιακή ταχύτητα  $\frac{8}{5}\omega_0$ . Η ροπή αδράνειας του αθλητή ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι :

- α)**  $\frac{I_0}{8}$
- β)**  $5I_0$
- γ)**  $\frac{5}{8}I_0$
- δ)**  $8I_0$

**(Μονάδες 5)**

4. Τροχός μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$  κυλά σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς ολίσθηση και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του ισούται με  $\vec{v}$ . Οι ακτίνες του έχουν αμελητέα μάζα. Η κινητική ενέργεια του τροχού υπολογίζεται από τον τύπο :

- α)**  $\frac{1}{2}Mu^2$
- β)**  $Mu^2$
- γ)**  $\frac{1}{4}Mu^2$
- δ)**  $2Mu^2$

**(Μονάδες 5)**

**5. Χαρακτήρισε με Σ ή Λ τις προτάσεις :**

- α)** Σε δίσκο που κυλά χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο δάπεδο, το μέτρο της ταχύτητας, λόγω μεταφορικής κίνησης, ενός τυχαίου σημείου που δεν ανήκει στην περιφέρειά του είναι ίσο με  $\omega R$
- β)** Αν αυξηθεί η ροπή αδράνειας ενός συστήματος, στο οποίο δεν ενεργούν εξωτερικές ροπές, τότε η κινητική του ενέργεια θα μειωθεί .
- γ)** Όσο πιο μακριά από τον άξονα περιστροφής κατανέμεται η μάζα ενός σώματος τόσο μικρότερη ροπή αδράνειας έχει αυτό το σώμα .
- δ)** Διαθέτουμε ένα δίσκο και ένα τροχό ίδιας μάζας και ίδιας ακτίνας που μπορούν να περιστρέφονται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας τους . Ασκούμε εφαπτομενικά σ' αυτούς δύναμη ίδιου μέτρου οπότε μεγαλύτερη επιτάχυνση αποκτά ο τροχός .
- ε)** Όταν σε ένα στερεό που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα ενεργεί σταθερή ροπή τότε αυξάνεται με σταθερό ρυθμό η στροφορμή του στερεού .

(Μονάδες 5)

**Θέμα 2<sup>ο</sup>:**

**1. Τροχαλία : μάζα M , ακτίνα R**

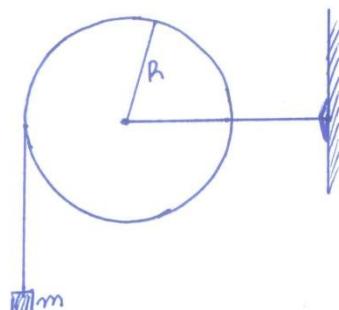
$$\Sigma \text{ώμα : μάζα } m = \frac{M}{4}$$

$$I_{cm}(\text{τροχ}) = \frac{1}{2} MR^2$$

Την  $t=0$  αφήνω το σώμα ελεύθερο .

Να βρεθεί αν το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τροχαλία από τον άξονά της είναι :

**α)  $\frac{5Mg}{4}$  , β)  $\frac{4Mg}{3}$  , γ)  $\frac{8Mg}{7}$  , δ)  $\frac{7Mg}{6}$**

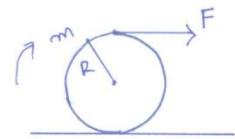
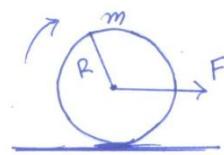


(Μονάδες 3)

Να αιτιολογηθεί η απάντησή σας

(Μονάδες 5)

2. Οι σφαίρες κυλάνε χωρίς ολίσθηση ξεκινώντας από την ηρεμία .Στη (1) η δύναμη F ασκείται στο κέντρο μάζας ενώ στη (2) ασκείται εφαπτομενικά στο ανώτερο σημείο της .Είναι



$$I_{cm} = \frac{2}{5}mR^2 . \text{Οι ρυθμοί μεταβολής της στροφορμής}$$

Για τις δύο σφαίρες έχουν μέτρα που ικανοποιούν τη σχέση

$$\alpha) \frac{dL_2}{dt} = 2 \frac{dL_1}{dt} \quad \beta) \frac{dL_2}{dt} = 5 \frac{dL_1}{dt} \quad \gamma) \frac{dL_2}{dt} = 4 \frac{dL_1}{dt}$$

(Μονάδες 3)

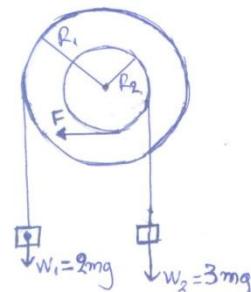
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

(Μονάδες 6)

3. Διπλή τροχαλία ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιας δύναμης F μέτρου F=2mg όπως φαίνεται στο σχήμα .Το πηλίκο των ακτινών

$$\frac{R_1}{R_2} \text{ ισούται με :}$$

$$\alpha) 2,5 \quad \beta) 4 \quad \gamma) 5 \quad \delta) 4,5$$



(Μονάδες 3)

(Μονάδες 5)

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

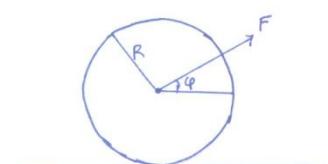
### Θέμα 3º:

Κύλινδρος μάζας M=5Kg και R=0,4m μπορεί να κυλά χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο δάπεδο,

$$\left( I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2 \right) . \text{Την } t=0 \text{ ασκείται στο κέντρο}$$

μάζας του σταθερή δύναμη F=25N που σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα . (ημφ=0,8) ,(συνφ=0,6) .

Ο κύλινδρος ξεκινά να κυλά και μόλις που δεν ολισθαίνει σ' αυτόν .



Να υπολογίσετε :

- α)** την γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου **(Μονάδες 6)**
- β)** το συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου –δαπέδου **(Μονάδες 6)**
- γ)** την κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής την στιγμή  $t_1$  όπου έχει κάνει  $\frac{20}{\Pi}$  στροφές **(Μονάδες 6)**
- δ)** την ισχύ της δύναμης  $F$  την  $t_2=5s$  **(Μονάδες 7)**

#### **Θέμα 4<sup>ο</sup>:**

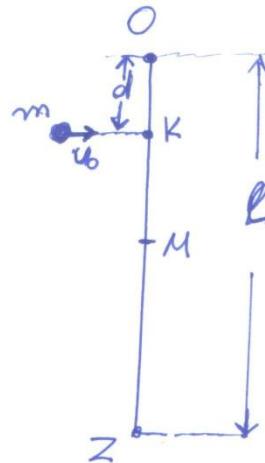
Ράβδος  $OZ$  μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το  $O$  και είναι κάθετη σ' αυτή . Είναι  $M=18kg$  και  $l=2m$  ,

$$I_{ραβδού} = \frac{1}{12} M l^2 . \text{Σώμα μάζας } m=4kg$$

κινείται οριζόντια και έχει στροφορμή

$$L_m = 125kg \frac{m^2}{s} \text{ ως προς τον άξονα}$$

περιστροφής της ράβδου . Συγκρούεται πλαστικά μ' αυτή στο σημείο  $K$  που απέχει  $d=0,5m$  από το  $O$  .



- α.** Να υπολογιστεί το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω της ράβδου αμέσως μετά την κρούση . **(Μονάδες 6)**
- β.** Να βρείτε την απώλεια ενέργειας εξαιτίας της κρούσης . **(Μονάδες 6)**
- γ.** Να βρείτε το μέτρο της στροφορμής της ράβδου την στιγμή που το σύστημα φτάνει στην οριζόντια θέση . **(Μονάδες 6)**
- δ.** Να εξετάσετε αν η ράβδος θα εκτελέσει ανακύκλωση . **(Μονάδες 7)**
- (Μονάδες )**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

### Θέμα 1<sup>ο</sup>:

1. δ    2. γ    3. γ    4. β    5. α) Σ    β) Σ    γ) Λ    δ) Λ    ε) Λ

### Θέμα 2<sup>ο</sup>:

1. Σωστή απάντηση είναι το δ.

Ισχύει  $\alpha = \alpha_{\sigma\omega\nu} = \alpha_{\varepsilon\pi\tau} \Rightarrow \alpha = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R$  (1)

•  $\Sigma F = m \cdot \alpha \Rightarrow w - T = m \cdot \alpha \Rightarrow$

$$mg - T = m \cdot \alpha \Rightarrow \frac{M}{4}g - T = \frac{M}{4} \cdot \alpha \quad (2)$$

• Για την τροχαλία :

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} T \cdot R = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \frac{\alpha}{R} \Rightarrow$$

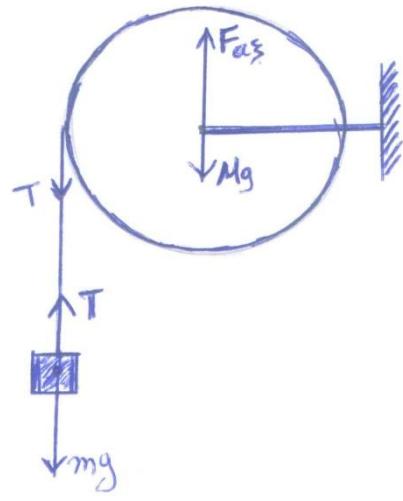
$$T = \frac{1}{2}M\alpha \quad (3)$$

$$\text{Από (2)+(3)} \Rightarrow \frac{M}{4}g - T + T = \frac{M}{4}\alpha + \frac{M}{2}\alpha \Rightarrow \frac{M}{4}g = \frac{3}{4}M\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{g}{3}$$

$$\text{Από (3)} \Rightarrow T = \frac{1}{2}M \frac{g}{3} \Rightarrow T = \frac{Mg}{6}$$

Επειδή η τροχαλία μεταφορικά ισορροπεί θα ισχύει :

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\alpha\xi} - w - T = 0 \Rightarrow F_{\alpha\xi} = w + T = Mg + \frac{Mg}{6} \Rightarrow F_{\alpha\xi} = \frac{7}{6}Mg$$



### 2. Σωστή απάντηση η (α)

Για την πρώτη σφαίρα :

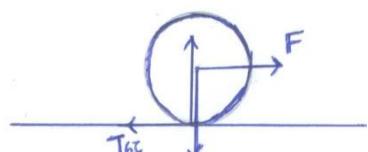
•  $\Sigma F = m \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow F - T_{\sigma\tau} = m \cdot \alpha_{cm}$  (1)

•  $\Sigma \tau = I \cdot \alpha \gamma \omega \nu \Rightarrow T_{\sigma\tau} \cdot R = \frac{2}{5}mR^2 \cdot \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow$

$$T_{\sigma\tau} = \frac{2}{5}m \cdot \alpha_{cm} \quad (2)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις (1) και (2) άρα :

$$\Rightarrow \frac{F - T_{\sigma\tau}}{T_{\sigma\tau}} = \frac{m \cdot \alpha_{cm}}{\frac{2}{5} \cdot m \cdot \alpha_{cm}} \Rightarrow \frac{F - T_{\sigma\tau}}{T_{\sigma\tau}} = \frac{5}{2}$$



$$\Rightarrow 2F - 2T_{\sigma\tau} = 5T_{\sigma\tau} \Rightarrow 2F = 7T_{\sigma\tau} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{2}{7}F$$

$$\text{οπότε } \frac{dL_1}{dt} = \Sigma \tau = T_{\sigma\tau} \cdot R = \frac{2}{7} F \cdot R \quad (3)$$

Για τη δεύτερη σφαίρα :

- $\Sigma F = m\alpha_{cm} \Rightarrow F + T_{\sigma\tau} = m\alpha_{cm}$  (1)'

- $\Sigma \tau = I \cdot \alpha \gamma \omega v \Rightarrow F \cdot R - T \cdot R = \frac{2}{5} m R^2 \frac{\alpha_{cm}}{R}$

$$(F - T_{\sigma\tau}) \cdot R = \frac{2}{5} m R \alpha_{cm} \Rightarrow F - T_{\sigma\tau} = \frac{2}{5} m \cdot \alpha_{cm} \quad (2)'$$

Διαιρώ κατά μέλη τις (1)+(2) αρα :

$$\Rightarrow \frac{F + T_{\sigma\tau}}{F - T_{\sigma\tau}} = \frac{m\alpha_{cm}}{\frac{2}{5} m\alpha_{cm}} \Rightarrow \frac{F + T_{\sigma\tau}}{F - T_{\sigma\tau}} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow 2F + 2T_{\sigma\tau} = 5F - 5T_{\sigma\tau} \Rightarrow 7T_{\sigma\tau} = 3F \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{3}{7} F$$

$$\text{οπότε } \frac{dL_2}{dt} = \Sigma \tau = FR - T_{\sigma\tau} \cdot R = (F - T_{\sigma\tau}) \cdot R = \left( F - \frac{3}{7} F \right) R = \frac{4}{7} FR \quad (3)'$$

Από (3) και (3)' προκύπτει  $\frac{dL_2}{dt} = 2 \frac{dL_1}{dt}$

### 3. Σωστή απάντηση η (α)

Αιτιολόγηση :

Εφόσον η τροχαλία ισορροπεί πρέπει :

$$\vec{\Sigma \tau} = 0 \Rightarrow \vec{\tau}_F + \vec{\tau}_{w_1} + \vec{\tau}_{w_2} = 0 \Rightarrow (F + w_2) \cdot R_2 = w_1 \cdot R_1 \Leftrightarrow$$

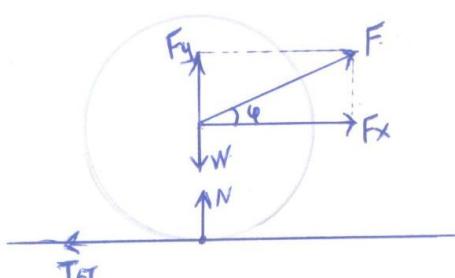
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{F + w_2}{w_1} = \frac{2mg + 3mg}{2mg} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 2,5$$

### Θέμα 3º:

**a.** Αφού κυλά χωρίς ολίσθηση ισχύει

$$\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega v} \cdot R$$

$$\left. \begin{array}{l} F_x = F \sigma v \nu \varphi \\ F_y = F \eta \mu \varphi \end{array} \right\}$$



- Για την μεταφορική κίνηση

$$\Sigma F = m\alpha_{cm} \Rightarrow F_x - T_{\sigma\tau} = M\alpha_{cm} \Rightarrow F\sigma v\nu\varphi - T_{\sigma\tau} = M\alpha_{cm} \quad (1)$$

- Για την στροφική κίνηση

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha \gamma \omega v \Rightarrow T_{\sigma\tau} \cdot R = \frac{1}{2} MR^2 \alpha_{\gamma\omega v} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2} M \alpha_{cm} \quad (2)$$

$$\text{Από (1)+(2)} \Rightarrow F\sigma v\nu\varphi = \frac{3}{2} M\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{2F\sigma v\nu\varphi}{3M} \Rightarrow \alpha_{cm} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{Άρα } \alpha_{\gamma\omega v} = \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega v} = 5 \frac{\text{rad}}{s^2}$$

**β.** Επειδή ο κύλινδρος μόλις που δεν ολισθαίνει η στατική τριβή έχει αποκτήσει την μέγιστη τιμή της άρα :

$$T_{\sigma\tau} = T_{\sigma\tau(\text{Max})} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T_{\sigma\tau(\text{Max})} = \frac{1}{2} 5 \cdot 2 \Rightarrow T_{\sigma\tau(\text{Max})} = 5N$$

$$\text{Όμως } T_{\sigma\tau(\text{Max})} = \mu_s \cdot N \Rightarrow \mu_s = \frac{T_{\sigma\tau(\text{Max})}}{N}$$

$$\text{Ισχύει } \Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + N - w = 0 \Rightarrow N = w - F_y$$

$$\Rightarrow N = Mg - F\eta\mu\varphi \Rightarrow N = 30N$$

$$\text{Από (3)} \Rightarrow \mu_s = \frac{5}{30} \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{6}$$

$$\text{γ. Είναι } \theta_1 = N \cdot 2\pi = \frac{20}{\pi} \cdot 2\pi \Rightarrow \theta_1 = 40\text{rad} \text{ και}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega v} t_1^2 \Rightarrow t_1^2 = \frac{2\theta}{\alpha_{\gamma\omega v}} \Rightarrow t_1 = 4s$$

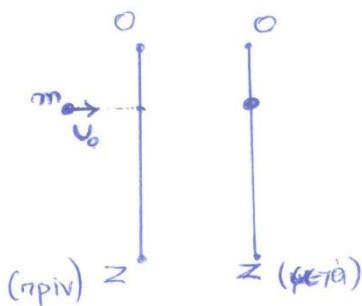
$$\text{Οπότε } \omega_1 = \alpha_{\gamma\omega v} \cdot t_1 = 5 \cdot 4 \Rightarrow \omega_1 = 20\text{rad/s} \text{ και}$$

$$K_1 = \frac{1}{2} I \cdot \omega_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} M R^2 \cdot \omega_1^2 = \frac{1}{4} 5 \cdot 0,4^2 \cdot 20^2 \Rightarrow K_1 = 80J$$

$$\text{δ. Την } t_2 = 5s \text{ είναι } v_2 = \alpha_{cm} \cdot t_2 = 2 \cdot 5 \Rightarrow v_2 = 10m/s$$

$$P_F = \frac{dW_F}{dt} = \frac{dW_{Fx}}{dt} = Fx \cdot \frac{dx}{dt} = Fx \cdot v = F\sigma v \nu \varphi \cdot v = 25 \cdot 0,6 \cdot 10 = 150W = P_F$$

### Θέμα 4<sup>ο</sup>:



a)  $I_{o\lambda} = I_\rho + I_m = \frac{I}{12}M\ell^2 + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + md^2 = \frac{1}{3}M\ell^2 + md^2 \Rightarrow I_{o\lambda} = 25Kgm^2$

Eίναι  $\sum \vec{\tau}_{\varepsilon\xi} = 0 \Rightarrow \vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow L_m + L_p = L_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow L_m = I_{o\lambda} \cdot \omega \Rightarrow \omega = \frac{L_m}{I_{o\lambda}}$

$$\Rightarrow \omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

b)  $L_m = m \cdot v \cdot d \Rightarrow v = \frac{Lm}{md} \Rightarrow v = 62,5 \text{ m/s}$

$$K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} = 7812,5 \text{ J}, \quad K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} = 312,5 \text{ J}$$

Άρα  $E_{\text{πωλειών}} = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} = 7500 \text{ J}$

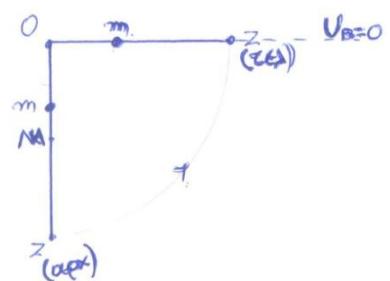
γ) Εφαρμόζω ΑΔΜΕ για το σύστημα ράβδος-σώμα.

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$\frac{1}{2}I\omega^2 - mgd - Mg\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}I\omega_1^2, \quad \omega_1 = 3 \text{ rad/s}$$

άρα  $L = I \cdot \omega_1 = 75 \text{ kgm}^2/\text{s}$



δ) Εφαρμόζω ΑΔΜΕ για το σύστημα ράβδος-σώμα.

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$\frac{1}{2}I\omega_1^2 = K_{\tau\varepsilon\lambda} + mgd + Mg\frac{\ell}{2} \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} = -87,5 \text{ J}$$

Άτοπο αφού  $K < 0$ . Άρα δεν εκτελεί ανακύκλωση.

