

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 23 ΜΑΪΟΥ 2016
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1 – β

A2 – γ

A3 – β

A4 – δ

A5. α – Σ, β – Λ, γ – Σ, δ – Λ, ε – Λ.

ΘΕΜΑ Β

B1. Το θέμα αυτό ακυρώθηκε από την επιτροπή εξετάσεων.

Οι μονάδες του κατανέμονται αντίστοιχα στα ερωτήματα B2 και B3 ως εξής:

B2α μονάδες 4

B2β μονάδες 8

B3α μονάδες 4

B3β μονάδες 9:

B2. Σωστό το i.

Έστω r_1 και r_2 οι αποστάσεις του σημείου P από τις δύο σύγχρονες πηγές.

Οι εξισώσεις των κυμάτων που φθάνουν σ' αυτό είναι:

$$\text{Από την πηγή } \Pi_1: y_1 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}r_1\right)$$

$$\text{Από την πηγή } \Pi_2: y_2 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}r_2\right)$$

Επομένως η διαφορά φάσης των δύο κυμάτων είναι:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}r_2\right) - \left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}r_1\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \cancel{\frac{2\pi}{T}t} - \frac{2\pi}{\lambda}r_2 - \cancel{\frac{2\pi}{T}t} + \frac{2\pi}{\lambda}r_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (r_1 - r_2) = \frac{\lambda}{6} \quad (1)$$

Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου P είναι:

$$A'_P = 2A \left| \sin \frac{\pi(r_1 - r_2)}{\lambda} \right| \stackrel{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} A'_P = 2A \left| \sin \frac{\pi \frac{\lambda}{6}}{\lambda} \right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A'_P = 2A \left| \sin \frac{\pi}{6} \right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A'_P = 2A \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A'_P = A\sqrt{3}.$$

B3. Σωστό το ii.

Δόθηκε η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο A ίση με Λ , δηλαδή:

$$\frac{1}{2} \rho v_A^2 = \Lambda \quad (1)$$

Από το νόμο της συνέχειας στα δύο σημεία A και B του σωλήνα έχουμε:

$$\Pi_A = \Pi_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_A \cdot v_A = A_B \cdot v_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2A_B \cdot v_A = A_B \cdot v_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B = 2v_A \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε το νόμο του Bernoulli για τα δύο σημεία A και B της ίδιας οριζόντιας ρευματικής γραμμής:

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho v_B^2 - \frac{1}{2} \rho v_A^2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow}$$

$$\stackrel{(2)}{\Rightarrow} P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho (2v_A)^2 - \frac{1}{2} \rho v_A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = 4 \frac{1}{2} \rho v_A^2 - \frac{1}{2} \rho v_A^2 \Rightarrow$$

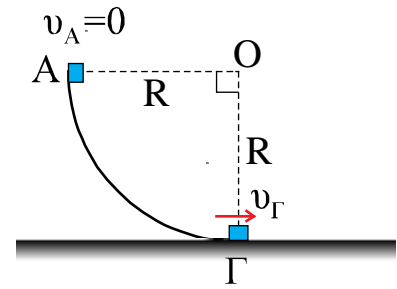
$$\Rightarrow P_A - P_B = 3 \frac{1}{2} \rho v_A^2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = 3\Lambda$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την αρχή Α του τεταρτοκυκλίου μέχρι την βάση του Γ:

$$\begin{aligned} K_{\text{τελ}(\Gamma)} - K_{\text{αρχ}(\text{Α})} &= W_w \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{\Gamma}^2 &= m_1 \cdot g \cdot R \Rightarrow \\ \Rightarrow v_{\Gamma} &= \sqrt{2 \cdot g \cdot R} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_{\Gamma} &= \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_{\Gamma} &= \sqrt{100} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_{\Gamma} &= \mathbf{10 \text{ m/s}}. \end{aligned}$$



Γ2. Για την κίνηση του σώματος Σ₁ από την βάση Γ του τεταρτοκυκλίου μέχρι τη θέση Δ της κρούσης, εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

$$\begin{aligned} K_{\text{τελ}(\Delta)} - K_{\text{αρχ}(\Gamma)} &= W_T \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{\Gamma}^2 &= -T_1 \cdot s_1 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{Όμως είναι } \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w_1 = m_1 \cdot g \quad (2)$$

Και το μέτρο της τριβής ολίσθησης είναι:

$$T = \mu \cdot N \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T = \mu \cdot m_1 \cdot g \quad (3)$$

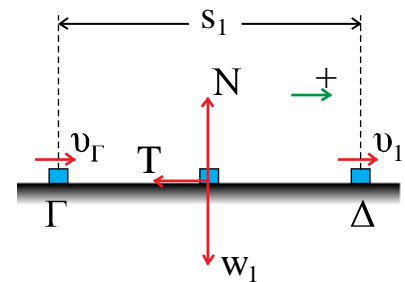
Έτσι η (1) γίνεται:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_{\Gamma}^2 &= -\mu \cdot m_1 \cdot g \cdot s_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot 10^2 &= -0,5 \cdot 10 \cdot 3,6 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_1^2 - 100 &= -36 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_1^2 &= 64 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_1 &= \sqrt{64} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_1 &= \mathbf{8 \text{ m/s}}. \end{aligned}$$

Για τις ταχύτητες v_1' και v_2' μετά την ελαστική κεντρική κρούση, με εφαρμογή των αντίστοιχων τύπων της θεωρίας έχουμε:

Για το σώμα Σ₁:

$$\begin{aligned} v_1' &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_1' &= \frac{m_1 - 3m_1}{m_1 + 3m_1} \cdot 8 + \frac{2 \cdot 3m_1}{m_1 + 3m_1} \cdot (-4) \Rightarrow \end{aligned}$$



$$\Rightarrow v'_1 = \frac{-2m_1}{4m_1} \cdot 8 + \frac{6m_1}{4m_1} \cdot (-4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v'_1 = -4 - 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v'_1 = -10 \text{ m/s}.$$

Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η φορά της ταχύτητας v_1 όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Επειδή ζητήθηκε το μέτρο της είναι:

$$|v'_1| = \mathbf{10 \text{ m/s}}.$$

Για το σώμα Σ_2 :

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \Rightarrow$$

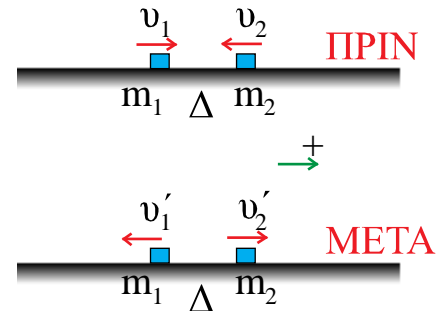
$$\Rightarrow v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + 3m_1} \cdot 8 + \frac{3m_1 - m_1}{m_1 + 3m_1} \cdot (-4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v'_2 = \frac{2m_1}{4m_1} \cdot 8 + \frac{2m_1}{4m_1} \cdot (-4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v'_2 = 4 - 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v'_2 = 2 \text{ m/s και}$$

$$|v'_2| = \mathbf{2 \text{ m/s}}.$$



Γ3. Για την ορμή του σώματος Σ_2 πριν και μετά την κρούση και σύμφωνα με τη θετική φορά του παραπάνω σχήματος, έχουμε:

$$\text{Πριν την κρούση: } \vec{p}_{2\text{πριν}} = m_2 \cdot \vec{v}_2 = 3 \cdot (-4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{p}_{2\text{πριν}} = -12 \text{ Kgm/s}.$$

$$\text{Μετά την κρούση: } \vec{p}_{2\text{μετά}} = m_2 \cdot \vec{v}'_2 = 3 \cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{p}_{2\text{μετά}} = 6 \text{ Kgm/s}.$$

Έτσι η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 είναι:

$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2\text{μετά}} - \vec{p}_{2\text{πριν}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{p}_2 = 6 - (-12) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{p}_2 = 18 \text{ Kgm/s}$$

Το θετικό πρόσημο δηλώνει ότι η κατεύθυνση είναι θετική, δηλαδή προς τα δεξιά στο παραπάνω σχήμα. Το μέτρο που ζητήθηκε είναι

$$\Rightarrow |\Delta \vec{p}_2| = \mathbf{18 \text{ Kgm/s}}.$$

Γ4. Το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_1 κατά την κρούση είναι:

$$\Delta K_1 \% = \frac{\Delta K_1}{K_{1\text{πριν}}} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta K_1 \% = \frac{K_{1\text{μετά}} - K_{1\text{πριν}}}{K_{1\text{πριν}}} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta K_1 \% = \left[\frac{K_{1\text{μετά}}}{K_{1\text{πριν}}} - 1 \right] \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta K_1 \% = \left[\frac{\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1'^2}{\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2} - 1 \right] \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta K_1 \% = \left[\frac{(-10)^2}{8^2} - 1 \right] \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta K_1 \% = \left[\frac{100}{64} - 1 \right] \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta K_1 \% = \frac{3600}{64} \% = 56,25\%.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Επειδή ο κύλινδρος κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει, ισχύουν:

$$v_{\text{cm}} = \omega \cdot R \quad (1)$$

$$a_{\text{cm}} = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \quad (2)$$

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

Για την στροφική κίνηση του κυλίνδρου:

$$\Sigma \tau = I_{\text{cm}} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_s \cdot R = \frac{1}{2} M R^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_s = \frac{1}{2} M \cdot R \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad (2)$$

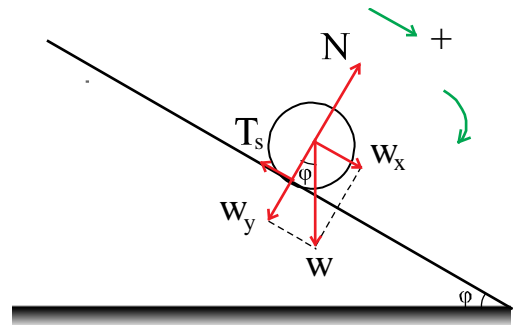
$$\Rightarrow T_s = \frac{1}{2} M \cdot a_{\text{cm}} \quad (3)$$

Για την μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου:

$$\Sigma F_x = M \cdot a_{\text{cm}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w_x - T_s = M \cdot a_{\text{cm}} \quad (3)$$

$$\Rightarrow M g \eta \mu \phi - \frac{1}{2} M \cdot a_{\text{cm}} = M \cdot a_{\text{cm}} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow g\eta\mu\phi = \alpha_{\text{cm}} + \frac{1}{2}\alpha_{\text{cm}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g\eta\mu\phi = \frac{3}{2}\alpha_{\text{cm}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{\text{cm}} = \frac{2g\eta\mu\phi}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha_{\text{cm}} = \frac{2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha_{\text{cm}} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2 \quad (4)$$

Δ2. Όταν ο κύλινδρος έχει πραγματοποιήσει $N = \frac{12}{\pi}$ περιστροφές, έχει διανύσει επί του κεκλιμένου επιπέδου απόσταση:

$$x = N \cdot 2\pi R = \frac{12}{\pi} \cdot 2\pi \cdot 0,1 \Rightarrow$$

$$x = 2,4 \text{ m.}$$

$$\text{Άρα } \Rightarrow x = \frac{1}{2}\alpha_{\text{cm}}t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{\alpha_{\text{cm}}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,4}{\frac{10}{3}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{1,44} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = 1,2 \text{ s.}$$

Την ίδια στιγμή η ταχύτητα του κέντρου μάζας του έχει μέτρο:

$$v_{\text{cm}} = \alpha_{\text{cm}} \cdot t = \frac{10}{3} \cdot 1,2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\text{cm}} = 4 \text{ m/s.}$$

Έτσι από την σχέση (1) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας είναι:

$$\omega = \frac{v_{\text{cm}}}{R} = \frac{4}{0,1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = 40 \text{ rad/s.}$$

Επομένως την ίδια χρονική στιγμή το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου είναι:

$$\Rightarrow L = I_{\text{cm}} \cdot \omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2 \cdot \omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,1^2 \cdot 40 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = 0,4 \text{ Kgm}^2/\text{s}.$$

Δ3. Όταν η κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $h = 1,2 \text{ m}$, τότε η μετατόπισή του s κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι:

$$\eta\mu\phi = \frac{h}{s} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1,2}{s} \Rightarrow$$

$$s = 2,4 \text{ m}.$$

Παρατηρούμε ότι η μετατόπιση $s = 2,4 \text{ m}$ και η μετατόπιση $x = 2,4 \text{ m}$ του ερωτήματος Δ2 είναι ίσα, οπότε και ο χρόνος είναι ίδιος με αυτόν του ερωτήματος Δ2, δηλαδή $t = 1,2 \text{ s}$, όπως και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του, δηλαδή $v_{\text{cm}} = 4 \text{ m/s}$.

Έτσι ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου την ίδια χρονική στιγμή είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \left(\frac{dK}{dt} \right)_{\text{μεταφ}} + \left(\frac{dK}{dt} \right)_{\text{περιστρ}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{dt} = \Sigma F \cdot v_{\text{cm}} + \Sigma \tau \cdot \omega \Rightarrow$$

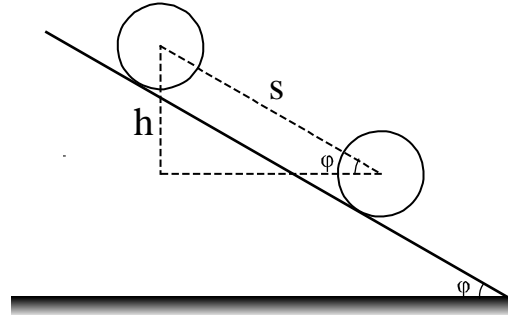
$$\Rightarrow \frac{dK}{dt} = (w_x - T_s) \cdot v_{\text{cm}} + T_s \cdot R \cdot \omega \Rightarrow \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{dt} = (w_x - T_s) \cdot v_{\text{cm}} + T_s \cdot v_{\text{cm}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{dt} = M \cdot g \cdot \eta\mu\phi \cdot v_{\text{cm}} - \cancel{T_s \cdot v_{\text{cm}}} + \cancel{T_s \cdot v_{\text{cm}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{dt} = \cancel{2} \cdot 10 \cdot \frac{1}{\cancel{2}} \cdot 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{dt} = 40 \text{ J/s}.$$



Δ4. Από τη σχέση (3) το μέτρο της στατικής τριβής που ασκείται στον κύλινδρο είναι:

$$T_s = \frac{1}{2} M \cdot a_{\text{cm}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_s = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{10}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_s = \frac{10}{3} \text{ N.}$$

Για να κυλίεται ο κύλινδρος χωρίς να ολισθαίνει, η παραπάνω τιμή της στατικής τριβής είναι μικρότερη ή έστω και ίση από το μέτρο της οριακής στατικής τριβής. Άρα

$$T_s \leq T_{s(\text{op})} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_s \leq \mu_s \cdot N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_s \leq \mu_s \cdot w_y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_s \leq \mu_s \cdot M \cdot g \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_s \geq \frac{T_s}{M \cdot g \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_s \geq \frac{\frac{10}{3}}{2 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_s \geq \frac{1}{3\sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_s \geq \frac{\sqrt{3}}{9}.$$

Επομένως η ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής στατικής τριβής είναι:

$$\mu_{s\text{min}} = \frac{\sqrt{3}}{9}.$$

ΑΒΡΑΜΙΔΗΣ Σ. ΘΕΟΔΩΡΟΣ
ΦΥΣΙΚΟΣ – ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΣ – ΣΥΓΓΡΑΦΕΑΣ
ΚΑΛΑΪΤΖΗΣ ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ
ΦΥΣΙΚΟΣ – ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΣ