



ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΜΑΙΟΥ 2015
ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A1. α

A2. β

A3. α

A4. δ

A5. α. Λάθος, β. Σωστό, γ. Σωστό, δ. Λάθος, ε. Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

B.1.α Σωστό είναι το (iii).

B.1.β.

Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της

ράβδου δίνεται από τη σχέση: $\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = I_\rho \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$

Υπολογίζουμε την $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ με την οποία το σύστημα ράβδου σφαιρίδιου ξεκινά από την οριζόντια θέση. Είναι:

$$\Sigma \tau_{(o)} = I_{\text{συστ}} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow Mg \frac{L}{2} + mgL = (I_\rho + I_m) \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$Mg \frac{L}{2} + \frac{M}{2} gL = \left(\frac{1}{3} ML^2 + \left(\frac{M}{2} \right) L^2 \right) \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$MgL = \left(\frac{1}{3} ML^2 + \frac{1}{2} ML^2 \right) \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow MgL = \frac{5}{6} ML^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{6g}{5L} \text{ rad/s}^2$$

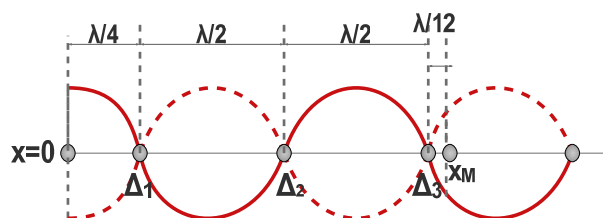
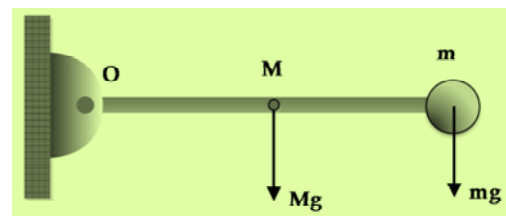
$$\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = I_\rho \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = \frac{1}{3} ML^2 \cdot \frac{6g}{5L} = \frac{2MLg}{5}$$

B.2.α. Σωστό είναι το (iii).

B.2.β. Για τη δοσμένη εξίσωση στάσιμου κύματος στη θέση $x=0$ έχουμε κοιλία. Η απόσταση μεταξύ διαδοχικής κοιλίας και δεσμού είναι $\lambda/4$, και η απόσταση μεταξύ διαδοχικών δεσμών είναι $\lambda/2$. Η θέση του σημείου M βρίσκεται στη θέση: $x_M = (\lambda/4) + (2\lambda/2) + \lambda/12 = 4\lambda/3$. συνεπώς:

$$A_M = \left| 2A \sin \nu \frac{2\pi x}{\lambda} \right| = \left| 2A \sin \nu \frac{2\pi (4\lambda/3)}{\lambda} \right| =$$

$$= \left| 2A \sin \nu \frac{8\pi}{3} \right| = \left| 2A \sin \nu \frac{2\pi}{3} \right| = \left| 2A \left(-\frac{1}{2} \right) \right| = A$$





B.3.α. Σωστό είναι το (i).

B.3.β. Όσο τα σώματα είναι σε επαφή και εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση θα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση $a = -\omega^2 x$, όπου $D=K=(m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = K/(m_1+m_2)$

Η σταθερά επαναφοράς του σώματος m_2 είναι:

$$D_2 = m_2 \cdot \omega^2 \Rightarrow D_2 = m_2 \cdot K / (m_1 + m_2)$$

Σχεδιάζουμε το σύστημα σε μια τυχαία θέση, ορίζουμε θετική φορά προς τα πάνω και εφαρμόζουμε το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το πάνω σώμα:

$$\Sigma F_x = -D_2 x \Rightarrow N - B_2 \eta \mu \theta = -D_2 x \Rightarrow$$

$$N = B_2 \eta \mu \theta - D_2 x \Rightarrow N = B_2 \eta \mu \theta - m_2 \cdot K / (m_1 + m_2) x \quad (1)$$

όπου $N \geq 0$ όσο το σώμα m_2 είναι συνεχώς σε επαφή με το m_1

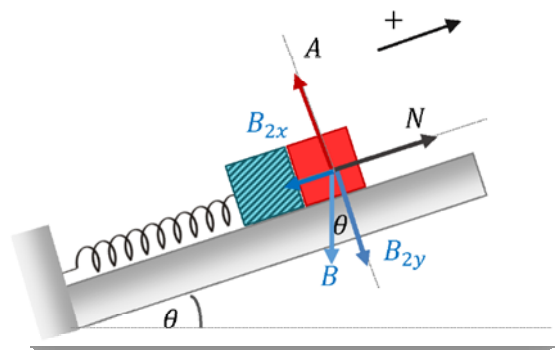
αν $x \leq 0$ τότε η $N \geq 0$ αν $x \geq 0$ τότε υπάρχει περίπτωση η N να μηδενιστεί

οπότε η σχέση (1) γίνεται

$$\left. \begin{array}{l} N = B_2 \eta \mu \theta - m_2 \cdot K / (m_1 + m_2) x \\ N \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow B_2 \eta \mu \theta - m_2 \cdot \frac{K}{(m_1 + m_2)} \cdot x \geq 0$$

για να μη χαθεί η επαφή θα πρέπει:

$$\Rightarrow B_2 \eta \mu \theta > m_2 \cdot \frac{K}{(m_1 + m_2)} \cdot x \Rightarrow \cancel{m_2} g \eta \mu \theta > \cancel{m_2} \cdot \frac{K}{(m_1 + m_2)} \cdot x \Rightarrow (m_1 + m_2) g \eta \mu \theta > K \cdot x$$



ΘΕΜΑ Γ

Εφαρμόζοντας ΑΔΕΤ έχουμε:

$$U_E + U_B = E \Rightarrow U_E = E - U_B \Rightarrow U_E = E - \frac{1}{2} Li^2$$

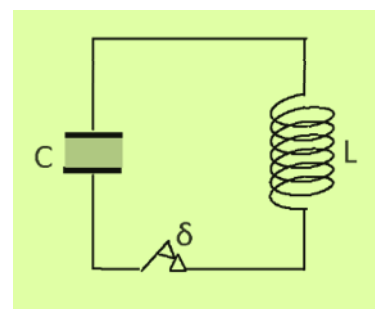
$$\text{Όμως δίνεται ότι } U_E = 8 \cdot 10^{-2} - 8 \cdot 10^{-2} i^2$$

οπότε από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει:

$$E = 8 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

$$E = \frac{1}{2} CV^2 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ J} \Rightarrow C = 10^{-4} \text{ F}, Q = C \cdot V = 10^{-4} \cdot 40 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

$$\frac{1}{2} L = 8 \cdot 10^{-2} \Leftrightarrow L = 16 \cdot 10^{-2} \text{ H}, \quad E = \frac{1}{2} Li^2 \Rightarrow L = 1 \text{ A}$$



Γ1. Για την περίοδο των ηλεκτρικών ταλαντώσεων έχουμε:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{16 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-4}} = 2\pi\sqrt{16 \cdot 10^{-6}} = 8\pi \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

Γ2. Υπολογίζουμε την ένταση του ρεύματος για τη χρονική στιγμή $T/12$

$$i = -I \eta \mu \omega t = -I \eta \mu \left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{12} \right) = -I \eta \mu \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

την ίδια χρονική στιγμή η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου είναι:

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

άρα η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου θα είναι:

$$U_E = E - U_B = 8 \cdot 10^{-2} - 2 \cdot 10^{-2} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

Γ3. Εφαρμόζουμε ΑΔΕΤ για να βρούμε το φορτίο του πυκνωτή:





$$E = U_E + U_B \Rightarrow E = U_E + \frac{U_E}{3} = \frac{4}{3}U_E \Rightarrow U_E = \frac{3}{4}E \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$\Rightarrow q = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \Rightarrow q = \pm 2\sqrt{3} \cdot 10^{-3} C$$

Άρα το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι:

$$V_L = V_C = \left| -L \frac{di}{dt} \right| \Rightarrow \left| \frac{di}{dt} \right| = \frac{V_C}{L} \Rightarrow \left| \frac{di}{dt} \right| = \left| \frac{q}{LC} \right| = |\omega^2 q| \Rightarrow \left| \frac{di}{dt} \right| = \left| \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot q \right| = 125\sqrt{3} A/s$$

Γ4. Με εφαρμογή ΑΔΕΤ βρίσκουμε τη σχέση που ζητείται:

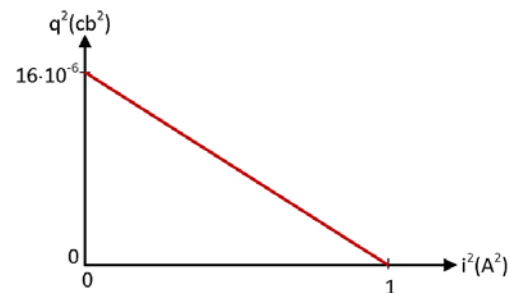
$$E = U_E + U_B \Rightarrow E = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2} Li^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2 = 16 \cdot 10^{-6} - 16 \cdot 10^{-6} i^2$$

$$\text{για } i=0 \Rightarrow q=16 \cdot 10^{-6} C$$

$$\text{για } i=1A \Rightarrow q=0 C$$

Παρατηρούμε ότι είναι γραμμικής μορφής $y = \alpha - \beta x$, $\beta > 0$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στο σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ενεργούν στη σφαίρα.

Το βάρος w , που αναλύεται στις $w_x = W \sin \varphi$ και $w_\psi = W \cos \varphi$, την κάθετη αντίδραση N και τη στατική τριβή T .

Η σφαίρα εκτελεί σύνθετη κίνηση επομένως με εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου για την μεταφορική κίνηση και την κύλιση του σφαιριδίου όταν αυτό διέρχεται από μια τυχαία θέση:

$$Wx - T = ma_{cm} \Rightarrow W \sin \varphi - T = ma_{cm} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} T \cdot r &= I_{cm} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{2}{5} mr^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \\ a_{cm} &= a_{\gamma\omega\nu} \cdot r \end{aligned} \right\} \Rightarrow T \cdot r = \frac{2}{5} mr^2 \frac{a_{cm}}{r} \Rightarrow T = \frac{2}{5} ma_{cm}$$

(2)

$$W \sin \varphi - T = ma_{cm} \Rightarrow W \sin \varphi - \frac{2}{5} ma_{cm} = ma_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mg \sin \varphi = ma_{cm} + \frac{2}{5} ma_{cm} \Rightarrow \cancel{m} g \sin \varphi = \frac{7}{5} \cancel{m} a_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_{cm} = \frac{5}{7} g \sin \varphi$$

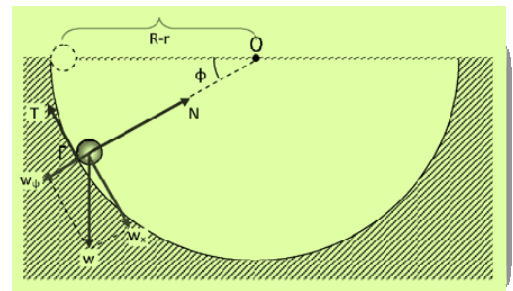
$$T = \frac{2}{5} ma_{cm} = \frac{2}{5} m \frac{5}{7} g \sin \varphi = \frac{2}{7} mg \sin \varphi$$

επειδή $mg = 1,4 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 14 \text{ N}$ καταλήγουμε στη σχέση: $T = 4 \sin \varphi$ (S.I)

Δ.2. Ισχύει: $N - W \cos \varphi = m \frac{v_{cm(\Gamma)}^2}{R - r}$ (3)

(γιατί το κέντρο της σφαίρας κάνει κυκλική κίνηση ακτίνας $R - r$)

Την ταχύτητα $v_{cm(\Gamma)}$ στο σημείο Γ θα την υπολογίσουμε με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε από τη θέση Α ως τη θέση Γ:



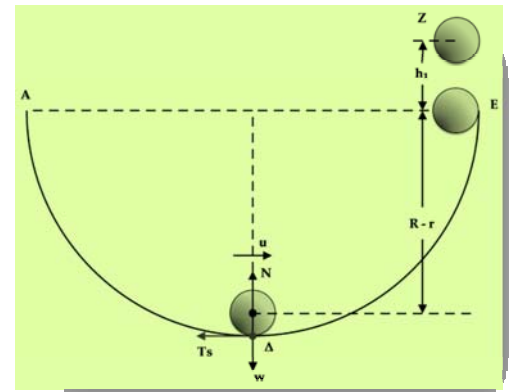


$$\begin{aligned} \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv_{cm(\Gamma)}^2 &= W_B \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{2}{5}mr^2\omega^2 + \frac{1}{2}mv_{cm(\Gamma)}^2 = mg(R-r)\eta\mu 30 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{2}{5}mr^2\omega^2 + \frac{1}{2}mv_{cm(\Gamma)}^2 &= mg(R-r)\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{5}v_{cm(\Gamma)}^2 + v_{cm(\Gamma)}^2 = g(R-r) \\ \Rightarrow \frac{7}{5}v_{cm(\Gamma)}^2 &= g(R-r) \Rightarrow v_{cm(\Gamma)}^2 = \frac{5}{7}g(R-r) \Rightarrow \frac{v_{cm(\Gamma)}^2}{(R-r)} = \frac{5}{7}g \end{aligned}$$

Η σχέση (3) επομένως γίνεται:

$$N - W\eta\mu\phi = m \frac{v_{cm(\Gamma)}^2}{R-r} \Rightarrow N = W\eta\mu 30 + m \frac{v_{cm(\Gamma)}^2}{R-r} = 1,4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} + 1,4 \cdot \frac{5}{7} \cdot 10 = 7 + 10 = 17 \text{ N}$$

Δ3. Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από τη θέση Δ στη θέση Ε για τη σύνθετη κίνηση της συμπαγής μικρής σφαίρας.



$$\begin{aligned} E_{μ\eta\chi(\Delta)} &= E_{μ\eta\chi(E)} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{cm(\Delta)}^2 + \frac{1}{2}I\omega_{\Delta}^2 = \frac{1}{2}mv_{cm(E)}^2 + \frac{1}{2}I\omega_E^2 + mg(R-r) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{cm(\Delta)}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2\omega_{\Delta}^2 &= \frac{1}{2}mv_{cm(E)}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2\omega_E^2 + mg(R-r) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2}v_{cm(\Delta)}^2 + \frac{1}{5}v_{cm(\Delta)}^2 &= \frac{1}{2}v_{cm(E)}^2 + \frac{1}{5}v_{cm(E)}^2 + g(R-r) \Rightarrow \frac{7}{10}v_{cm(\Delta)}^2 = \frac{7}{10}v_{cm(E)}^2 + g(R-r) \Rightarrow \\ \Rightarrow v_{cm(E)}^2 &= v_{cm(\Delta)}^2 - \frac{10}{7}g(R-r) \Rightarrow v_{cm(E)} = \sqrt{v_{cm(\Delta)}^2 - \frac{10}{7}g(R-r)} \Rightarrow \\ v_{cm(E)} &= \sqrt{v_{cm(\Delta)}^2 - \frac{10}{7}g(R - \frac{R}{8})} \Rightarrow v_{cm(E)} = \sqrt{v_{cm(\Delta)}^2 - \frac{10}{7}g(\frac{7R}{8})} \Rightarrow v_{cm(E)} = \sqrt{16} = 4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Στη σφαίρα από τη στιγμή που εγκαταλείπει το ημικύκλιο ενεργεί μόνο το βάρος της δύναμη της οποίας η ροπή ως προς άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας της είναι μηδενική συνεπώς η

κινητική ενέργεια λόγω της περιστροφής παραμένει σταθερή, άρα ισχύει η σχέση: $\frac{1}{2}I\omega_E^2 = \frac{1}{2}I\omega_Z^2$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από τη θέση Ε στη θέση Ζ για τη σύνθετη κίνηση της σφαίρας από τη στιγμή που εγκαταλείπει το ημικύκλιο.

$$E_{μ\eta\chi(E)} = E_{μ\eta\chi(Z)} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{cm(E)}^2 + \frac{1}{2}I\omega_E^2 = \frac{1}{2}mv_{cm(Z)}^2 + \frac{1}{2}I\omega_Z^2 + mgh \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_{cm(E)}^2 + 0 = 0 + m \Rightarrow gh = \frac{1}{2}v_{cm(E)}^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \frac{v_{cm(E)}^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{4^2}{10} = 0,8 \text{ m}$$

Δ4. Όταν χάσει την επαφή του, δηλαδή στο σημείο Ε, ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας

$$\text{είναι: } \frac{dK}{dt} = \left(\frac{dK}{dt} \right)_{\mu\epsilon\tau} + \left(\frac{dK}{dt} \right)_{\sigma\tau\omega\phi} = \Sigma F \cdot v_{cm(E)} + \Sigma \tau \cdot \omega_{(E)} \quad (1)$$

Η μόνη δύναμη που ασκείται είναι το βάρος του σώματος οπότε $\Sigma F = -mg$ και $\Sigma \tau = 0$ καθώς η ροπή του βάρους είναι μηδενική συνεπώς η παραπάνω σχέση (1) γίνεται:

$$\frac{dK}{dt} = \left(\frac{dK}{dt} \right)_{\mu\epsilon\tau} + \left(\frac{dK}{dt} \right)_{\sigma\tau\omega\phi} = -mgv_{cm(E)} + 0 = -1,4 \cdot 10 \cdot 4 = -56 \text{ J/s}$$

Για το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής έχουμε: $\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau = 0$

