ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΜΑΙΟΥ 2015
ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΝ)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

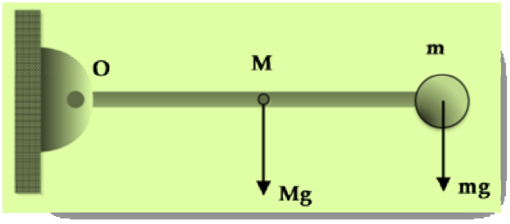
ΘΕΜΑ Α

Α1. α
Α2. β
Α3. α
Α4. δ
Α5. **α.** Λάθος, **β.** Λάθος, **γ.** Σωστό, **δ.** Λάθος, **ε.** Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

Β.1.α Σωστό είναι το (iii).

Β.1.β.



Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου δίνεται από τη σχέση: $\frac{\Delta L_{\rho}}{\Delta t} = I_{\rho} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$

Υπολογίζουμε την $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ με την οποία το σύστημα ράβδος σφαιρίδιο ξεκινά από την οριζόντια θέση. Είναι :

$$\Sigma\tau_{(o)} = \mathrm{I}_{\sigma\upsilon\sigma\tau} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} => \mathrm{Mg}\frac{L}{2} + mgL = (I_{\rho} + \mathrm{I}_{m}) \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} =>$$

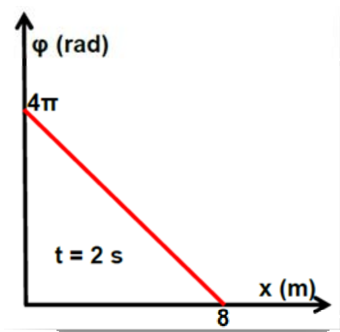
$$\mathrm{Mg}\frac{L}{2} + \frac{M}{2}gL = \left(\frac{1}{3}ML^2 + (\frac{M}{2})L^2\right) \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} =>$$

$$MgL = (\frac{1}{3}ML^2 + \frac{1}{2}ML^2) \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} => MgL = \frac{5}{6}ML^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} => \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{6g}{5L} rad/s^2$$

$$\frac{\Delta L_{\rho}}{\Delta t} = I_{\rho} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} => \frac{\Delta L_{\rho}}{\Delta t} = \frac{1}{3}\mathrm{M}L^2 \cdot \frac{6g}{5L} = \frac{2MLg}{5}$$

Β.2.α. Σωστό είναι το (i).

Β.2.β. Για την εξίσωση του τρέχοντος κύματος η φάση δίνεται από την εξίσωση:



$$\varphi = 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$$

$$\gamma\iota\alpha\ \chi=0 => \varphi=2\pi\frac{t}{T} => 4\pi = 2\pi\frac{t}{T} => T = \frac{4\pi}{2\pi \cdot 2} = 1s$$

$$\gamma\iota\alpha\ \chi=8 => \varphi=0 => 0 = 2\pi\frac{t}{T} - 2\pi\frac{x}{\lambda} => 2\pi\frac{t}{T} = 2\pi\frac{x}{\lambda} => 2\pi\frac{2}{1} = 2\pi\frac{8}{\lambda} => \lambda = 4m$$

συνεπώς η εξίσωση του τρέχοντος κύματος είναι:

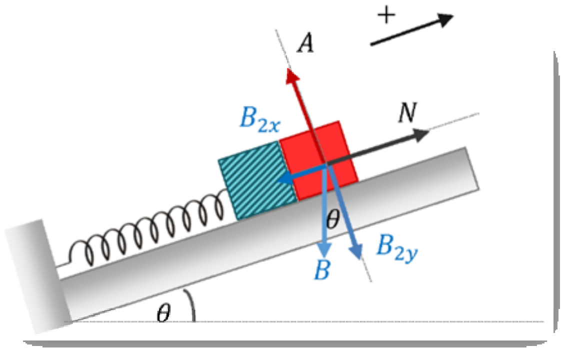
$$y = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) = \mathrm{A}\eta\mu 2\pi(\mathrm{t} - \frac{x}{4})$$

Β.3.α. Σωστό είναι το (i).

Β.3.β. Όσο τα σώματα είναι σε επαφή και εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση θα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση $\alpha = -\omega^2 x$. όπου $D=K=(m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega^2=K/(m_1+m_2)$

Η σταθερά επαναφοράς του σώματος m_2 είναι:
$D_2= m_2\cdot \omega^2 \Rightarrow D_2= m_2\cdot K/(m_1+m_2)$

Σχεδιάζουμε το σύστημα σε μια τυχαία θέση, ορίζουμε θετική φορά προς τα πάνω και εφαρμόζουμε το 2ο νόμο του Νεύτωνα για το πάνω σώμα:



$$\Sigma F_x = -D_2 x \Rightarrow N - B_2 \eta\mu\theta = -D_2 x \Rightarrow$$

$$N = B_2\eta\mu\theta - D_2 x \Rightarrow N = B_2\eta\mu\theta - m_2 \cdot \mathrm{K}/(m_1+m_2)x \quad (1)$$

όπου $\mathrm{N} \geq 0$ όσο το σώμα m_2 είναι συνεχώς σε επαφή με το m_1

αν χ≤0 τότε η Ν≥0 αν χ≥0 τότε υπάρχει περίπτωση η Ν να μηδενιστεί

οπότε η σχέση (1) γίνεται

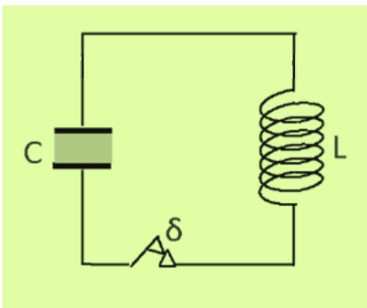
$$\left.\begin{array}{l}\mathrm{N} = B_2\eta\mu\theta - m_2\cdot \mathrm{K}/(m_1+m_2)x \\ \mathrm{N} \geq 0\end{array}\right\} \Rightarrow B_2\eta\mu\theta - m_2 \cdot \frac{\mathrm{K}}{(m_1+m_2)}\cdot x \geq 0$$

για να μη χαθεί η επαφή θα πρέπει:

$$\Rightarrow B_2\eta\mu\theta > m_2\cdot\frac{\mathrm{K}}{(m_1+m_2)}\cdot x \Rightarrow \cancel{m_2} g\eta\mu\theta > \cancel{m_2}\cdot\frac{\mathrm{K}}{(m_1+m_2)}\cdot x \Rightarrow (m_1+m_2)g\eta\mu\theta > K\cdot x$$

ΘΕΜΑ Γ

Εφαρμόζοντας ΑΔΕΤ έχουμε:



$$U_E + U_B = E \Rightarrow U_E = E - U_B \Rightarrow U_E = E - \frac{1}{2}Li^2$$

Όμως δίνεται ότι $U_E = 8\cdot 10^{-2} - 8\cdot 10^{-2} i^2$

οπότε από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει:

$E = 8 \cdot 10^{-2}$ J

$E = \frac{1}{2}CV^2 = 8\cdot 10^{-2} J \Rightarrow C = 10^{-4} F$, $Q=C\cdot V=10^{-4}\cdot 40=4\cdot 10^{-3}$C

$\frac{1}{2}$ $L=8\cdot 10^{-2} \Leftrightarrow L=16\cdot 10^{-2}\ H.$ $\quad E = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow I = 1\ A$

Γ1. Για την περίοδο των ηλεκτρικών ταλαντώσεων έχουμε:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{16\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-4}} = 2\pi\sqrt{16\cdot 10^{-6}} = 8\pi\cdot 10^{-3} s$$

Γ2. Υπολογίζουμε την ένταση του ρεύματος για τη χρονική στιγμή Τ/12

$$i = -I\eta\mu\omega t = -1\eta\mu\left(\frac{2\pi}{\mathrm{T}}\cdot\frac{\mathrm{T}}{12}\right) = -1\eta\mu\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

την ίδια χρονική στιγμή η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου είναι:

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\cdot 16\cdot 10^{-2}\cdot(\frac{1}{2})^2 = 2\cdot 10^{-2}\ j$$

άρα η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου θα είναι:

$U_E = E - U_B = 8\cdot 10^{-2} - 2\cdot 10^{-2} = 6\cdot 10^{-2} J$

Γ3. Εφαρμόζουμε ΑΔΕΤ για να βρούμε το φορτίο του πυκνωτή:

$$E = U_E + U_B \Rightarrow E = U_E + \frac{U_E}{3} = \frac{4}{3}U_E \Rightarrow U_E = \frac{3}{4}E \Rightarrow \frac{1}{\cancel{2}}\frac{q^2}{\cancel{C}} = \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}\frac{Q^2}{\cancel{C}}$$

$$\Rightarrow q = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 4\cdot 10^{-3} \Rightarrow q = \pm 2\sqrt{3}\cdot 10^{-3}\,C$$

Άρα το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι:

$$V_L = V_C = \left|-L\frac{di}{dt}\right| \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \frac{V_C}{L} \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \left|\frac{q}{LC}\right| = |\omega^2 q| \Rightarrow \left|\frac{di}{dt}\right| = \left|\frac{4\pi^2}{T^2}\cdot q\right| = 125\sqrt{3}\,A/s$$

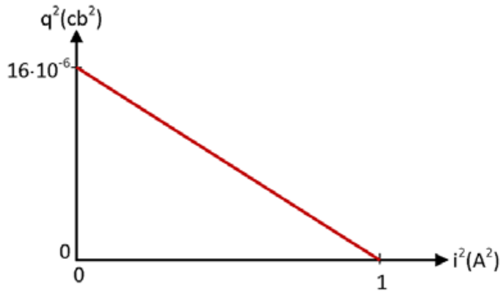
Γ4. Με εφαρμογή ΑΔΕΤ βρίσκουμε τη σχέση που ζητείται:

$$E = U_E + U_B \Rightarrow E = \frac{q^2}{2C} + \frac{1}{2}Li^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2 = 16\cdot 10^{-6} - 16\cdot 10^{-6} i^2$$

$$\gamma\iota\alpha\ \text{i=0} \Rightarrow q = 16\cdot 10^{-6}\,C$$

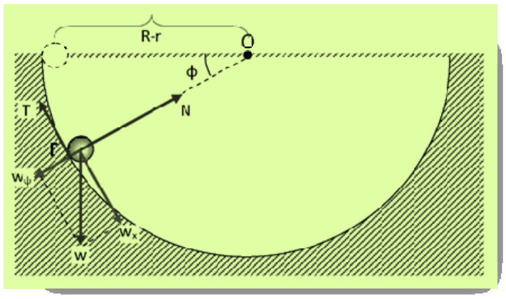
$$\gamma\iota\alpha\ \text{i=1A} \Rightarrow q = 0\ C$$



Παρατηρούμε ότι είναι γραμμικής μορφής $y = \alpha - \beta\chi,\ \beta > 0$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στο σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ενεργούν στη σφαίρα. Το **βάρος w,** που αναλύεται στις **w_x = Wσυνφ** και **W_ψ = Wημφ,** την **κάθετη αντίδραση Ν** και τη **στατική τριβή Τ**.



Η σφαίρα εκτελεί σύνθετη κίνηση επομένως με εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου για την μεταφορική κίνηση και την κύλιση του σφαιριδίου όταν αυτό διέρχεται από μια τυχαία θέση:

Wx-T =ma$_{cm}$ =>Wσυνφ-T =ma$_{cm}$ (1)

$$\left.\begin{aligned} T\cdot r &= I_{cm}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{2}{5}mr^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \\ a_{cm} &= a_{\gamma\omega\nu}\cdot r \end{aligned}\right\} \Rightarrow T\cdot r = \frac{2}{5}mr^2\frac{a_{cm}}{r} \Rightarrow T = \frac{2}{5}ma_{cm}$$

(2)

$$W\sigma\upsilon\nu\varphi - T = m\alpha_{cm} \Rightarrow W\sigma\upsilon\nu\varphi - \frac{2}{5}m\alpha_{cm} = m\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu\varphi = m\alpha_{cm} + \frac{2}{5}m\alpha_{cm} \Rightarrow \cancel{m}g\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{7}{5}\cancel{m}\alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{5}{7}g\sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$T = \frac{2}{5}ma_{cm} = \frac{2}{5}m\frac{5}{7}g\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{2}{7}mg\sigma\upsilon\nu\varphi$$

επειδή mg =1,4 kg·10 m/s²=14N καταλήγουμε στη σχέση: *T=4συνφ (S.I)*

Δ.2. Ισχύει: N-Wημφ $= m\dfrac{\upsilon^2_{cm(\Gamma)}}{R-r}$ (3)

(γιατί το κέντρο της σφαίρας κάνει κυκλική κίνηση ακτίνας R-r)

Την ταχύτητα $\upsilon_{cm(\Gamma)}$ στο σημείο Γ θα την υπολογίσουμε με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε από τη θέση Α ως τη θέση Γ:

$$\frac{1}{2}I\omega^2+\frac{1}{2}m\upsilon_{cm(\Gamma)}^2=W_B \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\omega^2+\frac{1}{2}m\upsilon_{cm(\Gamma)}^2=mg(R-r)\eta\mu 30 \Rightarrow$$

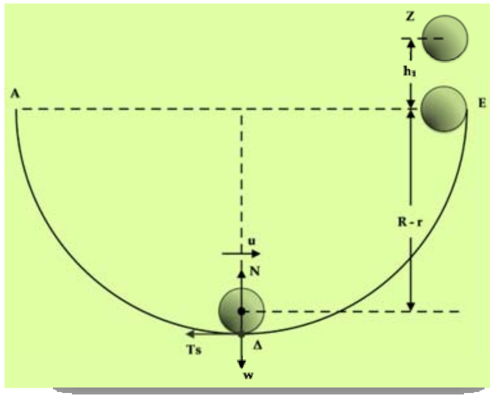
$$\Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}}\frac{2}{5}\cancel{m}r^2\omega^2+\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m}\upsilon_{cm(\Gamma)}^2=\cancel{m}g(R-r)\cancel{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{2}{5}\upsilon_{cm(\Gamma)}^2+\upsilon_{cm(\Gamma)}^2=g(R-r)$$

$$\Rightarrow \frac{7}{5}\upsilon_{cm(\Gamma)}^2=g(R-r) \Rightarrow \upsilon_{cm(\Gamma)}^2=\frac{5}{7}g(R-r) \Rightarrow \frac{\upsilon_{cm(\Gamma)}^2}{(R-r)}=\frac{5}{7}g$$

Η σχέση (3) επομένως γίνεται:

$$\text{N-W}\eta\mu\varphi=m\frac{\upsilon_{cm(\Gamma)}^2}{R-r} \Rightarrow \text{N}=W\eta\mu 30+m\frac{\upsilon_{cm(\Gamma)}^2}{R-r}=1{,}4\cdot 10\cdot\frac{1}{2}+1{,}4\cdot\frac{5}{7}\cdot 10=7+10=17\text{N}$$

Δ3. Εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από τη θέση Δ στη θέση Ε για τη σύνθετη κίνηση της συμπαγής μικρής σφαίρας.



$$E_{\mu\eta\chi(\Delta)}=E_{\mu\eta\chi(E)} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_{cm(\Delta)}^2+\frac{1}{2}I\omega_\Delta^2=\frac{1}{2}m\upsilon_{cm(E)}^2+\frac{1}{2}I\omega_E^2+mg(R-r) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_{cm(\Delta)}^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}m r^2\omega_\Delta^2=\frac{1}{2}m\upsilon_{cm(E)}^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}m r^2\omega_E^2+mg(R-r) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\upsilon_{cm(\Delta)}^2+\frac{1}{5}\upsilon_{cm(\Delta)}^2=\frac{1}{2}\upsilon_{cm(E)}^2+\frac{1}{5}\upsilon_{cm(E)}^2+g(R-r) \Rightarrow \frac{7}{10}\upsilon_{cm(\Delta)}^2=\frac{7}{10}\upsilon_{cm(E)}^2+g(R-r) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_{cm(E)}^2=\upsilon_{cm(\Delta)}^2-\frac{10}{7}g(R-r) \Rightarrow \upsilon_{cm(E)}=\sqrt{\upsilon_{cm(\Delta)}^2-\frac{10}{7}g(R-r)} \Rightarrow$$

$$\upsilon_{cm(E)}=\sqrt{\upsilon_{cm(\Delta)}^2-\frac{10}{7}g(R-\frac{R}{8})}\,m/s \Rightarrow \upsilon_{cm(E)}=\sqrt{\upsilon_{cm(\Delta)}^2-\frac{10}{7}g(\frac{7R}{8})}\,m/s \Rightarrow \upsilon_{cm(E)}=\sqrt{16}=4m/s$$

Στη σφαίρα από τη στιγμή που εγκαταλείπει το ημικύκλιο ενεργεί μόνο το βάρος της δύναμη της οποίας η ροπή ως προς αξονα που περνάει από το κέντρο μάζας της είναι μηδενική συνεπώς η κινητική ενέργεια λόγω της περιστροφής παραμένει σταθερή, άρα ισχύει η σχέση: $\frac{1}{2}I\omega_E^2=\frac{1}{2}I\omega_Z^2$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από τη θέση Ε στη θέση Ζ για τη σύνθετη κίνηση της σφαίρας από τη στιγμή που εγκαταλείπει το ημικύκλιο.

$$E_{\mu\eta\chi(E)}=E_{\mu\eta\chi(Z)} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_{cm(E)}^2+\cancel{\frac{1}{2}I\omega_E^2}=\frac{1}{2}m\upsilon_{cm(Z)}^2+\cancel{\frac{1}{2}I\omega_Z^2}+mgh \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{cm(E)}^2+=0+m \Rightarrow gh=\frac{1}{2}\upsilon_{cm(E)}^2 \Rightarrow h=\frac{1}{2}\frac{\upsilon_{cm(E)}^2}{g}=\frac{1}{2}\frac{4^2}{10}=0{,}8m$$

Δ4. Όταν χάσει την επαφή του, δηλαδή στο σημείο Ε, ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας είναι: $\frac{dK}{dt}=\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\mu\varepsilon\tau}+\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\sigma\tau\rho o\varphi}=\Sigma F\cdot\upsilon_{cm(E)}+\Sigma\tau\cdot\omega_{(E)}$ (1)

Η μόνη δύναμη που ασκείται είναι το βάρος του σώματος οπότε ΣF=-mg και Στ=0 καθότι η ροπή του βάρους είναι μηδενική συνεπώς η παραπάνω σχέση (1) γίνεται:

$$\frac{dK}{dt}=+\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\mu\varepsilon\tau}+\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\sigma\tau\rho o\varphi}=-mg\upsilon_{cm(E)}+0=-1{,}4\cdot 10\cdot 4=-56J/s$$

Για το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής έχουμε: $\frac{dL}{dt}=\Sigma\tau=0$