ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 11 ΙΟΥΛΙΟΥ 2005
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

1. α , 2. β , 3.γ , 4. δ.
5. α. Σ β. Σ γ. Σ δ. Σ ε. Λ

ΘΕΜΑ 2ο

1. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Αιτιολόγηση

Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα που περνάει από μία από τις σφαίρες(π.χ. από την πρώτη) δίνεται από τη σχέση : $I_{ολ}=I_1+I_2+I_3=I_2+I_3$ **(επειδή $I_1=0$)**

$=mL^2+mL^2=2mL^2$

2. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Αιτιολόγηση

Ισχύει η σχέση ω = αt

$$K=\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}I(\alpha_\gamma t)^2=\frac{1}{2}I\alpha_\gamma^2t^2$$

$$K_1=\frac{1}{2}I\alpha_\gamma^2t_1^2$$

$$K_2=\frac{1}{2}I\alpha_\gamma^2(2t_1)^2=\frac{1}{2}I\alpha_\gamma^2 4t_1{}^2=4\frac{1}{2}I\alpha_\gamma^2t_1^2=4K_1$$

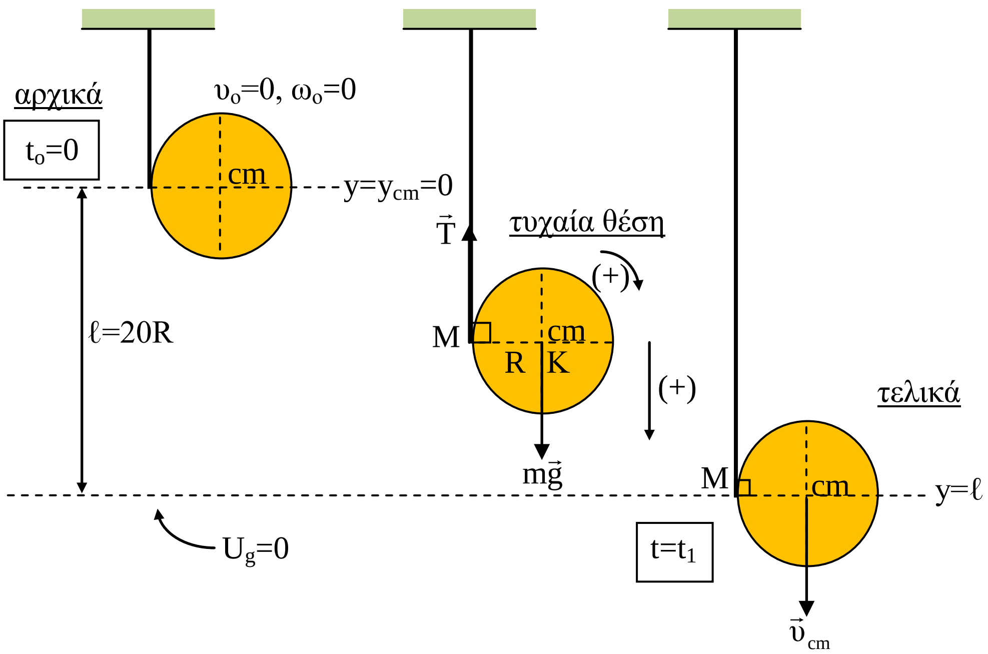
3. Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Αιτιολόγηση

Από την πρώτη γραφική παράσταση(σχήμα 1) έχουμε λ=1m
Από τη δεύτερη γραφική παράσταση (σχήμα 2) έχουμε Τ=0,1 s

$$\upsilon=\lambda f=\lambda\frac{1}{T}=\frac{1}{0,1}=10\frac{m}{s}$$

3ο Θέμα :



Με εφαρμογή του 2ου Νόμου του Newton για τη μεταφορική κίνηση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου έχουμε:

$$\Sigma F = \Sigma F_y = m\alpha_{cm} \Rightarrow mg - T = m\alpha_{cm} \Rightarrow T = mg - m\alpha_{cm} \quad (1)$$

Με εφαρμογή του Θεμελιώδους Νόμου της Περιστροφής για τον κύλινδρο έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(K)} = I\cdot\alpha_\gamma \Rightarrow \tau_T = I\cdot\alpha_\gamma \Rightarrow T\cdot R = I\cdot\alpha_\gamma \Rightarrow T = \frac{I}{R}\cdot\alpha_\gamma \quad (2)$$

Αφού το νήμα είναι τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου, θα ισχύει:

$$\alpha_{cm} = \alpha_\gamma\cdot R \quad ή \quad \alpha_\gamma = \frac{\alpha_{cm}}{R} \quad (3)$$

Η εξίσωση (2) σύμφωνα με την (3) γίνεται:

$$T = \frac{I}{R}\cdot\frac{\alpha_{cm}}{R} \quad ή \quad T = \frac{I}{R^2}\cdot\alpha_{cm} \quad (4)$$

Επομένως η εξίσωση (4) σύμφωνα με την (1) δίνει:

$$\frac{I}{R^2}\alpha_{cm} = mg - m\alpha_{cm} \Rightarrow I\cdot\alpha_{cm} = mgR^2 - mR^2\alpha_{cm} \Rightarrow \alpha_{cm}(I + mR^2) = mgR^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{mgR^2}{I + mR^2} = σταθ. \quad (5)$$

Αφού α_{cm}=σταθ., για την κίνηση του cm του κυλίνδρου ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\left.\begin{aligned} \upsilon_{cm} &= \alpha_{cm}\cdot t \\ y_{cm} &= \frac{1}{2}\alpha_{cm}\cdot t^2 \end{aligned}\right\} \underset{y_{cm}=\ell}{\overset{t=t_1}{\Rightarrow}} \left.\begin{aligned} \upsilon_{cm} &= \alpha_{cm}\cdot t_1 \\ \ell &= \frac{1}{2}\alpha_{cm}\cdot t_1^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} t_1 &= \frac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}} \\ \ell &= \frac{1}{2}\alpha_{cm}\cdot t_1^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} t_1 &= \frac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}} \\ \ell &= \frac{1}{2}\alpha_{cm}\cdot (\frac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}})^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} t_1 &= \frac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}} \\ \ell &= \frac{\upsilon_{cm}^2}{2\alpha_{cm}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} t_1 &= \frac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}} \\ \alpha_{cm} &= \frac{\upsilon_{cm}^2}{2\ell} \end{aligned}\right\} \overset{(\ell=20R)}{\Rightarrow} \left.\begin{aligned} t_1 &= \frac{\upsilon_{cm}}{\alpha_{cm}} \\ \alpha_{cm} &= \frac{2^2}{2\cdot 20\cdot 0,015} m/s^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &\underline{t_1 = 0,3s} \\ &\underline{\alpha_{cm} = \frac{20}{3} m/s^2} \end{aligned}.$$

α) Επιστρέφοντας τώρα στην εξίσωση (5), για τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του έχουμε:

$$\alpha_{cm} = \frac{mgR^2}{I + mR^2} \Rightarrow I + mR^2 = \frac{mgR^2}{\alpha_{cm}} \Rightarrow I = mR^2(\frac{g}{\alpha_{cm}} - 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = mR^2(\frac{10m/s^2}{(20/3)m/s^2} - 1) \Rightarrow \boxed{I = \frac{1}{2}mR^2 = 1,35\cdot 10^{-5} kg\cdot m^2} \quad (6).$$

β) Για το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου έχουμε:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau_{(K)} \Rightarrow \frac{dL}{dt} = \tau_T \Rightarrow \frac{dL}{dt} = T\cdot R \quad (7)$$

Η (4) σύμφωνα με την (6) γίνεται:

$$T = \frac{1}{R^2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\cdot\alpha_{cm} \Rightarrow T = \frac{1}{2}m\alpha_{cm} = \frac{1}{2}\cdot\frac{12}{100}\cdot\frac{20}{3}N \Rightarrow \underline{\underline{T = 0,4N}}.$$

Επομένως η (7) δίνει: $\frac{dL}{dt}=\frac{4}{10}\cdot\frac{15}{1000}\frac{Kg\cdot m^2}{s^2}\Rightarrow\boxed{\frac{dL}{dt}=6\cdot10^{-3}\frac{Kg\cdot m^2}{s^2}}$

γ) - Αφού το νήμα κόβεται, για $t\geq t_1$ θα ισχύει

$T=0$ ή $\Sigma\tau_{(K)}=\tau_T=0$ ή $\alpha_\gamma=0$ (***στροφική ομαλή κίνηση***) οπότε $\omega=\omega_1=\frac{\upsilon_{cm}}{R}=$ σταθ.

Δηλαδή: $\omega_2=\omega_1=\frac{\upsilon_{cm}}{R}=\frac{2}{\frac{15}{1000}}r/s$ ή $\omega_2=\frac{2\cdot1000}{15}r/s$ ή $\omega_2=\frac{400}{3}r/s$.

Επομένως είναι:

$$\text{για } t\geq t_1\longrightarrow L=L_2=I\cdot\omega_2=\text{σταθ.}\rightarrow L=L_2=1{,}8\cdot10^{-3}Kg\cdot m^2/s.$$

- Για τη γωνία που διαγράφει μια ακτίνα του κυλίνδρου στο χρόνο Δt = 0,8sec έχουμε

$$\omega=\omega_2=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\text{σταθ.}\Rightarrow\Delta\varphi=\omega_2\cdot\Delta t=\frac{400}{3}\cdot0{,}8\,rad\Rightarrow\Delta\varphi=\frac{320}{3}rad.$$

Επομένως, ο αριθμός των περιστροφών που έκανε ο κύλινδρος στο χρόνο Δt=0,8sec, είναι

$$N=\frac{\Delta\varphi}{2\pi}=\frac{320}{3\cdot2\pi}\text{ περιστροφές}\Rightarrow\underline{\underline{N=\frac{160}{3\pi}\text{ περιστροφές}}}.$$

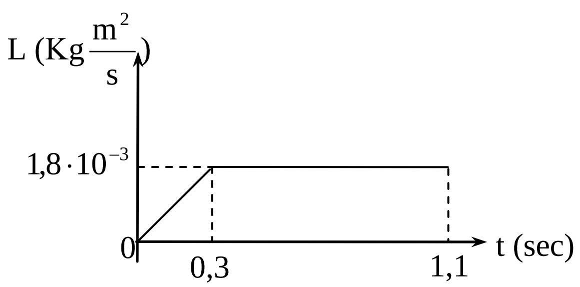
δ) Για το μέτρο της στροφορμής όταν $0\leq t\leq t_1=0{,}3s$ έχουμε:

$$\left.\begin{aligned}L&=I\cdot\omega\\ \omega&=\alpha_\gamma t\end{aligned}\right\}\Rightarrow L=I\cdot\alpha_\gamma\cdot t\Rightarrow L=I\frac{\alpha_{cm}}{R}t\Rightarrow\boxed{L=6\cdot10^{-3}t}\ (S.I.)$$

Επομένως για τη συνάρτηση L=L(t) έχουμε:

$$L=\begin{cases}6\cdot10^{-3}t\,, & 0\leq t\leq0{,}3s\\ 1{,}8\cdot10^{-3}\,, & 0{,}3\leq t\leq1{,}1s\end{cases}\ (S.I.)$$

Το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή t=0 μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο 0,8s αφού κόπηκε το νήμα, φαίνεται παρακάτω.



<u>Ενεργειακή προσέγγιση του ερωτήματος α)</u>

Αφού η τάση του νήματος δεν παράγει συνολικά έργο, μπορούμε να εφαρμόσουμε το Θ.Δ.Μ.Ε. ($y=0\rightarrow y=\ell=20R$). Δηλαδή:

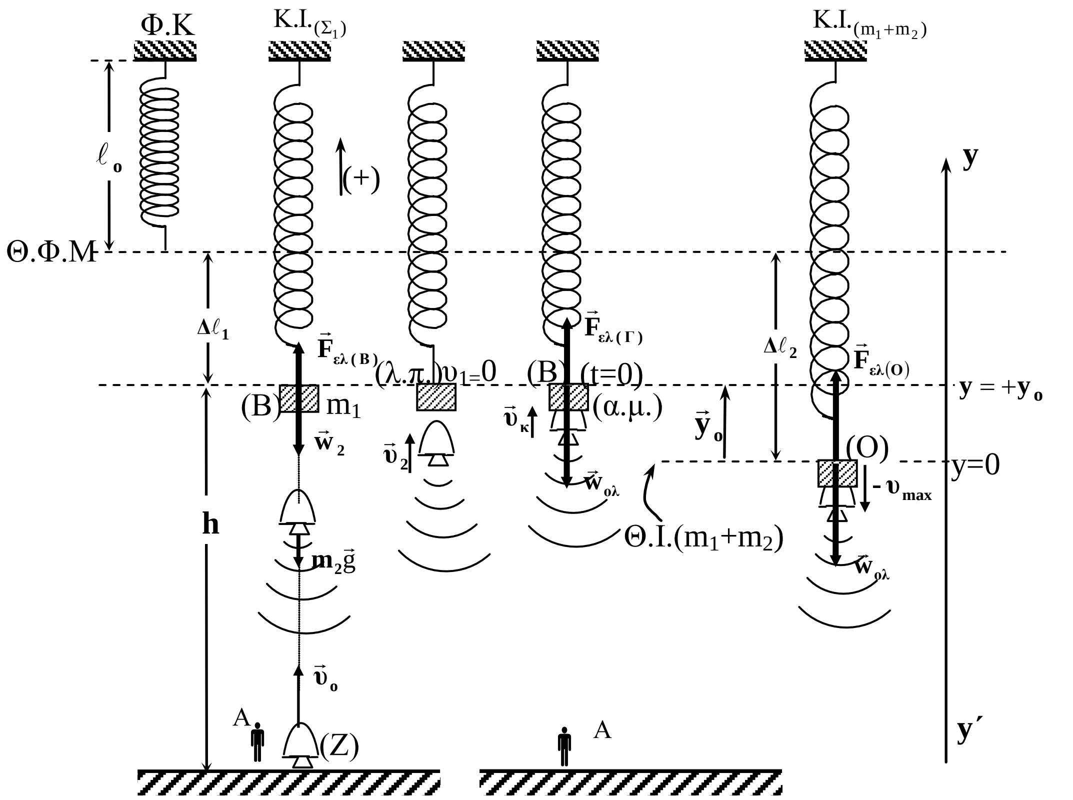
$$mg\ell+0=0+\frac{1}{2}I\cdot\omega_1^2+\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 \overset{(\upsilon_{cm}=\omega_1\cdot R)}{\Rightarrow} mg20R=\frac{1}{2}I\cdot\frac{\upsilon_{cm}^2}{R^2}+\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 \Rightarrow$$

$$2mg20R^3=I\cdot\upsilon_{cm}^2+m\upsilon_{cm}^2R^2 \Rightarrow 40mgR^3-mR^2\upsilon_{cm}^2=I\upsilon_{cm}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I=\frac{mR^2(40gR-\upsilon_{cm}^2)}{\upsilon_{cm}^2} \Rightarrow I=mR^2(\frac{40gR}{\upsilon_{cm}^2}-1) \Rightarrow I=mR^2(\frac{40\cdot10}{4}\cdot\frac{15}{1000}-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{I=\frac{1}{2}mR^2=1,35\cdot10^{-5}Kg\cdot m^2}.$$

4ο Θέμα :



α) Έστω f_2 η συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής λίγο πριν την κρούση και υ_2 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_2 λίγο πριν συγκρουστεί με το σώμα Σ_1. Τότε θα ισχύει:

$$f_2=f_s\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi}+\upsilon_2} \quad (1)$$

Για την ταχύτητα υ_2 με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε.$_{(Z\to B(\lambda.\pi.))}$ για την κίνηση του σώματος Σ_2 πριν την κρούση έχουμε :

$$\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^{\ 2}-\frac{1}{2}m_2\upsilon_o^{\ 2}=W_{m_2g}^{Z\to B} \Rightarrow \frac{1}{2}m_2(\upsilon_2^{\ 2}-\upsilon_o^{\ 2})=-m_2gh \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_2^{\ 2}-\upsilon_o^{\ 2}=-2gh \Rightarrow \underline{\underline{\upsilon_2=\sqrt{\upsilon_o^{\ 2}-2gh}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_2=\sqrt{12^2-2\cdot10\cdot2,2}\ m/s \Rightarrow \upsilon_2=10m/s.$$

Με αντικατάσταση στην εξίσωση (1) προκύπτει

$$f_2 = 700\frac{340}{340+10}\text{Hz} = 700\frac{340}{350}\text{Hz} \text{ ή } \underline{\underline{f_2 = 680\text{Hz}}}.$$

β) Για την επιμήκυνση $\Delta\ell_1$ του ελατηρίου στη Θ.Ι (Β) του σώματος $Σ_1$ έχουμε:

$$\Sigma F_{(B)}=0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda(B)} - m_1 g=0 \Rightarrow k\Delta\ell_1 = m_1 g \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{m_1 g}{k} = \frac{17\cdot 10}{60}m \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{17}{6}m$$

Στη Θ.Ι. (Ο) του συσσωματώματος ισχύει:

$$\Sigma F_{(0)} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda(0)} - (m_1+m_2)g = 0 \Rightarrow k\Delta\ell_2 = (m_1+m_2)g \quad (2)$$

$$\text{και } \Delta\ell_2 = \frac{(m_1+m_2)g}{k} \Rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{20}{6}\text{m}$$

Για την αλγεβρική τιμή της $\Sigma\vec{F}$ που ασκείται στο συσσωμάτωμα στη θέση Β (μπορεί να θεωρηθεί τυχαία θέση) με θετική φορά αυτή της απομάκρυνσης έχουμε:

$$\Sigma F = F_{\varepsilon\lambda} - (m_1+m_2)g = k(\Delta\ell_2 - y_o) - (m_1+m_2)g \overset{(2)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \Sigma F = k\Delta\ell_2 - ky_o - k\Delta\ell_2 \Rightarrow \Sigma F = -ky_o, y_o = +y, \quad \underline{\underline{\Sigma F = -ky}} \quad (3)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση (3) το συσσωμάτωμα εκτελεί Α.Α.Τ με D=k, περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}\text{sec}$ και γωνιακή συχνότητα $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \sqrt{3}\ \text{rad/sec}$.

Για το μέτρο της απομάκρυνσης του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση έχουμε:

$$\Delta\ell_2 = \Delta\ell_1 + |\vec{y}_o| \Rightarrow |\vec{y}_o| = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1 \Rightarrow |\vec{y}_o| = \frac{20}{6}\text{m} - \frac{17}{6}\text{m} \Rightarrow |\vec{y}_o| = 0{,}5\text{m}$$

Για την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\kappa$ του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση έχουμε

$$\text{Α.Δ.Ο.}_{(B)}: \vec{P}_{(\lambda.\pi.)} = \vec{P}_{(\alpha.\mu.)} \Rightarrow m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1+m_2)\vec{\upsilon}_\kappa \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{\upsilon}_\kappa = \frac{m_2}{m_1+m_2}\vec{\upsilon}_2 \Rightarrow \begin{cases} \vec{\upsilon}_\kappa \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}_2, \text{ αφού } \frac{m_2}{m_1+m_2} > 0 \\ \upsilon_\kappa = \frac{m_2}{m_1+m_2}\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_\kappa = 1{,}5\text{m/sec} \end{cases}$$

Για το πλάτος της Α.Α.Τ του συσσωματώματος έχουμε

$$\underline{\text{Α.Δ.Ε.Τ:}}\ E_T = K_{\Sigma\Sigma} + U_T = \text{σταθ. ή } E_T = K_{\Sigma\Sigma_{(B)}} + U_{T_{(B)}} \text{ ή } \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2 + \frac{1}{2}ky_o^2 \text{ ή}$$

$$A = \sqrt{\frac{(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2 + ky_o^2}{k}} = \sqrt{\frac{20\cdot\frac{9}{4} + 60\frac{1}{4}}{60}}\text{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{A=1\text{m}}$$

Προσδιορισμός αρχικής φάσης:

$$y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o) \qquad (4)$$

$$V = V_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o) \quad (5)$$

Κατά τη θεωρούμενη ως t=0 χρονική στιγμή είναι $y = y_o = +\frac{1}{2}\text{m}$ ή $y = y_o = \frac{A}{2}$ και $V = \upsilon_\kappa > 0$, οπότε

$$\left.\begin{array}{l}(4)\xrightarrow{t=0}\frac{A}{2} = A\etaμ(\omega\cdot 0+\varphi_o) \Rightarrow \etaμ\varphi_o = \frac{1}{2} \\ (5)\xrightarrow{t=0} V = V_{max}\sigmaυν(\omega\cdot 0+\varphi_o) = \upsilon_\kappa > 0 \Rightarrow \sigmaυν\varphi_o > 0\end{array}\right\} \overset{(0\le\varphi_o<2\pi)}{\Rightarrow} \underline{\varphi_o = \frac{\pi}{6}}.$$

Επομένως η σχέση απομάκρυνσης –χρόνου είναι:

$$\underline{\underline{y = 1\cdot \etaμ(\sqrt{3}t+\frac{\pi}{6})\ (\text{S.I.})}}$$

γ) Για τη σχέση που ζητείται έχουμε:

$$f_A(t) = f_s\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi}+V(t)} \quad (6)$$

Η εξίσωση ταχύτητας –χρόνου για την απλή αρμονική ταλάντωση του συσσωματώματος , σύμφωνα με την σχέση (5), είναι

$$V = \omega\cdot A\sigmaυν(\omega t+\varphi_0) \text{ ή } V = \sqrt{3}\sigmaυν(\sqrt{3}t+\frac{\pi}{6}) \quad (\text{S.I.}) \ (7)$$

Επομένως η εξίσωση (6) σύμφωνα με την εξίσωση (7) δίνει:

$$\underline{\underline{f_A(t) = 700\frac{340}{340+\sqrt{3}\sigmaυν(\sqrt{3}t+\frac{\pi}{6})}}} \quad (\text{S.I.})$$

δ) Η μέγιστη συχνότητα ήχου $f_{A(max)}$ που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής αντιστοιχεί στη συχνότητα ήχου που εκπέμπεται από τη σειρήνα όταν διέρχεται από τη Θ.Ι της ταλάντωσης κινούμενη προς τα κάτω ($V=-V_{max}$), ενώ η ελάχιστη $f_{A(min)}$ όταν διέρχεται από την ίδια θέση κινούμενη προς τα πάνω ($V = +V_{max}$). Οπότε για το ζητούμενο λόγο έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l} f_{A(max)} = 700\frac{340}{340-\sqrt{3}}\text{Hz} \\ f_{A(min)} = 700\frac{340}{340+\sqrt{3}}\text{Hz}\end{array}\right\} \overset{(\div)}{\Rightarrow} \underline{\underline{\frac{f_{A(max)}}{f_{A(min)}} = \frac{340+\sqrt{3}}{340-\sqrt{3}}}}.$$