



**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΤΕΤΑΡΤΗ 13 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012  
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1. δ A2. β A3. β A4. γ**

**A5. α. Σ β. Λ γ. Λ δ. Σ ε. Σ**

**ΘΕΜΑ Β**

**B1. Σωστό το γ**

**Αιτιολόγηση:**

$$|A| = 2A \sin\left(\pi \frac{x_1 - x_2}{\lambda}\right) = 2A \sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}A$$

**B2. Σωστό το γ**

**Αιτιολόγηση:**

Η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο κύκλωμα LC<sub>1</sub> είναι:

$$E_T = U_{E_{\max}} = \frac{1}{2} \frac{1}{C_1} Q^2$$

Η εξίσωση του φορτίου του πυκνωτή C<sub>1</sub> είναι:  $q = Q \sin(\omega t)$

για  $t_1 = \frac{7T}{4}$  έχουμε:

$$q = Q \sin\left(\omega \frac{7T}{4}\right) = Q \sin\left(\frac{2\pi}{T} \frac{7T}{4}\right) = Q \sin(3,5\pi)$$

$$\rightarrow q = Q \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{2}\right) = Q \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = Q \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0C$$

Άρα τη χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{7T}{4}$  που ο διακόπτης Δ1 ανοίγει και ταυτόχρονα κλείνει ο

διακόπτης Δ2, το πηνίο έχει το σύνολο της αρχικής ενέργειας την οποία μεταφέρει στο 2<sup>ο</sup> κύκλωμα LC<sub>2</sub> δηλαδή την  $t_1$  για την ταλάντωση του LC<sub>2</sub> έχουμε:

$$U'_B = \frac{1}{2} \frac{1}{C_1} Q^2 \quad \text{και} \quad U'_E = \frac{1}{2} \frac{1}{C_2} Q^2$$

Οπότε από ΑΔΕΤ για το LC<sub>2</sub> έχουμε:

$$E'_T = U'_B + U'_E = \frac{1}{2} \frac{1}{C_1} Q^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{C_2} Q^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \frac{1}{C_2} Q^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) Q^2 \Rightarrow$$

$$\text{Όμως } C_2 = 2C_1 \quad \text{άρα: } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2C_1} Q^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2C_1} \right) Q^2 \Rightarrow Q^2 = 3Q^2 \Rightarrow Q' = \sqrt{3}Q$$





**B3. Σωστό το β**

Η διαφορά φάσης των συνιστωσών ταλαντώσεων είναι

$$\Delta\varphi = \varphi_1(t) - \varphi_2(t) = \omega t + \frac{\pi}{3} - \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{2}$$

Οι ενέργειες των συνιστωσών ταλαντώσεων

$$E_1 = \frac{1}{2}DA_1^2 \text{ και } E_2 = \frac{1}{2}DA_2^2 \quad (1)$$

Για το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης ισχύει:

$$A_{\text{ολ}}^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\text{συν}\frac{\pi}{2} = A_1^2 + A_2^2 \quad (2)$$

Η συνολική ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης είναι:

$$E_{\text{ολ}} = \frac{1}{2}DA_{\text{ολ}}^2 \xrightarrow{(2)} E_{\text{ολ}} = \frac{1}{2}D(A_1^2 + A_2^2) = \frac{1}{2}DA_1^2 + \frac{1}{2}DA_2^2$$

$$\Rightarrow E_{\text{ολ}} = E_1 + E_2$$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Οι δυνάμεις που ασκούνται στο δίσκο είναι η δύναμη του ελατηρίου  $F_{ελ}$ , το βάρος  $W$ , και η δύναμη του δαπέδου που αναλύεται σε δυο συνιστώσες  $N$  και  $T_{στ}$  όπως φαίνεται στο σχήμα :

Η ροπή της  $F_{ελ}$  είναι αντιωρολογιακή, άρα της στατικής τριβής πρέπει να είναι ωρολογιακή, γι αυτό η  $T_{στ}$  πρέπει να έχει φορά προς τα κάτω, ομόρροπη με τη  $W_x$ .

Επειδή ο δίσκος ισορροπεί:

$$\Sigma\tau_o = 0 \Rightarrow -T_{στ}R + F_{ελ}\frac{R}{2} = 0 \Rightarrow T_{στ} = \frac{F_{ελ}}{2} \quad (1)$$

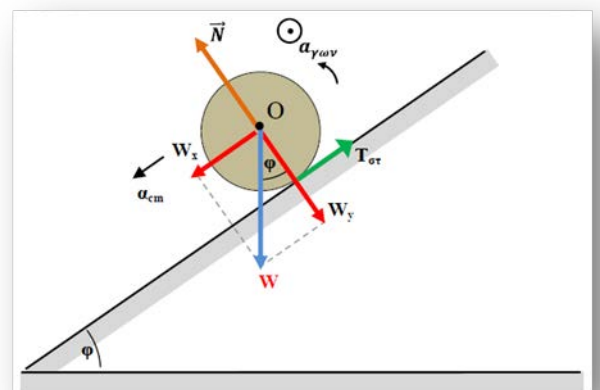
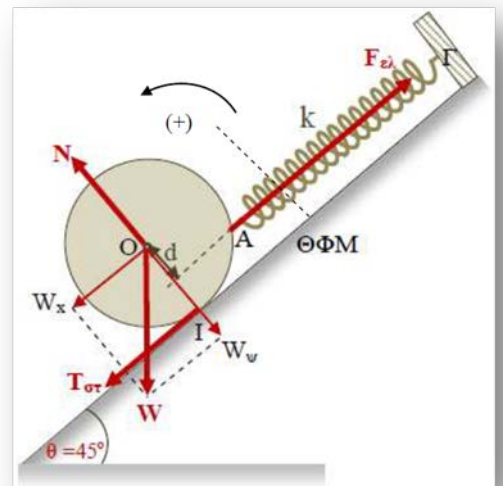
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{ελ} = T_{στ} + Mg\eta\mu\varphi \Rightarrow F_{ελ} = \frac{F_{ελ}}{2} + Mg\eta\mu\varphi \Rightarrow \frac{F_{ελ}}{2} = Mg\eta\mu\varphi$$

$$\rightarrow F_{ελ} = 2Mg\eta\mu\varphi = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 40N$$

$$\rightarrow K\Delta l = 40 \Rightarrow \Delta l = 0,4m$$

**Γ2.** Από (1) και (2) προκύπτει ότι η στατική τριβή έχει μέτρο  $T_{στ} = 20N$  με διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου και φορά προς τα κάτω, όπως εξηγήσαμε στο προηγούμενο ερώτημα.

**Γ3.** Όταν το ελατήριο κόβεται και ο δίσκος αφήνεται να κυλίσει χωρίς ολίσθηση κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου οι δυνάμεις που του ασκούνται είναι το βάρος  $W$ , η κατακόρυφη αντίδραση του δαπέδου και η στατική τριβή με φορά προς τα πάνω (για να τον περιστρέψει αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού





μιας και οι υπόλοιπες δυνάμεις δε δημιουργούν ροπή). Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο για τη μεταφορική κίνηση ( $\Sigma F_x = Ma$ ) και για τη στροφική κίνηση ( $\Sigma \tau(o) = I\alpha_{\gamma\omega\nu}$ ) του δίσκου έχουμε:

$$\Sigma F_x = Ma_{cm} \rightarrow M g \eta \mu \varphi - T \sigma \tau = Ma_{cm} \quad (3) \text{ και}$$

$$\Sigma \tau(o) = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau} R = \frac{1}{2} MR^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2} MR \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2} Ma_{cm} \quad (4)$$

Από (3) + (4) έχουμε:

$$M g \eta \mu \varphi = Ma_{cm} + \frac{1}{2} Ma_{cm} = \frac{3}{2} Ma_{cm}$$

$$a_{cm} = \frac{2}{3} g \eta \mu \varphi = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{10\sqrt{2}}{3} \text{ m/s}^2$$

με διεύθυνση παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και φορά προς τα κάτω.

**Γ4.** Αφού ο δίσκος εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση ισχύει:

$$s = \frac{1}{2} a_{cm} t_1^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2s}{a_{cm}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,3\sqrt{2} \cdot 3}{10\sqrt{2}}} \sqrt{\frac{18}{100}} = \frac{3\sqrt{2}}{10} \text{ s}$$

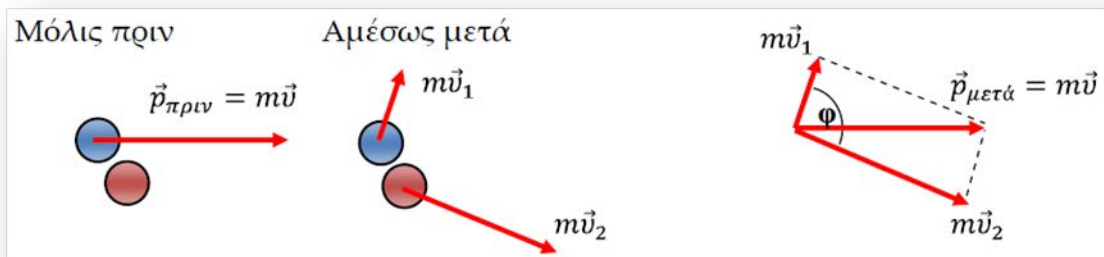
Αρα για το μέτρο της στροφορμής θα έχουμε:

$$L_1 = I\omega_1 = \frac{1}{2} MR^2 \frac{v_{cm}}{R} = \frac{1}{2} MR v_{cm} = \frac{1}{2} MR a_{cm} t_1$$

$$\rightarrow L_1 = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 0,1 \cdot \frac{10\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{10} = \frac{6\sqrt{2}}{30} = 0,2\sqrt{2} \text{ Kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

## ΘΕΜΑ Δ

### Δ1.



$$\Sigma \vec{F}_{εξ} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow m\vec{v} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$$

ή με το παραλληλόγραμμα

$$p_{\text{μετά}}^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos \varphi \Rightarrow m^2 v^2 = m^2 v_1^2 + m^2 v_2^2 + 2m v_1 m v_2 \cos \varphi$$

$$\rightarrow v^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \cos \varphi \quad (1)$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική ισχύει :

$$K_{\text{πριν}} = K_1' + K_2' \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v^2 = v_1^2 + v_2^2 \xrightarrow{(1)} 2v_1 v_2 \cos \varphi = 0 \Rightarrow \cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$





Επομένως μετά την κρούση οι σφαίρες θα κινηθούν **κάθετα μεταξύ τους**.

**Δ2.** Αφού  $v^2 = v_1^2 + v_2^2$  αντικαθιστώντας  $v = \frac{4}{3}$  και  $v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{3}}$  βρίσκουμε:

$$\frac{16}{9} = v_1^2 + \frac{v_1^2}{3} = \frac{4v_1^2}{3} \Rightarrow v_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ m/s και } v_2 = \frac{2}{3} \text{ m/s}$$

**Δ3.**

**Από Α.Δ.Ο**

$$P_{\text{πριν}} = P_{\text{μετά}} \Rightarrow m_1 v_1 = (M+m) v_{\Sigma} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\Sigma} = \frac{m_1 v_1}{M+m} = \frac{1 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}}{3+1} = \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} \Delta K &= K_{\text{τελ.}} - K_{\text{αρχ.}} = \frac{1}{2} (M+m_1) v_{\Sigma}^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \\ &= \frac{1}{2} (3+1) \left( \frac{\sqrt{3}}{6} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left( \frac{2\sqrt{3}}{3} \right)^2 = \frac{1}{6} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{2} \text{ J} \end{aligned}$$

**Δ4.**

$$K_{\text{τελ.}} - K_{\text{αρχ.}} = W_{\text{τρ.}} + W_{\text{Feλ.}} \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2} (M+m_1) v_{\Sigma}^2 = -\mu N x_{\text{max}} - \frac{1}{2} K x_{\text{max}}^2$$

$$-\frac{1}{2} (M+m_1) v_{\Sigma}^2 = -\mu (M+m_1) g x_{\text{max}} - \frac{1}{2} K x_{\text{max}}^2$$

$$-\frac{1}{2} 4 \left( \frac{\sqrt{3}}{6} \right)^2 = -\frac{1}{12} \cdot 4 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^{-2} - \frac{1}{2} K \cdot 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\rightarrow -\frac{1}{6} = -\frac{1}{15} - \frac{K}{5000} \Rightarrow \frac{K}{5000} = \frac{1}{10} \Rightarrow K = 500 \text{ N/m}$$

