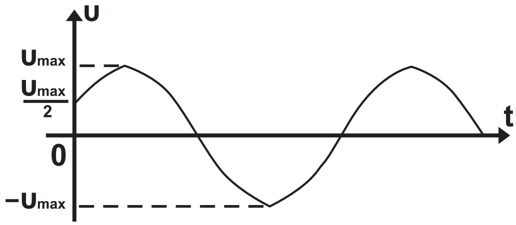
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β΄

Θέμα 1ο

Οδηγία: Στις ερωτήσεις 1-5 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Το διάγραμμα του διπλανού σχήματος δείχνει τη μεταβολή της ταχύτητας με τον χρόνο ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι:



α. π/6 β. 5π/6

γ. π/3 δ. 5π/3 **(Μονάδες 5)**

2. Αν το φορτίο του πυκνωτή σε ιδανικό κύκλωμα LC θέλει 3ms για να αποκτήσει για πρώτη φορά απόλυτη τιμή Q/2 ξεκινώντας από μηδενική τιμή, τότε θέλει:

α. 6ms ώστε από μηδενική τιμή να γίνει μέγιστο.

β. 9ms ώστε από μέγιστο να γίνει μηδέν.

γ. 12ms ώστε από απόλυτη τιμή Q/2 να γίνει μέγιστο.

δ. 12ms μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του. **(Μονάδες 5)**

3. Σημειακό αντικείμενο εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με πλάτος που μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0e^{-\Lambda t}$, όπου Λ θετική σταθερά, A_0 το αρχικό πλάτος και E_0 η αρχική ενέργεια. Τη χρονική στιγμή t_1 το πλάτος της ταλάντωσης έχει υποτετραπλασιαστεί .

Η ενέργεια της ταλάντωσης θα γίνει $E=\frac{E_0}{64}$ τη χρονική στιγμή :

α. t_1 β. $1{,}5t_1$ γ. $2t_1$ δ. $3t_1$ **(Μονάδες 5)**

4. Σύστημα με ελατήριο εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μικρής απόσβεσης με τη βοήθεια ενός τροχού διεγέρτη.

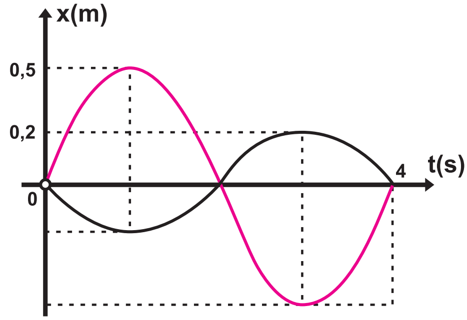
α. Σε μία περίοδο ο διεγέρτης παρέχει ενέργεια μεγαλύτερη από την απώλεια ενέργειας λόγω απόσβεσης.

β. Κατά το συντονισμό δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας.

γ. Η συχνότητα του διεγέρτη καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο απορροφά ενέργεια το σύστημα από αυτόν.

δ. οποιαδήποτε μεταβολή της συχνότητας του διεγέρτη οδηγεί σε μείωση του πλάτους της ταλάντωσης. **(Μονάδες 5)**

5. Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με ίδια διεύθυνση και θέση ισορροπίας όπως φαίνεται στις γραφικές παραστάσεις του διπλανού σχήματος. Η εξίσωση της ταχύτητας (στο SI) της συνισταμένης απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι:



α. $\upsilon=\frac{\pi}{20}\sigma\upsilon\nu 4\pi t$ β. $\upsilon=\frac{\pi}{20}\sigma\upsilon\nu(4\pi t+\frac{\pi}{2})$

γ. $\upsilon=\frac{3\pi}{20}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}t$ δ. $\upsilon=\frac{3\pi}{20}\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2}t+\pi)$ **(Μονάδες 5)**

Θέμα 2^{o}

1. Στο σημείο Ο (x=0) ενός γραμμικού ελαστικού μέσου παράγεται αρμονικό κύμα χωρίς αρχική φάση, που διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση. Το μήκος κύματος είναι λ=0,8m.

Α. Η διαφορά φάσης $\Delta\varphi=\varphi_M-\varphi_N$ των σημείων Μ και Ν που βρίσκονται στις θέσεις $x_M=0,7m$ και $x_N=1,3m$ αντίστοιχα είναι:

ι) 1,5π rad ιι) 2,5π rad ιιι) 3,5π rad

Επιλέξτε την σωστή απάντηση και δικαιολογήστε την επιλογή σας. **(Μονάδες 1+4)**

Β. Την χρονική στιγμή που το σημείο Ν περνάει για πρώτη φορά από την ΘΙ του κινούμενο κατά την αρνητική φορά το σημείο Μ

ι) βρίσκεται στην ακραία θετική θέση της ταλάντωσης του

ιι) βρίσκεται στην ακραία αρνητική θέση της ταλάντωσής του

ιιι) περνάει από την ΘΙ του κινούμενο κατά τη θετική φορά

Επιλέξτε την σωστή απάντηση και δικαιολογήστε την επιλογή σας. **(Μονάδες 1+4)**

2. Δύο σύγχρονες πηγές O_1 και O_2 εκτελούν ΓΑΤ με εξίσωση y=0,1ημ20πt και δημιουργούν στην ήρεμη επιφάνεια ενός υγρού, αρμονικά κύματα μήκους κύματος λ. Τη χρονική στιγμή $t_0=0,5s$, τα κύματα συμβάλλουν στο σημείο Μ της επιφάνειας του υγρού, που απέχει από την πηγή O_1 απόσταση $x_1=\frac{29\lambda}{6}$ και από την πηγή O_2 απόσταση x_2 όπου $x_2>x_1$.

Η εξίσωση (στο SI) της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Μ μετά τη συμβολή των κυμάτων είναι:

ι) $υ=2π\sqrt{3}$ συν$2π(10t–\frac{59}{12})$ ιι) $υ=4π$συν$(20πt–\frac{59π}{6})$ ιιι) $υ=2π\sqrt{3}$ συν$2π(10t–\frac{59}{6})$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση και δικαιολογήστε την επιλογή σας. **(Μονάδες 1+4)**

3. Το ένα άκρο μιας ελαστικής τεντωμένης χορδής είναι στερεωμένο ακλόνητα, ενώ το ελεύθερο άκρο της Ο εξαναγκάζεται σε αρμονική ταλάντωση συχνότητας f_1. Παρατηρούμε τότε ότι κατά μήκος της χορδής υπάρχουν συνολικά 3 σημεία που παραμένουν ακίνητα, ενώ το Ο εκτελεί ταλάντωση με μέγιστο πλάτος. Μεταβάλλοντας την περίοδο ταλάντωσης του Ο από T_1 σε T_2, διαπιστώνουμε ότι το Ο εξακολουθεί να εκτελεί ταλάντωση με μέγιστο πλάτος, ενώ τα ακίνητα σημεία της χορδής έχουν γίνει 13. Η σχέση που συνδέει τις περιόδους T_1 και T_2, είναι:

ι) $T_2=\frac{T_1}{4}$ ιι) $T_2=\frac{3T_1}{13}$ ιιι) $T_2=\frac{T_1}{5}$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση και δικαιολογήστε την επιλογή σας. **(Μονάδες 1+4)**

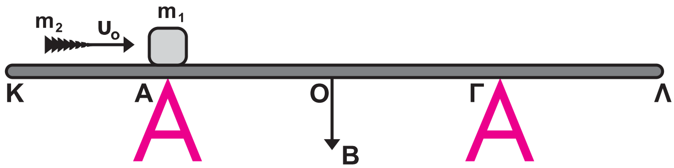
4. Ένας παρατηρητής βρίσκεται ακίνητος σε ένα σημείο ευθύγραμμου δρόμου. Μια ηχητική πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή με ταχύτητα σταθερού μέτρου $υ_S$. Ο λόγος των συχνοτήτων του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής πριν και μετά το πέρασμα της πηγής είναι $\frac{7}{5}$. Αν υ είναι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα, τότε η ταχύτητα της πηγής έχει μέτρο:

ι) $\frac{υ}{6}$ ιι) $\frac{υ}{5}$ ιιι) $\frac{υ}{3}$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση και δικαιολογήστε την επιλογή σας. **(Μονάδες 1+4)**

Θέμα 3ο

Η ομογενής ράβδος ΚΛ του σχήματος έχει μάζα M=4Kg, μήκος d=12m, στηρίζεται στα σημεία Α και Γ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση.
Δίνονται οι αποστάσεις
(ΚΑ)=(ΑΟ)=(ΟΓ)=(ΓΛ)= $\frac{d}{4}$



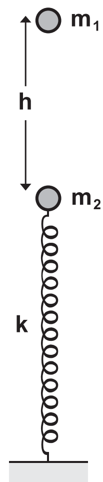
Πάνω στο στήριγμα Α ισορροπεί σώμα μάζας m_1=5Kg.
α. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η ράβδος από τα στηρίγματα Α και Γ

(Μονάδες 6)

β. Κάποια στιγμή ένα βλήμα μάζας m_2=1Kg που κινείται οριζόντια στη διεύθυνση της ράβδου με ταχύτητα $\upsilon_0=30\frac{m}{s}$ συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας m_1. Να υπολογίσετε το % ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του βλήματος κατά την πλαστική κρούση. **(μονάδες 5)**
γ. Καθώς το συσσωμάτωμα κινείται, να βρείτε τη σχέση $N_A=f(x)$ που δίνει την κάθετη αντίδραση N_A που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα Α σε συνάρτηση με την απόσταση x του συσσωματώματος από το σημείο Α και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση. **(μονάδες 7)**
δ. Να βρείτε ποια είναι η ελάχιστη τιμή του συντελεστή τριβής ανάμεσα στη ράβδο και το συσσωμάτωμα, ώστε η ράβδος να μην χάσει την επαφή της με το υποστήριγμα Α κατά τη διάρκεια του φαινομένου. **(μονάδες 7)** Δίνεται $g=10\frac{m}{s^2}$

Θέμα 4ο

Σώμα Σ_2 μάζας m_2=10Kg ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=1000N/m του οποίου το άλλο άκρο είναι δεμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Από ύψος h=0,45m πάνω από το Σ_2 αφήνουμε άλλο σώμα Σ_1 μάζας m_1=5Kg. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και τελείως ελαστικά τη χρονική στιγμή t=0. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και η προς τα πάνω κίνηση του Σ_2 (που είναι ΓΑΤ) είναι θετική:



α. Να γραφούν οι εξισώσεις κίνησης (απομάκρυνσης, ταχύτητας, επιτάχυνσης) της ταλάντωσης.
β. Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή της σύγκρουσης το ελατήριο θα έχει το φυσικό του μήκος για πρώτη φορά;
γ. Πόση είναι η μέγιστη και πόση η ελάχιστη δύναμη του ελατηρίου;
Δίνεται $g=10m/s^2$ και ότι το σώμα Σ_1 μετά την κρούση το απομακρύνουμε και δεν επηρεάζει την ταλάντωση του Σ_2.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα 1ο

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_0) \xrightarrow[\upsilon=\frac{\upsilon_{max}}{2}]{t=0} \frac{\upsilon_{max}}{2} = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_0 \Rightarrow$$

$\boxed{1 \rightarrow \delta}$

$$\Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi_0 = \frac{1}{2} \xrightarrow{0\leq\varphi_0<2\pi} \begin{cases} \varphi_0 = \frac{\pi}{3} & \text{(ισχύει για x>0 απορρίπτεται)} \\ \varphi_0 = \frac{2\pi}{3} & \text{(ισχύει για x<0 δεκτή)} \end{cases}$$

$\boxed{2 \rightarrow \beta}$ αφού για t=0 είναι q=0, η αρχική φάση είναι φ_0=0 και έτσι

$$q=Q\eta\mu\omega t \xrightarrow[q=\frac{Q}{2}]{t=t_1=3ms} \frac{Q}{2} = Q\eta\mu\frac{2\pi}{T}t_1 \Rightarrow \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{2\pi}{T}t_1 \overset{1\eta\ \varphi o\rho\acute{\alpha}}{\Rightarrow} \frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{T}{12} \Rightarrow 3ms = \frac{T}{12} \Rightarrow T = 36ms$$

Το φορτίο από μέγιστο γίνεται μηδέν σε χρόνο $t_2 = \frac{T}{4} \Rightarrow t_2 = \frac{36ms}{4} \Rightarrow \boxed{t_2 = 9ms}$

$\boxed{3 \rightarrow \beta}$ Είναι: $A = A_0 e^{-\Lambda t} \xrightarrow[A=\frac{A_0}{4}]{t=t_1} \frac{A_0}{4} = A_0 e^{-\Lambda t_1} \Rightarrow e^{\Lambda t_1} = 4 \Rightarrow \Lambda t_1 = \ln 4 \Rightarrow \Lambda t_1 = 2\ln 2 \quad (1)$

Επίσης

$$E_2 = \frac{E_0}{64} \Rightarrow \frac{1}{2}DA_2^2 = \frac{\frac{1}{2}DA_0^2}{64} \Rightarrow A_2 = \frac{A_0}{8} \Rightarrow A_0 e^{-\Lambda t_2} = \frac{A_0}{8} \Rightarrow e^{\Lambda t_2} = 8 \Rightarrow \Lambda t_2 = 3\ln 2 \quad (2)$$

Έτσι: $\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{t_2 = 1{,}5t_1}$

$\boxed{4 \rightarrow \gamma}$ Η συχνότητα του διεγέρτη καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο απορροφά ενέργεια το σύστημα από αυτόν, δηλαδή τελικά καθορίζει το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης

$\boxed{5 \rightarrow \gamma}$ Από το σχήμα έχουμε: A_1=0,5m, A_2=0,2m, T=4s, φ_1=0 και φ_2=π

Επίσης $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2}\frac{rad}{s}$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = 0{,}5\eta\mu\frac{\pi}{2}t \\ \\ x_2 = 0{,}2\eta\mu(\frac{\pi}{2}t+\pi) \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{αρχή επαλληλίας}} x = x_1 + x_2 \Rightarrow x = 0{,}5\eta\mu\frac{\pi}{2}t + 0{,}2\eta\mu(\frac{\pi}{2}t+\pi) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 0{,}5\eta\mu\frac{\pi}{2}t - 0{,}2\eta\mu\frac{\pi}{2}t \Rightarrow x = 0{,}3\eta\mu\frac{\pi}{2}t \quad \text{Έτσι: } \upsilon = \omega A'\sigma\upsilon\nu\omega t \Rightarrow \boxed{\upsilon = \frac{3\pi}{20}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}t} \ (SI)$$

Θέμα 2ο

1. Α $\boxed{\text{σωστό το (ι)}}$ Αιτιολόγηση:

$$\Delta\varphi = \varphi_M - \varphi_N \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda}) - 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_N}{\lambda}) \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi\frac{x_N - x_M}{\lambda} \Rightarrow \boxed{\Delta\varphi = 1{,}5\pi}$$

Β $\boxed{\text{σωστό το (ι)}}$ Αιτιολόγηση:

$$\text{Αφού } \left.\begin{array}{l} y_N = 0 \\ \upsilon_N < 0 \\ \text{1η φορά} \end{array}\right\} \Rightarrow \varphi_N = \pi \quad \text{Όμως } \varphi_M - \varphi_N = 1{,}5\pi \Rightarrow \varphi_M = 2{,}5\pi$$

$$\text{Έτσι } y_M = A\eta\mu\varphi_M \Rightarrow y_M = A\eta\mu 2{,}5\pi \Rightarrow y_M = A\eta\mu\frac{5\pi}{2} \Rightarrow y_M = A\eta\mu(2\pi + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \boxed{y_M = A}$$

2. $\boxed{\text{σωστό το (ι)}}$ Αιτιολόγηση:

$$y = 0{,}1\eta\mu 20\pi t \Rightarrow \begin{cases} A = 0{,}1m \\ \omega = 20\pi\frac{rad}{s} \quad \text{άρα } f = \frac{\omega}{2\pi} = 10Hz \text{ και } T = \frac{1}{f} = 0{,}1s \end{cases}$$

$$\text{και } \upsilon = \frac{x_2}{t_0} \Rightarrow \lambda f = \frac{x_2}{t_0} \Rightarrow x_2 = 5\lambda \quad \text{ενώ } x_1 = \frac{29\lambda}{6}$$

Είναι:

$$\upsilon = \omega 2A\sigma\upsilon\nu\pi\frac{x_2 - x_1}{\lambda}\sigma\upsilon\nu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x_1 + x_2}{2\lambda}) \Rightarrow \upsilon = 20\pi \cdot 2 \cdot 0{,}1\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6}\sigma\upsilon\nu 2\pi(10t - \frac{59}{12})$$

$$\Rightarrow \boxed{\upsilon = 2\pi\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu 2\pi(10t - \frac{59}{12})}$$

3. $\boxed{\text{σωστό το (iii)}}$ Αιτιολόγηση:

$$\text{μήκος χορδής } L = x_{\substack{\text{τελευταίου}\\ \text{δεσμού}}} \Rightarrow \begin{cases} L=(2N_1+1)\dfrac{\lambda_1}{4} \xrightarrow{N_1=2} L=\dfrac{5\lambda_1}{4} \\ L=(2N_2+1)\dfrac{\lambda_2}{4} \xrightarrow{N_2=12} L=\dfrac{25\lambda_2}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{5\lambda_1}{4}=\frac{25\lambda_2}{4} \Rightarrow \lambda_1 = 5\lambda_2$$

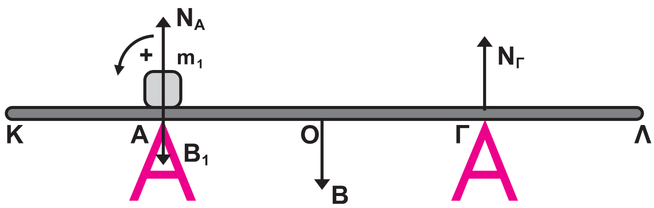
$$\Rightarrow \upsilon_1 T_1 = 5\upsilon_2 T_2 \xrightarrow[\upsilon_1=\upsilon_2]{\text{ίδιο μέσον}} \boxed{T_2 = \frac{T_1}{5}}$$

4. $\boxed{\text{σωστό το (i)}}$ Αιτιολόγηση:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\dfrac{\upsilon}{\upsilon-\upsilon_S} f_S}{\dfrac{\upsilon}{\upsilon+\upsilon_S} f_S} \Rightarrow \frac{7}{5} = \frac{\upsilon+\upsilon_S}{\upsilon-\upsilon_S} \Rightarrow 5\upsilon + 5\upsilon_S = 7\upsilon - 7\upsilon_S \Rightarrow 12\upsilon_S = 2\upsilon \Rightarrow \boxed{\upsilon_S = \frac{\upsilon}{6}}$$

Θέμα 3ο

α. Αφού το σύστημα δεν στρέφεται, είναι:



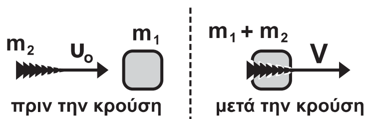
$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_{N_A} + \tau_{B_1} - \tau_B + \tau_{N_\Gamma} = 0 \Rightarrow$$

$$0 + 0 - B(AO) + N_\Gamma(A\Gamma) = 0 \Rightarrow$$

$$N_\Gamma = \frac{Mg(AO)}{(A\Gamma)} \Rightarrow \boxed{N_\Gamma = 20N}$$

Επίσης πρέπει: $\Sigma F = 0 \Rightarrow N_A + N_\Gamma = B_1 + B \Rightarrow \boxed{N_\Gamma = 70N}$

β. Κατά την πλαστική κρούση ισχύει η Α.Δ.Ο:

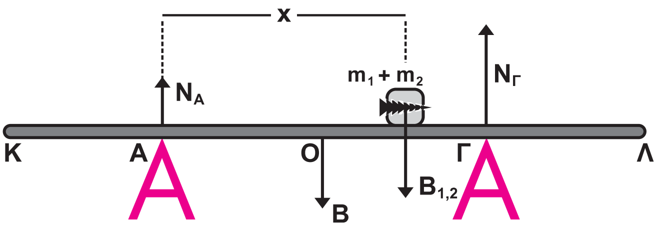


$$\vec{p}^{\,ολ}_{πριν} = \vec{p}^{\,ολ}_{μετά} \Rightarrow m_2\upsilon_0 + 0 = (m_1+m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_2\upsilon_0}{m_1+m_2} \Rightarrow V = 5\frac{m}{s}$$

$$\%\Delta K_{βλήματος} = \frac{K^{τελ}_{βλ} - K^{αρχ}_{βλ}}{K^{αρχ}_{βλ}} 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2V^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_0^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_0^2} 100\% = \boxed{-97{,}22\%}$$

γ. $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_A + N_\Gamma = B + B_{1,2} \Rightarrow$

$\Rightarrow N_A + N_\Gamma = 100N \;\; (1)$



$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_{N_A} - \tau_B - \tau_{B_{1,2}} - \tau_{N_\Gamma} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 - B(AO) - B_{1,2}(AH) - N_\Gamma(A\Gamma) = 0$

$\overset{(SI)}{\Rightarrow} 0 - 40\cdot 3 - 60x - N_\Gamma \cdot 6 = 0 \Rightarrow$

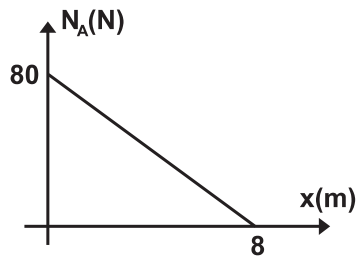
$\Rightarrow N_\Gamma = 20 + 10x \;\; (SI) \quad (2)$

$(1)\overset{(2)}{\Rightarrow} N_A + 20 + 10x = 100 \Rightarrow \boxed{N_A = 80 - 10x} \quad (SI)$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής είναι μια ευθεία.

$x = 0 \rightarrow N_A = 80N$

$x_1 = 8m \rightarrow N_A = 0N$

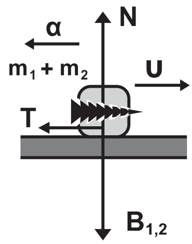


δ. Κατά την κίνησή του το συσσωμάτωμα δέχεται τριβή μέτρου T=μN (3)

Είναι $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B_{1,2} \Rightarrow N = (m_1 + m_2)g$

Οπότε: $(3) \Rightarrow T = \mu(m_1 + m_2)g \;\; (4)$

Από τον 2ο ν. Νεύτωνα:



$$\Sigma F_x = (m_1 + m_2)a \Rightarrow T = (m_1 + m_2)a \overset{(4)}{\Rightarrow} \mu(m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \mu g \;\; (5)$$

Η κίνηση του συσσωματώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη, άρα

$$\upsilon = V\text{-}at \xrightarrow[t=t_{stop}]{\upsilon=0} 0 = V - at_{stop} \Rightarrow t_{stop} = \frac{V}{a} \;\; (6) \quad \text{και}$$

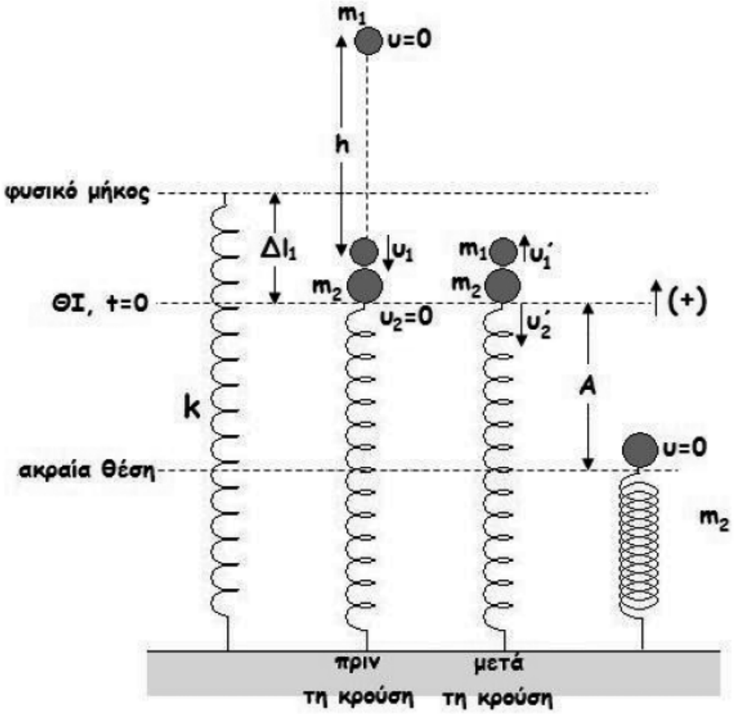
$$x = Vt - \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow[x=x_{stop}]{t=t_{stop}} x_{stop} = Vt_{stop} - \frac{1}{2}at_{stop}^2 \overset{(6)}{\Rightarrow} x_{stop} = V\frac{V}{a} - \frac{1}{2}a\frac{V^2}{a^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{stop} = \frac{V^2}{2a} \overset{(5)}{\Rightarrow} x_{stop} = \frac{V^2}{2\mu g} \;\; (7)$$

Για να μη χάνεται η επαφή στο σημείο Α πρέπει:

$$x_{stop} \le x_1 \overset{(7)}{\Rightarrow} \frac{V^2}{2\mu g} \le x_1 \Rightarrow \mu \ge \frac{V^2}{2gx_1} \overset{(SI)}{\Rightarrow} \mu \ge \frac{25^2}{2\cdot 10\cdot 8} \Rightarrow \mu \ge \frac{5}{32} \Rightarrow \boxed{\mu_{min} = \frac{5}{32}}$$

Θέμα 4ο



α. Το σώμα μάζας m_1 κάνει ελεύθερη πτώση και εφαρμόζοντας ΑΔΜΕ, έχουμε:

$$E_{\mu\eta\chi}^{\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi}^{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 + m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + 0 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow \upsilon_1 = 3\frac{m}{s}$$

Μετά έχουμε κεντρική ελαστική κρούση, οπότε:

$$\upsilon_2΄ = \frac{2m_1\upsilon_1 + (m_2 - m_1)\upsilon_2}{m_1 + m_2} \overset{\upsilon_2=0}{\Rightarrow} \upsilon_2΄ = 2\frac{m}{s}$$

Η περίοδος της ΓΑΤ είναι: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}} \Rightarrow T = \frac{\pi}{5}s$ και επίσης: $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 10\frac{rad}{s}$

Επειδή η ταχύτητα $\upsilon_2΄$ αποκτήθηκε στη θέση ισορροπίας (ΘΙ), θα είναι η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης, άρα $\upsilon_2΄ = \upsilon_{max} \Rightarrow \upsilon_2΄ = \omega A \Rightarrow A = \frac{\upsilon_2΄}{\omega} \Rightarrow A = 0{,}2m$

Υπολογίζουμε την αρχική φάση φ_0 της Γ.Α.Τ :

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \underset{x=0}{\overset{t=0}{\Rightarrow}} 0 = \eta\mu\varphi_0 \begin{cases} \varphi_0 = 0 \\ \text{ή} \\ \varphi_0 = \pi \ (\text{δεκτή γιατί } \upsilon_2΄ < 0) \end{cases}$$

Επίσης είναι: $\upsilon_{max} = 2\frac{m}{s}$ και $a_{max} = \omega^2 A \Rightarrow a_{max} = 20\frac{m}{s^2}$

Οπότε: $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \boxed{x = 0{,}2\eta\mu(10t + \pi)}$ (SI) (1)

$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \boxed{\upsilon = 2\sigma\upsilon\nu(10t + \pi)}$ (SI)

$a = -a_{max}\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \boxed{a = -20\eta\mu(10t + \pi)}$ (SI)

β. στη ΘΙ είναι: $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = B_2 \Rightarrow k\Delta l_1 = m_2 g \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{m_2 g}{k} \Rightarrow \Delta l_1 = 0{,}1m$

Όταν το σώμα περάσει για πρώτη φορά από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, θα είναι $x = +\Delta l_1 = 0{,}1m$ και $\upsilon > 0$

Έτσι: $(1) \Rightarrow +0{,}1 = 0{,}2\eta\mu(10t + \pi) \Rightarrow \eta\mu(10t + \pi) = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} 10t + \pi = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} & (\alpha) \\ \acute{\eta} & \\ 10t + \pi = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} & (\beta) \end{cases}$

Οι λύσεις (α) αντιστοιχούν σε θετική ταχύτητα και οι (β) σε αρνητική. Όμως το σώμα περνάει από τη θέση φυσικού μήκους για πρώτη φορά, με υ>0, συνεπώς:

$(\alpha) \Rightarrow 10t + \pi = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow 60t + 6\pi = 12\kappa\pi + \pi \Rightarrow t = \frac{12\kappa\pi - 5\pi}{60}$

για $\kappa = 0$ προκύπτει $t < O$, ενώ για $\kappa = 1$ προκύπτει $\boxed{t_1 = \frac{7\pi}{10}s}$

γ. Η μέγιστη δύναμη του ελατηρίου ασκείται όταν το σώμα βρίσκεται στη κατώτερη θέση της ταλάντωσης και η συσπείρωση του ελατηρίου είναι: $\Delta l_{max} = \Delta l_1 + A \Rightarrow \Delta l_{max} = 0{,}3m$

Και από το νόμο του Hooke: $F_{\varepsilon\lambda,max} = k\Delta l_{max} \Rightarrow \boxed{F_{\varepsilon\lambda,max} = 300N}$

Η ελάχιστη δύναμη του ελατηρίου ασκείται όταν το σώμα περνάει από τη θέση φυσικού μήκους και η παραμόρφωση του ελατηρίου είναι: $\Delta l_{min} = 0m$

Και από το νόμο του Hooke: $F_{\varepsilon\lambda,min} = k\Delta l_{min} \Rightarrow \boxed{F_{\varepsilon\lambda,min} = 0N}$

Επιμέλεια: Βλαχόπουλος Άρης