ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμίας από τις παρακάτω ερωτήσεις **1-4** και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Τη χρονική στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή σε ένα κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων είναι μηδέν:

α. Η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι μηδέν.
β. Η τάση αυτεπαγωγής είναι μέγιστη.
γ. Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος είναι μηδενική.
δ. Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος είναι μηδενικός.

Μονάδες 5

2. Μία σφαίρα ακτίνας R κυλάει χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο δάπεδο. Όταν η σφαίρα έχει μετατοπιστεί κατά s, τότε θα έχει εκτελέσει N περιστροφές, όπου:

α. $N = 2\pi R$ **β.** $N = \frac{s}{2\pi R}$ **γ.** $N = \frac{2\pi R}{s}$ **δ.** $N = \frac{s}{R}$

Μονάδες 5

3. Από τις διάφορες περιοχές του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος η περιοχή με τα μεγαλύτερα μήκη κύματος είναι αυτή:

α. των υπέρυθρων,
β. των ακτίνων X,
γ. των ραδιοκυμάτων,
δ. των υπεριωδών.

Μονάδες 5

4. Σε μια χορδή μήκους L με ακλόνητα άκρα δημιουργούμε με κατάλληλη διέγερση στάσιμο κύμα. Αν είναι υ η ταχύτητα διάδοσης των μηχανικών κυμάτων στη χορδή αυτή και N είναι ένας ακέραιος αριθμός, τότε η συχνότητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής δίνεται από τη σχέση:

α. $f = N\frac{\upsilon}{2L}$ **β.** $f = (2N+1)\frac{\upsilon}{2L}$ **γ.** $f = N\frac{\upsilon}{L}$ **δ.** $f = (2N+1)\frac{L}{2\upsilon}$

Μονάδες 5

5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό** για τη σωστή πρόταση και τη λέξη **Λάθος** για τη λανθασμένη.

		Σ	Λ
α.	Η ροπή αδράνειας ενός στερεού ως προς κάποιον άξονα περιστροφής έχει μέγιστη τιμή, όταν ο άξονας διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού.		
β.	Έκκεντρη είναι μια κρούση, όταν τα κέντρα μάζας των συγκρουόμενων σωμάτων έχουν πριν την κρούση παράλληλες ταχύτητες.		
γ.	Σε κάθε κρούση δύο σωμάτων ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής και επομένως το αλγεβρικό άθροισμα των ορμών τους πριν την κρούση είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα των ορμών τους μετά την κρούση.		
δ.	Το φαινόμενο Doppler δεν ισχύει στην περίπτωση των διαμηκών κυμάτων.		
ε.	Όσο μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης έχει ένα οπτικό υλικό τόσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο εσωτερικό του.		

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

1. Δύο σφαίρες ίσων μαζών κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση συγκρούονται κεντρικά, μετωπικά και ελαστικά. Αν η κινητική ενέργεια της μιας σφαίρας μειώθηκε κατά 75%, τότε η κινητική ενέργεια της άλλης αυξήθηκε κατά:

α. 25% **β.** 75% **γ.** 300%

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

2. Ένα σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση με πλάτος Α, περίοδο Τ και αρχική φάση π/6. Τη χρονική στιγμή t = 2T/3 έχει διατρέξει διάστημα:

α. 2A/3 **β.** 5A/3 **γ.** 5A/2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

3. Δύο σημεία Κ και Λ ενός εγκάρσιου γραμμικού αρμονικού κύματος έχουν θέσεις ισορροπίας που απέχουν μεταξύ τους απόσταση 5λ/2 και παρουσιάζουν μέγιστη εγκάρσια απόσταση ίση με 0,4 m κάθε 0,2 s. Συνεπώς, όταν τα σημεία διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους, θα έχουν ταχύτητα μέτρου:

α. 0,4π m/s **β.** π m/s **γ.** 2π m/s

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

4. Αφήνουμε δύο συμπαγείς σφαίρες με ακτίνες R_1 και $R_2 = 2R_1$ να κυλήσουν χωρίς ολίσθηση από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου. Αν ω_1 και ω_2 είναι η γωνιακή ταχύτητα κάθε σφαίρας κάποια χρονική στιγμή t, τότε θα ισχύει:

α. $\omega_1 = \omega_2$ **β.** $\omega_1 > \omega_2$ **γ.** $\omega_1 < \omega_2$

(Για τη σφαίρα είναι $I_{cm} = \frac{2}{5}mR^2$).

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

Σώμα μάζας m = 2 kg βρίσκεται πάνω σε ένα λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ = 30° και ισορροπεί δεμένο στο ανώτερο άκρο ενός ελατηρίου σταθεράς Κ = 200 N/m, του οποίου το κατώτερο άκρο είναι δεμένο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Εκτρέπουμε αργά το σώμα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο προς τα πάνω κατά 10 cm και τη χρονική στιγμή t = 0 s το αφήνουμε ελεύθερο.

α. Να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει αρμονική ταλάντωση και να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης και της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Μονάδες 8

β. Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή η δύναμη του ελατηρίου θα μηδενιστεί για δεύτερη φορά μετά την έναρξη της ταλάντωσης.

Μονάδες 8

γ. Να γραφεί η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας λόγω παραμόρφωσης του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση της ταλάντωσης του σώματος και να γίνει η αντίστοιχη γραφική παράσταση σε βαθμονομημένους άξονες.

($g = 10\ m/s^2$).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4ο

Ένας ομογενής και συμπαγής κύλινδρος έχει μάζα m = 2 kg και ακτίνα $R = \frac{\sqrt{3}}{\pi}m$. Ο κύλινδρος αφήνεται να κυλήσει χωρίς ολίσθηση από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας $\varphi = 60^o$. Μετά από 2 περιστροφές ο κύλινδρος φθάνει στη βάση του επιπέδου η οποία βρίσκεται σε ύψος h = 2R από το οριζόντιο έδαφος.

α. Να βρεθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

Μονάδες 6

β. Ποιες τιμές πρέπει να έχει ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κυλίνδρου και του επιπέδου, ώστε ο κύλινδρος να κυλάει χωρίς ολίσθηση;

Μονάδες 6

γ. Ποια ταχύτητα έχει ένα σημείο που βρίσκεται στο ανώτερο σημείο της περιφέρειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή κατά την οποία αυτός θα φθάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου;

Μονάδες 6

δ. Να αποδείξετε ότι το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας τη χρονική στιγμή που ο κύλινδρος φθάνει στο οριζόντιο δάπεδο είναι $\upsilon = \sqrt{80 + 30\frac{\sqrt{3}}{\pi}}\,\frac{m}{s}$.

$\left(I = \frac{1}{2}mR^2,\ g = 10\ m/s2\right)$.

Μονάδες 7

Αγγελος Κατσικας (Φυσικη)
email: katsag@ath.forthnet.gr

ΘΕΜΑ 1ο

1. **δ.**
2. **β.**
3. **γ.**
4. **α.**
5. **α.** (Λ), **β.** (Σ), **γ.** (Λ), **δ.** (Λ), **ε.** (Λ).

ΘΕΜΑ 2ο

1. (γ).
Έστω υ_1 και υ_2 οι αρχικές ταχύτητες με $\upsilon_1 > \upsilon_2$.
Αφού έχουμε κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών με ίσες μάζες, θα έχουμε ανταλλαγή ταχυτήτων, οπότε $\upsilon_1' = \upsilon_2$ και $\upsilon_2' = \upsilon_1$.
Αν $K_1 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2$ η αρχική κινητική ενέργεια της πρώτης σφαίρας και $K_1' = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2$ η κινητική ενέργεια της ίδιας σφαίρας μετά την κρούση, ισχύει:
$$K_1' = \frac{25}{100}K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{1}{2}\upsilon_1$$
Αν $K_2 = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2$ η κινητική ενέργεια της δεύτερης σφαίρας πριν την κρούση και
$K_2' = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = 4\frac{1}{2}m\upsilon_2^2$ η κινητική της ενέργεια μετά την κρούση, θα έχουμε $K'_2 = 4K_2$.
Επομένως το ποσοστό αύξησης της κινητικής ενέργειας της δεύτερης σφαίρας είναι:
$$\frac{K_2' - K_2}{K_2}100\% = \frac{4K_2 - K_2}{K_2}100\% = 300\%$$

2. (γ).
Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0$ s το σώμα έχει απομάκρυνση $x_1 = A\eta\mu(\pi/6) = A/2$ και θετική ταχύτητα.
Τη χρονική στιγμή $t_2 = 2T/3$ το σώμα έχει απομάκρυνση $x_2 = A\eta\mu(\omega 2T/3 + \pi/6) = A\eta\mu(3\pi/2) = -A$.
Επομένως το σώμα θα διατρέξει διάστημα A/2 μέχρι να φθάσει στο +A και 2A μέχρι να φθάσει από το +A στο –A. Άρα $s_{ολ.} = 5A/2$.

3. (β).
Η διαφορά φάσης των δύο σημείων είναι $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}d = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{5\lambda}{2} = 5\pi\,rad$.
Επομένως τα δύο σημεία έχουν αντίθεση φάσης και κατά συνέπεια, όταν το ένα βρίσκεται στη θέση +A, το άλλο θα βρίσκεται στη θέση –A. Άρα η μέγιστη εγκάρσια απόσταση των σημείων είναι 2A = 0,4 m οπότε A = 0,2 m. Αφού η μέγιστη εγκάρσια απόσταση εμφανίζεται κάθε φορά που τα σημεία βρίσκονται σε ακραία θέση, θα είναι T/2 = 0,2 s. Οπότε T = 0,4 s. Επομένως, ω = 2π/T = 5π rad/s.
Συνεπώς, όταν τα δύο σημεία διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους, λόγω ταλάντωσης, θα έχουν μέγιστη ταχύτητα:
$$\upsilon_{max} = \omega \cdot A = \pi \text{ m/s}$$

4. (β).

Εφαρμόζουμε για μία σφαίρα τον θεμελιώδη νόμο της μεταφορικής και τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης. Οπότε:

$mg\eta\mu\varphi - T = m\alpha_{cm}$ (1)

$$TR = \frac{2}{5}mR^2\alpha_\gamma \Rightarrow T = \frac{2}{5}mR\frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow T = \frac{2}{5}m\alpha_{cm} \;(2)$$

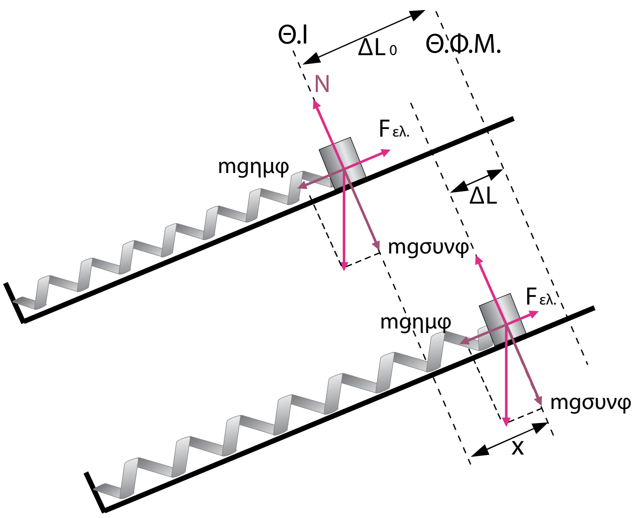
Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε $\alpha_{cm} = \frac{5}{7}g\eta\mu\varphi$.

Επομένως, η επιτάχυνση του κέντρου μάζας είναι ανεξάρτητη της μάζας και της ακτίνας της σφαίρας και συνεπώς οι δύο σφαίρες θα έχουν κάθε χρονική στιγμή την ίδια ταχύτητα $\upsilon_{cm} = \alpha_{cm} \cdot t$.

Οπότε:

$$\upsilon_{cm1} = \upsilon_{cm2} \;\text{ ή }\; \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 \;\text{ ή }\; \omega_1 = 2\omega_2$$

ΘΕΜΑ 3ο



α. Στη Θ.Ι. ισχύει $mg\eta\mu\varphi = K\Delta L_0$, οπότε:

$$\Delta L_0 = 0{,}05\text{m}$$

Σε τυχαία θέση είναι:

$\Sigma F = K(\Delta L_0 - x) - mg\eta\mu\varphi = -Kx$.

Επομένως το σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση με $D = K$ και $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = 10\text{rad/s}$.

Αφού τη χρονική στιγμή $t = 0$ s το σώμα αφήνεται ελεύθερο από ακραία θέση που θεωρούμε θετική, θα είναι $A = 0{,}1$ m, καθώς και:

$$\eta\mu\varphi_0 = \frac{x_{\alpha\rho\chi.}}{A} = +1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}\text{rad.}$$

Επομένως η εξίσωση της απομάκρυνσης και της ταχύτητας του σώματος είναι:

$$x = 0{,}4\eta\mu(10\,t + \frac{\pi}{2}) \;\; \text{(S.I.)} \;\; \text{και} \;\; \upsilon = \sigma\upsilon\nu(10t + \frac{\pi}{2}) \; \text{(S.I.)}$$

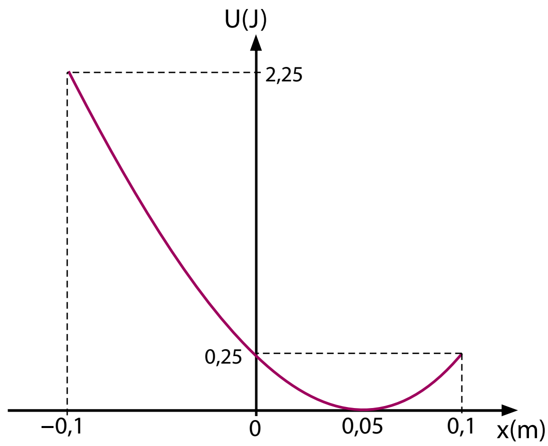
β. Η δύναμη του ελατηρίου μηδενίζεται, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους στην οποία η απομάκρυνση είναι $x = 0{,}05$ m. Επειδή ζητάμε τη δεύτερη φορά που θα μηδενιστεί η δύναμη του ελατηρίου, το σώμα εκείνη τη στιγμή θα έχει θετική ταχύτητα. Επομένως:

$$0{,}05 = 0{,}4\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2} \Rightarrow 10t + \frac{\pi}{2} = 2\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}\text{s}$$

γ. Η δυναμική ενέργεια λόγω παραμόρφωσης δίνεται από τη σχέση:

$$U=\frac{1}{2}K\Delta L^2=\frac{1}{2}K(\Delta L_0-x)^2=$$
$$=100\Delta L_0^2+100x^2-200\Delta L_0 x\Rightarrow$$
$$U=0,25+100x^2-10x\quad (S.I.)$$

Επομένως η γραφική παράσταση είναι μια παραβολή.
Για να τη σχεδιάσουμε, δίνουμε στην απομάκρυνση χαρακτηριστικές τιμές.
Για x = 0 m είναι U = 0,25 J.
Για x = 0,1 m είναι U = 0,25 J.
Για x = – 0,1 m είναι U = 2,25 J.



ΘΕΜΑ 4ο

α. Εφαρμόζουμε για τον κύλινδρο το θεμελιώδη νόμο της μεταφορικής και τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης.

$$mg\eta\mu\varphi-T=m\alpha_{cm}\ (1)$$
$$TR=\frac{1}{2}mR^2\alpha_\gamma\Rightarrow T=\frac{1}{2}mR\frac{\alpha_{cm}}{R}\Rightarrow T=\frac{1}{2}m\alpha_{cm}\quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$\alpha_{cm}=\frac{2}{3}g\eta\mu\varphi=\frac{10\sqrt{3}}{3}m/s^2.$$

β. Από τη (2) έχουμε:

$$T=\frac{1}{2}m\alpha_{cm}\Rightarrow T=\frac{mg}{3}\eta\mu\varphi$$

Για να κυλάει χωρίς ολίσθηση ο κύλινδρος, θα πρέπει να ισχύει Τ≤μΝ. Επομένως:

$$\frac{mg}{3}\eta\mu\varphi\le\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi\Rightarrow\mu\ge\frac{\varepsilon\varphi\varphi}{3}\Rightarrow\mu\ge\frac{\sqrt{3}}{3}$$

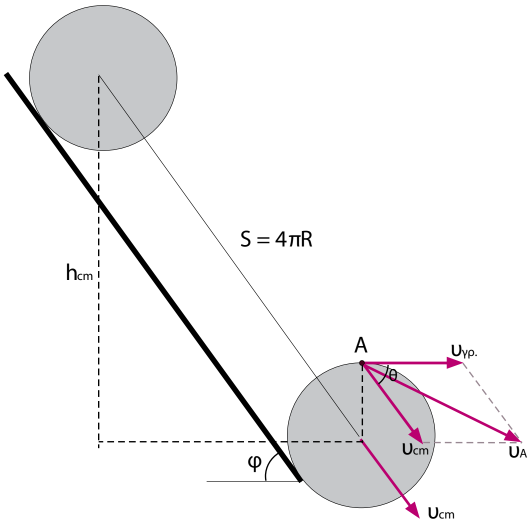
γ. Όταν ο κύλινδρος φθάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, θα έχει μετατοπιστεί κατά:
s = Ν2πR = 4πR
Η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου που κυλάει χωρίς ολίσθηση είναι:

$$K=\frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}mR^2\omega^2\Rightarrow K=\frac{3}{4}m\upsilon_{cm}^2$$

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη σύνθετη κίνηση του κυλίνδρου από την αρχική μέχρι την τελική θέση του και έχουμε:

$$K_{τελ.} - K_{αρχ.} = W_{ολ.} \Rightarrow \frac{3}{4}mυ_{cm}^2 = mgh_{cm} \Rightarrow$$

$$υ_{cm}^2 = \frac{4}{3}gsημφ = \frac{4}{3}10 \cdot 4π\frac{\sqrt{3}}{π} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8m^2/s^2$$



Επομένως είναι $υ_{cm} = 4\sqrt{5}$ m/s.

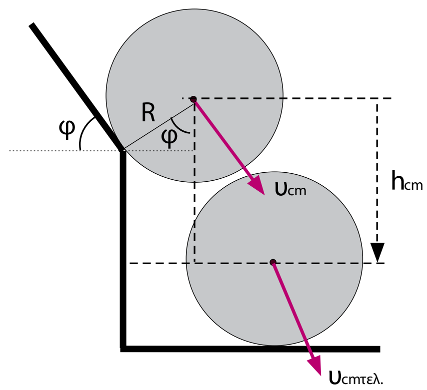
Το ανώτερο σημείο Α της περιφέρειας του κυλίνδρου έχει ταχύτητα η οποία λόγω της αρχής της επαλληλίας θα είναι το διανυσματικό άθροισμα της μεταφορικής ταχύτητας $υ_{cm}$ του κέντρου μάζας και της γραμμικής ταχύτητας $υ = ω \cdot R$ λόγω στροφικής κίνησης γύρω από το κέντρο μάζας. Αφού έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση είναι $ω \cdot R = υ_{cm}$.

Η ταχύτητα του σημείου Α θα έχει μέτρο $υ_A = \sqrt{υ_{cm}^2 + υ_{cm}^2 + 2υ_{cm}^2 συνθ}$, όπου θ η γωνία των δύο ταχυτήτων που όπως φαίνεται από το σχήμα είναι $θ = 60^o$.
Επομένως:

$$υ_A = υ_{cm}\sqrt{3} = 4\sqrt{15}\ m/s$$

Επειδή τα δύο διανύσματα έχουν ίσα μέτρα, η συνισταμένη τους είναι διχοτόμος της μεταξύ τους γωνίας. Συνεπώς το διάνυσμα της ταχύτητας του σημείου Α σχηματίζει γωνία 30^o με την οριζόντια διεύθυνση.

δ. Από τη στιγμή που ο κύλινδρος χάνει την επαφή του με το κεκλιμένο επίπεδο, ασκείται πάνω του μόνο το βάρος του. Επομένως η ροπή ως προς το κέντρο μάζας του είναι μηδέν και η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου είναι σταθερή.



Αφού η γωνιακή ταχύτητα είναι σταθερή, η κινητική ενέργεια δεν μεταβάλλεται και επομένως αλλάζει μόνο η μεταφορική κινητική ενέργεια.
Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη σύνθετη κίνηση του κυλίνδρου από την αρχική μέχρι την τελική θέση του και έχουμε:

$$\frac{1}{2}mυ_{cmτελ.}^2 + K_{στρ.} - \frac{1}{2}mυ_{cm}^2 - K_{στρ.} = mgh_{cm}$$

Από το σχήμα βλέπουμε ότι $h_{cm} = R + Rσυνφ = 3R/2$. Αντικαθιστώντας έχουμε:

$$υ = \sqrt{80 + 30\frac{\sqrt{3}}{π}}\ \frac{m}{s}$$