

ΘΕΜΑ 1ο

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμίας από τις παρακάτω ερωτήσεις 1-4 και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Ένα σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση με ακραίες θέσεις που απέχουν μεταξύ τους 50 cm. Το σώμα μεταβαίνει από τη μία στην άλλη σε 0,2 s. Επομένως η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης είναι:

α. $0,5\pi$ m/s β. $1,25\pi$ m/s γ. $2,5\pi$ m/s δ. 5π m/s

Μονάδες 5

2. Σε μια εξαναγκασμένη ηλεκτρική ταλάντωση ενός κυκλώματος που βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού:

α. η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος έχει σταθερή τιμή,
β. η αύξηση της χωρητικότητας του πυκνωτή προκαλεί μείωση της συχνότητας της ηλεκτρικής ταλάντωσης,
γ. το κύκλωμα απορροφά ενέργεια κατά τον βέλτιστο τρόπο,
δ. το πλάτος της έντασης του ρεύματος αυξάνεται, αν αυξηθεί η συχνότητα της διέγερσης.

Μονάδες 5

3. Η στροφορμή ενός στερεού που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα:

α. είναι πάντα σταθερή,
β. είναι μέγεθος μονόμετρο,
γ. είναι ανεξάρτητη από τη ροπή αδράνειας του στερεού,
δ. είναι μέγεθος διανυσματικό.

Μονάδες 5

4. Ένα εγκάρσιο γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα συντεταγμένων. Έστω Κ και Λ δύο σημεία του ελαστικού μέσου που απέχουν μεταξύ τους $5\lambda/2$, με $x_K > x_\Lambda$.

α. Το σημείο Κ έχει μεγαλύτερη φάση ταλάντωσης από το σημείο Λ.
β. Τα δύο σημεία είναι συμφασικά.
γ. Το Κ εκτελεί ταλάντωση $5T/4$ μετά το Λ.
δ. Τα δύο σημεία έχουν διεύθυνση ταλάντωσης που ταυτίζεται με τον άξονα συντεταγμένων.

Μονάδες 5

5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό** για τη σωστή πρόταση και τη λέξη **Λάθος** για τη λανθασμένη.

		Σ	Λ
α.	Σε μία κεντρική πλαστική κρούση δύο σωμάτων μεγαλύτερη απώλεια μηχανικής ενέργειας έχουμε, όταν οι ταχύτητες πριν την κρούση έχουν αντίθετες φορές.		
β.	Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται μόνο στα στερεά.		
γ.	Για να εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση ένα σώμα, πρέπει όλες οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του να είναι ανάλογες της απομάκρυνσης.		
δ.	Η συνισταμένη όλων των ροπών που ασκούνται σε ένα στερεό είναι ίση με τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του στερεού.		

- ε. Το φαινόμενο του συντονισμού των εξαναγκασμένων ταλαντώσεων εμφανίζεται, όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι πολύ μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

1. Ένας τροχός που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα μεταβάλλει τη γωνιακή του ταχύτητα:
Α: από $\omega_1 = 8 \text{ rad/s}$ σε $\omega_2 = 10 \text{ rad/s}$,
Β: από $\omega_1 = -2 \text{ rad/s}$ σε $\omega_2 = 4 \text{ rad/s}$.

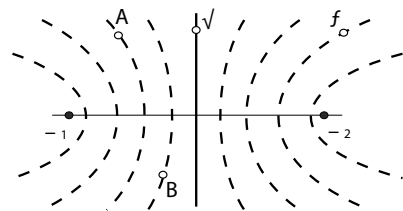
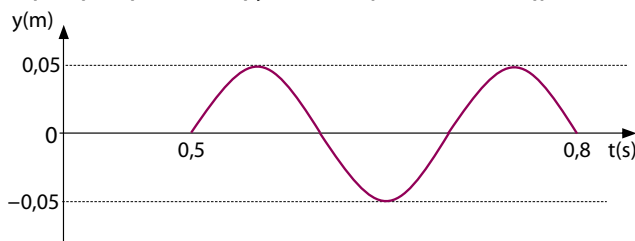
Αν με W συμβολίσουμε το έργο της συνισταμένης των ροπών και με ΔL το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής, τότε ποιες από τις παρακάτω σχέσεις ισχύουν;

- α. $W_A > W_B$ β. $W_A = W_B$ γ. $W_A < W_B$
δ. $\Delta L_A > \Delta L_B$ ε. $\Delta L_A = \Delta L_B$ στ. $\Delta L_A < \Delta L_B$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας αναλυτικά.

Μονάδες 6

2. Η απομάκρυνση ενός από τα σημεία Α, Β, Γ, Δ μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τον χρόνο, όπως στη γραφική παράσταση $y - t$. Επομένως, το σημείο αυτό είναι:



- α. το Α β. το Β γ. το Γ δ. το Δ

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας αναλυτικά.

Μονάδες 6

3. Τη στιγμή που η κινητική ενέργεια ενός σώματος που εκτελεί αρμονική ταλάντωση πλάτους Α είναι ίση με το μισό της μέγιστης δυναμικής, η απόσταση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του είναι ίση με:

- α. $\frac{A}{4}$ β. $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ γ. $\frac{A\sqrt{3}}{2}$ δ. $\frac{A}{2}$

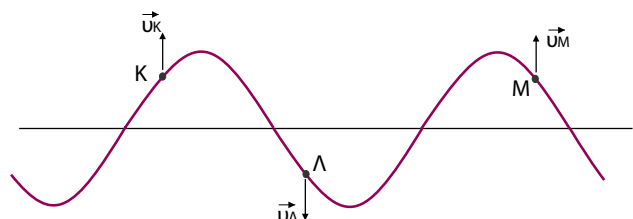
Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας αναλυτικά.

Μονάδες 6

4. Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε την εικόνα μιας χορδής της οποίας τα σημεία ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή t .

Το στιγμιότυπο αφορά:

- α. κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά,
β. κύμα που διαδίδεται προς τα αριστερά,
γ. στάσιμο κύμα.



Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας αναλυτικά.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

Η επιτάχυνση ενός σώματος που εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση μεταβάλλεται με τον χρόνο, όπως στο διάγραμμα του σχήματος. Αν το σώμα είχε 3,6 J μικρότερη ενέργεια από αυτή που έχει, το πλάτος της ταλάντωσης του θα ήταν το μισό από αυτό που έχει.



Μονάδες 8

α. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της ταλάντωσης.

β. Να βρεθεί η μετατόπιση του σώματος και το συνολικό διάστημα που διέτρεξε μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,25\pi$ s.

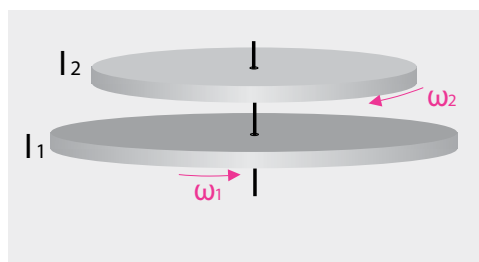
Μονάδες 8

γ. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή που έχει ταχύτητα μέτρου 2 m/s για τρίτη φορά.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4ο

Οι δύο δίσκοι του σχήματος έχουν κοινό άξονα περιστροφής που διέρχεται από τα κέντρα τους και είναι κάθετος στο επίπεδό τους. Ο κάτω δίσκος έχει ροπή αδράνειας $I_1 = 10 \text{ kgm}^2$ και περιστρέφεται με τη φορά που βλέπετε και με γωνιακή ταχύτητα $\omega_1 = 20 \text{ r/s}$ και ο πάνω δίσκος έχει ροπή αδράνειας $I_2 = 5 \text{ kgm}^2$ και περιστρέφεται με αντίθετη φορά και γωνιακή ταχύτητα $\omega_2 = 16 \text{ r/s}$.



Κάποια στιγμή αφήνουμε τον πάνω δίσκο να πέσει και να έλθει σε επαφή με τον κάτω. Λόγω των τριβών μεταξύ των δύο επιφανειών τους, οι δίσκοι αποκτούν κάποια στιγμή κοινή γωνιακή ταχύτητα.

α. Να βρεθεί η κοινή γωνιακή ταχύτητα με την οποία θα περιστρέφονται τελικά οι δίσκοι.

Μονάδες 6

β. Να βρεθεί η μηχανική ενέργεια που χάθηκε λόγω της επαφής των δίσκων.

Μονάδες 6

γ. Να βρεθεί το έργο των δυνάμεων τριβής που δέχεται ο κάτω δίσκος από τον πάνω.

Μονάδες 6

δ. Αν οι δύο δίσκοι αποκτούν κοινή γωνιακή ταχύτητα σε 2 s, να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κάτω δίσκου τη χρονική στιγμή που η γωνιακή του ταχύτητα είναι η μισή της αρχικής.

Μονάδες 7

(Οι δυνάμεις τριβής ολίσθησης μεταξύ των δύο δίσκων προκαλούν σταθερή ροπή, ανεξάρτητη της γωνιακής ταχύτητας).

ΘΕΜΑ 1ο

1. (β).
2. (γ).
3. (δ).
4. (α).
5. α. (Σ), β. (Λ), γ. (Λ), δ. (Λ), ε. (Λ).

ΘΕΜΑ 2ο

1. (α, στ).

Το έργο W της συνισταμένης των ροπών υπολογίζεται από τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του στερεού. Επομένως έχουμε:

$$W_A = \frac{1}{2}I\omega_2^2 - \frac{1}{2}I\omega_1^2 = \frac{1}{2}I(\omega_2^2 - \omega_1^2) = \frac{1}{2}I(100 - 64) = 18 \cdot I \text{ J}$$

$$W_B = \frac{1}{2}I\omega_2^2 - \frac{1}{2}I\omega_1^2 = \frac{1}{2}I(\omega_2^2 - \omega_1^2) = \frac{1}{2}I(16 - 4) = 6 \cdot I \text{ J}$$

Συνεπώς $W_A > W_B$.

Όταν ο άξονας περιστροφής είναι σταθερός, η μεταβολή της στροφορμής υπολογίζεται αλγεβρικά από τη σχέση $\Delta L = L_{\text{τελ}} - L_{\text{αρχ}}$. Οπότε:

$$\Delta L_A = I(10 - 8) = 2 \text{ I kgm}^2/\text{s} \quad \text{και} \quad \Delta L_B = I(4 - (-2)) = 6 \text{ I kgm}^2/\text{s}$$

Επομένως $\Delta L_A < \Delta L_B$.

2. (δ).

Από το διάγραμμα καταλαβαίνουμε ότι το σημείο βρίσκεται σε υπερβολή απόσβεσης και ότι το κύμα από τη μία πηγή φθάνει στο σημείο $3T/2$ μετά το κύμα της άλλης. Επομένως η διαφορά των αποστάσεων του σημείου από τις δύο πηγές είναι $3\lambda/2$, αφού γνωρίζουμε ότι σε χρόνο T ένα κύμα διατρέχει απόσταση ίση με λ . Από τα σημεία που φαίνονται, μόνο το Δ ικανοποιεί αυτά τα χαρακτηριστικά.

3. (β).

Θέλουμε $K = U$. Όμως λόγω Α.Δ.Ε. ισχύει $U + K = U_{\text{max}}$, οπότε:

$$2U = U_{\text{max}} \Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2}$$

4. (γ).

Στα τρέχοντα κύματα, κάθε σημείο εκτελεί ταλάντωση που καθυστερεί λίγο από την ταλάντωση του σημείου που βρίσκεται πριν από αυτό, καθώς διαδίδεται το κύμα. Αν είχαμε κύμα που διαδίδεται προς τα δεξιά, το σημείο Κ και το σημείο Λ θα έπρεπε να έχουν ταχύτητες με αντίθετη φορά από αυτή που δηλώνεται στο σχήμα. Αν είχαμε κύμα που διαδίδεται προς τα αριστερά, το σημείο Μ θα έπρεπε να έχει ταχύτητα με αντίθετη φορά από αυτή που δηλώνεται στο σχήμα. Αν το κύμα είναι στάσιμο, όλα τα σημεία που βρίσκονται πάνω από τη θέση ισορροπίας έχουν ταχύτητες ίδιας φοράς και όλα τα σημεία που βρίσκονται κάτω από τη θέση ισορροπίας έχουν ταχύτητες αντίθετης φοράς. Αυτό συμβαίνει στο στιγμιότυπο και επομένως αφορά στάσιμο κύμα.

ΘΕΜΑ 3ο

- α. Από την παρατήρηση της γραφικής παράστασης προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

* Η μέγιστη επιτάχυνση είναι $\alpha_0 = 40 \text{ m/s}^2$.

* Ισχύει $5T/4 = 0,25\pi \text{ s}$, οπότε $T = 0,2\pi \text{ s}$.

$$\text{Άρα } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2\pi} = 10 \text{ rad/s, οπότε } \alpha_0 = \omega^2 \cdot A \Rightarrow A = \frac{\alpha_0}{\omega^2} = \frac{40 \text{ m/s}^2}{100 \text{ rad}^2/\text{s}^2} = 0,4 \text{ m.}$$

Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος είναι $v_0 = \omega \cdot A = 4 \text{ m/s}$.

Αφού τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$ η επιτάχυνση του σώματος είναι μέγιστη, καταλαβαίνουμε ότι το σώμα βρίσκεται στην ακραία αρνητική θέση της ταλάντωσής του. Επομένως η απομάκρυνση είναι $x_{\text{αρχ.}} = -0,4 \text{ m}$. Συνεπώς:

$$\eta\mu\phi_0 = \frac{-0,4 \text{ m}}{0,4 \text{ m}} = -1 \Rightarrow \phi_0 = \frac{3\pi}{2}$$

Οι εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας της ταλάντωσης είναι:

$$x = 0,4\eta\mu(10t + 3\pi/2) \text{ (S.I.)} \quad \text{και} \quad v = 4\sigma\upsilon\nu(10t + 3\pi/2) \text{ (S.I.)}$$

- β. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,25\pi \text{ s}$ το σώμα έχει απομάκρυνση:

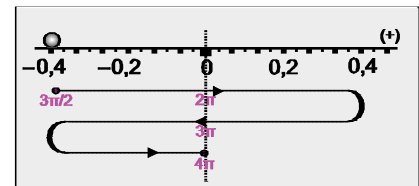
$$x_1 = 0,4\eta\mu(5\pi/2 + 3\pi/2) = 0,4\eta\mu(4\pi) = 0 \text{ m}$$

Επομένως η μετατόπιση του σώματος είναι:

$$\Delta x = x_1 - x_{\text{αρχ.}} = 0 - (-0,4 \text{ m}) = 0,4 \text{ m}$$

Για να βρούμε το συνολικό διάστημα, πρέπει να κάνουμε το διπλανό σχήμα στο οποίο φαίνεται η πορεία του σώματος.

Το συνολικό διάστημα είναι $S_{\text{ολ.}} = 5 \cdot A = 2 \text{ m}$.



- γ. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι ίσος με τη συνισταμένη δύναμη που ενεργεί στο σώμα. Δηλαδή:

$$\frac{dp}{dt} = \Sigma F = F_{\text{επ.}} = -D \cdot x$$

Κατά συνέπεια πρέπει να βρούμε την απομάκρυνση, όταν η ταχύτητα αποκτά μέτρο 2 m/s για τρίτη φορά.

$$\text{Θέλουμε } |v| = 2 \text{ m/s} \Rightarrow \left| 4\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \right| = 2 \Rightarrow \left| \sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \right| = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Επομένως η φάση είναι } 10t + \frac{3\pi}{2} = k\pi \pm \frac{\pi}{3}.$$

Για $k = 0$ και για $k = 1$ προκύπτει ότι $t < 0$, οπότε απορρίπτονται.

Για $k = 2$ έχουμε:

$$10t + \frac{3\pi}{2} = 2\pi - \frac{\pi}{3} \text{ (1}^\eta \text{ φορά)} \quad \text{και} \quad 10t + \frac{3\pi}{2} = 2\pi + \frac{\pi}{3} \text{ (2}^\eta \text{ φορά)}$$

Για $k = 3$ έχουμε $10t + \frac{3\pi}{2} = 3\pi - \frac{\pi}{3} = 2\pi + \frac{2\pi}{3}$ που είναι η τρίτη φορά που θέλουμε.

Άρα η απομάκρυνση εκείνη τη στιγμή θα είναι:

$$x = 0,4\eta\mu(2\pi/3) = 0,4 \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,2\sqrt{3} \text{ m.}$$

Υπολογίζουμε τη σταθερά επαναφοράς D .

Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση $E = \frac{1}{2}DA^2$ και, όταν το πλάτος υποδι-

πλασιάζεται ($A' = A/2$), η ενέργεια της ταλάντωσης γίνεται $E' = \frac{1}{2}D \frac{A^2}{4} = \frac{1}{4}E$.

Από τα δεδομένα γνωρίζουμε ότι κατά τον υποδιπλασιασμό του πλάτους της ταλάντωσης χάνεται ενέργεια ίση με $3,6 \text{ J}$ και συνεπώς:

$$\Delta E = E - E' = \frac{3E}{4} = 3,6 \text{ J} \Rightarrow E = 4,8 \text{ J}$$

Επομένως $E = \frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow D = \frac{2E}{A^2} = \frac{2 \cdot 4,8}{0,16} = 60 \text{ N/m}$.

Οπότε $\frac{dp}{dt} = -D \cdot x = -60 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,2\sqrt{3} \text{ m}) = -12\sqrt{3} \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4ο

- α.** Κατά την επαφή τους οι δίσκοι ασκούν ο ένας στον άλλο ροπή λόγω τριβής, αλλά το σύστημα δεν δέχεται εξωτερική ροπή. Επομένως, η ολική στροφορμή του διατηρείται σταθερή.

Αρχικά το σύστημα έχει στροφορμή $L_{\text{αρχ.}} = I_1\omega_1 - I_2\omega_2$.

Τελικά το σύστημα έχει στροφορμή $L_{\text{τελ.}} = (I_1 + I_2)\omega$.

Λόγω αρχής διατήρησης της στροφορμής ισχύει:

$$L_{\text{τελ.}} = L_{\text{αρχ.}} \Rightarrow (I_1 + I_2)\omega = I_1\omega_1 - I_2\omega_2 \Rightarrow \omega = \frac{I_1\omega_1 - I_2\omega_2}{I_1 + I_2} = 8 \text{ rad/s}$$

- β.** Η αρχική κινητική ενέργεια των δύο δίσκων είναι:

$$K_{\text{αρχ.}} = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2 = 2640 \text{ J}$$

Η τελική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$K_{\text{τελ.}} = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega^2 = 480 \text{ J}$$

Επομένως το σύστημα έχασε μηχανική ενέργεια $\Delta E = K_{\text{αρχ.}} - K_{\text{τελ.}} = 2160 \text{ J}$.

- γ. Για να βρούμε το έργο των δυνάμεων τριβής που δέχεται ο κάτω δίσκος από τον πάνω, εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τον δίσκο αυτό. Οπότε:

$$W_{\tau} = \frac{1}{2}I_1\omega^2 - \frac{1}{2}I_1\omega_2^2 = \frac{1}{2}I_1(\omega^2 - \omega_2^2) = -1680 \text{ J}$$

- δ. Είναι $\frac{dK}{dt} = \Sigma \tau \cdot \omega = I\alpha_{\gamma}\omega$.

Αφού η ροπή των τριβών είναι σταθερή, θα είναι σταθερή και η γωνιακή επιτάχυνση. Επομένως:

$$\alpha_{\gamma} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{8 - 20}{2} \text{ rad/s}^2 = -6 \text{ rad/s}^2.$$

Κατά τη χρονική στιγμή κατά την οποία η γωνιακή ταχύτητα του κάτω δίσκου είναι η μισή της αρχικής, έχουμε $\omega = \omega_1/2 = 10 \text{ rad/s}$. Οπότε:

$$\frac{dK}{dt} = I\alpha_{\gamma}\omega = -10 \cdot 6 \cdot 10 = -600 \text{ J/s}.$$