



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (ΑΠΟΦΟΙΤΟΙ)

10 - 01 - 2011

Θέμα 1^ο (Μονάδες 25)

1. Κατά τη σύνθεση δύο ΑΑΤ, που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, προκύπτει μια νέα ΑΑΤ σταθερού πλάτους, μόνο όταν οι επιμέρους ταλαντώσεις έχουν:

- α. ίσες συχνότητες
- β. παραπλήσιες συχνότητες.
- γ. διαφορετικές συχνότητες.
- δ. συχνότητες που η μία είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της άλλης.

(Μονάδες 5)

2. Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή. Αν αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα:

- α. μένει σταθερό,
- β. αυξάνεται συνεχώς,
- γ. μειώνεται συνεχώς,
- δ. αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται.

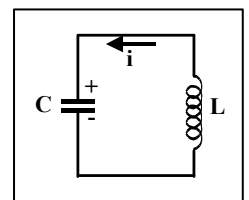
(Μονάδες 5)

3. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση είναι της μορφής $F = -b \cdot u$. Αν σε χρόνο t_1 το πλάτος μειώνεται από A_0 σε $\frac{A_0}{2}$ και σε χρόνο t_2 μειώνεται από $\frac{A_0}{2}$ σε $\frac{A_0}{4}$ οι χρόνοι t_1 και t_2 συνδέονται με τη σχέση:

- α. $t_1 > t_2$
- β. $t_1 = t_2$
- γ. $t_1 < t_2$
- δ. $t_2 = \frac{1}{4} t_1$

(Μονάδες 5)

4. Στο ιδανικό κύκλωμα LC του σχήματος, που εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση κάποια χρονική στιγμή η πολικότητα του πυκνωτή και η φορά του ηλεκτρικού ρεύματος είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα. Εκείνη τη στιγμή συμβαίνει μετατροπή ενέργειας:



- α. Ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου του πηνίου.
- β. Ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή σε θερμική στο κύκλωμα.
- γ. Μαγνητικού πεδίου του πηνίου σε ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή.
- δ. Μαγνητικού πεδίου του πηνίου σε θερμική στο κύκλωμα .

(Μονάδες 5)

5. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες.

- α. Όταν μια σφαίρα προσκρούει ελαστικά σε ένα τοίχο, τότε πάντα ισχύει $\vec{u}' = -\vec{u}$ ($\vec{u}$ η ταχύτητα της σφαίρας πριν την κρούση, $\vec{u}'$ η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση).
- β. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων πάντα ισχύει $\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}}$ ($\vec{p}_{\text{πριν}}$ η ορμή του συστήματος πριν τη κρούση, $\vec{p}_{\text{μετά}}$ η ορμή του συστήματος μετά την κρούση).
- γ. Κατά την κρούση δύο σωμάτων η κινητική ενέργεια του συστήματος πάντα διατηρείται.
- δ. Σώμα Α συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με ακίνητο αρχικά σώμα Β που έχει την ίδια μάζα με το Α. Τότε η ταχύτητα του Α μετά την κρούση μηδενίζεται.
- ε. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση αν οι ταχύτητες των σωμάτων βρίσκονται σε τυχαία διεύθυνση.

(Μονάδες 5)

Θέμα 2° (Μονάδες 25)

1. Ένα σώμα μάζας m είναι προσδεμένο σε ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα του διεγέρτη είναι $f = f_0$ όπου f_0 η ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Αν τετραπλασιάσουμε τη μάζα m του σώματος, ενώ η συχνότητα του διεγέρτη παραμένει σταθερή, τότε:

A. Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος

- α. γίνεται $\frac{f_0}{2}$
- β. γίνεται $2 f_0$
- γ. παραμένει σταθερή.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 1 + 2)

B. Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος

- α. αυξάνεται.
- β. ελαττώνεται.
- γ. παραμένει σταθερό.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

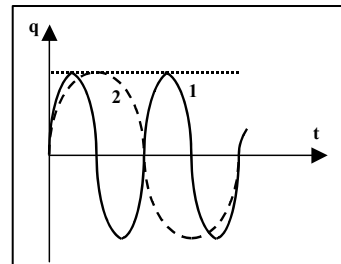
(Μονάδες 1 + 2)

2. Ταλαντωτής έχει εξίσωση: $x = 0,6 \sin(4\pi t) + 500\pi t$ (SI).

- α. Ποιες οι εξισώσεις των ταλαντώσεων από τις οποίες προέκυψε η κίνηση αυτή;
- β. Ποια η περίοδος της κίνησης και ποια η συχνότητα με την οποία μηδενίζεται το πλάτος της;

(Μονάδες 2 + 4)

3. Διαθέτουμε δύο κυκλώματα (L_1C_1) και (L_2C_2) ηλεκτρικών ταλαντώσεων. Τα διαγράμματα (1) και (2) παριστάνουν τα φορτία των πυκνωτών C_1 και C_2 αντίστοιχα, σε συνάρτηση με το χρόνο. Ο λόγος $\frac{I_1}{I_2}$ των μεγίστων τιμών της έντασης του ρεύματος στα δύο κυκλώματα είναι:



- α. 2 β. $\frac{1}{4}$ γ. $\frac{1}{2}$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 1 + 3)

4. Σ' ένα αρμονικό ταλαντωτή η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση του είναι της μορφής $F = -b u$. Με ποιο ή ποια από τα παρακάτω συμφωνείτε ή διαφωνείτε;

- α. Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.
β. Το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μειωθεί οποιαδήποτε τιμή του πλάτους στο μισό της είναι σταθερό.
γ. Ο λόγος δύο διαδοχικών τιμών του πλάτους είναι σταθερός.

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

(Μονάδες 3 + 6)

Θέμα 3^ο (Μονάδες 25)

Σώμα μάζας $m = 0,2 \text{ Kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις:

$$x_1 = 2\sqrt{3} \text{ ημ}3\pi t \text{ και } x_2 = 4 \text{ ημ}(3\pi t + \frac{5\pi}{6}) \text{ (} x_1, x_2 \text{ σε cm και το } t \text{ σε s)}$$

που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο.

- α. Να βρείτε την εξίσωση της συνισταμένης κίνησης που εκτελεί το σώμα.

(Μονάδες 8)

- β. Να βρείτε την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα τη χρονική στιγμή $t = 2 \text{ s}$.

(Μονάδες 8)

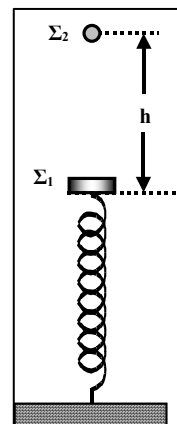
- γ. Να βρείτε την απομάκρυνση του σώματος, στην οποία η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης.

(Μονάδες 9)

(Θεωρείστε ότι $\pi^2 \approx 10$)

Θέμα 4° (Μονάδες 25)

Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$ έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο επάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 με μάζα $M = 4 \text{ Kg}$ που ισορροπεί. Δεύτερο σώμα Σ_2 με μάζα $m = 1 \text{ Kg}$ βρίσκεται πάνω από το πρώτο σώμα Σ_1 σε άγνωστο ύψος h , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά $d = \frac{\pi}{20} \text{ m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο, ενώ την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το δεύτερο σώμα Σ_2 .

- Να υπολογίσετε την τιμή του ύψους h ώστε τα δύο σώματα να συναντηθούν στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 .
 - Αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική να δείξετε ότι το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ακινητοποιείται στιγμιαία.
 - Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
 - Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα.
- Δίνεται το $g = 10 \text{ m/s}^2$. Να θεωρήσετε ότι $\pi^2 \approx 10$.

Καλή επιτυχία!!!



ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ (ΑΠΟΦΟΙΤΟΙ)

10 - 1 - 2011

Θέμα 1^ο

1. α 2. γ 3. β 4. γ
5. α) Λ β) Σ γ) Λ δ) Σ ε) Λ

Θέμα 2^ο

1. **A. Σωστό το α.**

Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος δίνεται από τη σχέση:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}} \xrightarrow{D=k} f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} .$$

Όταν τετραπλασιάσουμε τη μάζα του ταλαντωτή η ιδιοσυχνότητα του συστήματος θα γίνει:

$$f'_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{4m}} = \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow f'_0 = \frac{f_0}{2} .$$

B. Σωστό το β.

Όταν η συχνότητα του διεγέρτη f είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος, το σύστημα βρίσκεται σε συντονισμό και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με μέγιστο πλάτος.

Όταν υποδιπλασιαστεί η ιδιοσυχνότητα του συστήματος θα είναι $f \neq f'_0$ οπότε το σύστημα θα πάψει να βρίσκεται σε συντονισμό και το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα ελαττωθεί.

2. α. Η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης που το πλάτος της μεταβάλλεται συνημιτονοειδώς με το χρόνο δίνεται από τη σχέση: $\chi = 2A \sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right) \eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$

Αντιπαραβάλλοντας την εξίσωση αυτή με την εξίσωση της ταλάντωσης που μας δίνεται: $\chi = 0,6 \sin(4\pi t) \eta\mu(500\pi t)$ (SI) παίρνουμε:

$$2A = 0,6 \text{ m} \rightarrow A = 0,3 \text{ m}$$

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t = 4\pi t \rightarrow \omega_1 - \omega_2 = 8\pi \text{ rad/s} \quad (1) \quad \text{και}$$

$$\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t = 500\pi t \rightarrow \omega_1 + \omega_2 = 1000\pi \text{ rad/s} \quad (2)$$

$$(1) + (2) \rightarrow 2\omega_1 = 1008\pi \rightarrow \omega_1 = 504\pi \text{ rad/s} \quad \text{και}$$

$$\omega_2 = 1000\pi - 504\pi = 496\pi \text{ rad/s}$$

Άρα οι εξισώσεις των απλών αρμονικών ταλαντώσεων από τις οποίες προέκυψε η παραπάνω κίνηση είναι:

$$\chi_1 = 0,3 \eta\mu(504\pi t) \text{ (SI)} \quad \text{και} \quad \chi_2 = 0,3 \eta\mu(496\pi t) \text{ (SI)}$$

β. Από την εξίσωση της ταλάντωσης που μας δίνεται: $\chi = 0,6 \sin(4\pi t) \eta\mu(500\pi t)$ (SI) παίρνουμε:

$$\omega = 500\pi \text{ rad/s} \rightarrow \frac{2\pi}{T} = 500\pi \text{ rad/s} \rightarrow T = \frac{2\pi}{500\pi} \text{ s} \rightarrow T = \frac{1}{250} \text{ s}$$

Η συχνότητα με την οποία μηδενίζεται το πλάτος της ταλάντωσης (συχνότητα διακροτήματος) είναι: $f_\delta = f_1 - f_2 = \frac{\omega_1}{2\pi} - \frac{\omega_2}{2\pi} \rightarrow f_\delta = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\pi} = 4 \text{ Hz}$.

3. Σωστό το α.

Από το διάγραμμα $q - t$ που μας δίνεται συμπεραίνουμε ότι:

$$Q_1 = Q_2 \quad \text{και} \quad T_2 = 2 T_1 \quad \text{άρα} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_1 Q_1}{\omega_2 Q_2} = \frac{\frac{2\pi}{T_1}}{\frac{2\pi}{T_2}} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 2$$

4. α. Λάθος

Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση:

$$A_k = A_0 e^{-\Lambda t}, \quad \text{όπου} \quad t = k T, \quad (k = 0, 1, \dots)$$

β. Σωστό

Το χρονικό διάστημα Δt που απαιτείται για να μειωθεί οποιαδήποτε τιμή του πλάτους στο μισό της είναι:

$$A_k = A_0 e^{-\Lambda t} \rightarrow \frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\Lambda \Delta t} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\Lambda \Delta t} \rightarrow \ln \frac{1}{2} = \ln (e^{-\Lambda \Delta t}) \rightarrow$$

$$-\ln 2 = -\Lambda \Delta t \rightarrow \Delta t = \frac{\ln 2}{\Lambda} = \text{σταθερό}$$

γ. Σωστό

Ο λόγος των διαδοχικών πλατών στην ίδια διεύθυνση, είναι:

$$\frac{A_k}{A_{k+1}} = \frac{A_0 e^{-\Lambda k T}}{A_0 e^{-\Lambda (k+1) T}} = e^{-\Lambda k T + \Lambda (k+1) T} = e^{-\Lambda k T + \Lambda k T + \Lambda T} \rightarrow \frac{A_k}{A_{k+1}} = e^{\Lambda T} = \text{σταθερός}$$

Θέμα 3°

α. Οι δύο ΑΑΤ που εκτελεί ταυτόχρονα το σώμα έχουν:

- πλάτη: $A_1 = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ και $A_2 = 4 \text{ cm}$,
- κυκλικές συχνότητες: $\omega_1 = \omega_2 = 3\pi \text{ rad/s}$,
- διαφορά φάσης: $\varphi_2 - \varphi_1 = 3\pi t - (3\pi t + \frac{5\pi}{6}) \rightarrow \varphi = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$.

Επειδή οι δύο αρμονικές ταλαντώσεις που εκτελεί το σώμα γίνονται στην ίδια ευθεία, γύρω από το ίδιο σημείο και έχουν τις ίδιες συχνότητες η συνισταμένη κίνηση που εκτελεί το σώμα θα είναι ΑΑΤ με:

- κυκλική συχνότητα $\omega = 3\pi \text{ rad/s}$,
- πλάτος: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos \varphi} = \sqrt{12 + 16 + 16 \sqrt{3} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \sqrt{4} \rightarrow A = 2 \text{ cm}$,
- γωνία θ που προηγείται της ταλάντωσης με τη μικρότερη φάση:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{A_2 \eta\mu\varphi}{A_1 + A_2 \sigma\upsilon\nu\varphi} = \frac{4 \eta\mu \frac{5\pi}{6}}{2\sqrt{3} + 4 \sigma\upsilon\nu \frac{5\pi}{6}} = \frac{4 \frac{1}{2}}{2\sqrt{3} + 4 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} \rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{2}{0} \rightarrow$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Άρα η εξίσωση της συνισταμένης ΑΑΤ θα είναι:

$$x = 2 \eta\mu(3\pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (x σε cm).}$$

β. Για $t = 2 \text{ s}$ η ταχύτητα και η επιτάχυνση της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα μάζας m είναι:

$$x = 2 \eta\mu(3\pi \cdot 2 + \frac{\pi}{2}) = 2 \eta\mu(6\pi + \frac{\pi}{2}) \rightarrow x = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$u = \omega A \sigma\upsilon\nu(3\pi \cdot 2 + \frac{\pi}{2}) = 3\pi \cdot 2 \sigma\upsilon\nu(6\pi + \frac{\pi}{2}) \rightarrow u = 0$$

$$a = -\omega^2 A \eta\mu(3\pi \cdot 2 + \frac{\pi}{2}) = -9\pi^2 \cdot 2 \eta\mu(6\pi + \frac{\pi}{2}) \rightarrow$$

$$a = -180 \text{ cm/s}^2 = -1,8 \text{ m/s}^2$$

γ. Εφαρμόζω ΑΔΕΤ για την ΑΑΤ του σώματος μάζας m :

$$K + U = E_{\text{ολ}} \xrightarrow{K=3U} 3U + U = E_{\text{ολ}} \rightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} D A^2 \rightarrow x^2 = \frac{A^2}{4} \rightarrow$$

$$x = \pm \frac{A}{2} = \pm 1 \text{ cm} .$$

Θέμα 4°

α. Το σώμα Σ_1 κάνει ΑΑΤ με $D = k = M \omega_1^2 \rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{k}{M}} = 5 \text{ rad/s}$, περίοδο $T_1 = 2\pi$

$\sqrt{\frac{M}{k}} = \frac{2\pi}{5} \text{ s}$ και πλάτος $A_1 = d = \frac{\pi}{20} \text{ m}$ οπότε για να φθάσει από την θέση που αφήνεται ελεύθερο (ακραία θέση) στη θέση ισορροπίας του θα χρειασθεί χρόνο: $t_1 = \frac{T_1}{4} = \frac{\pi}{10} \text{ s}$.

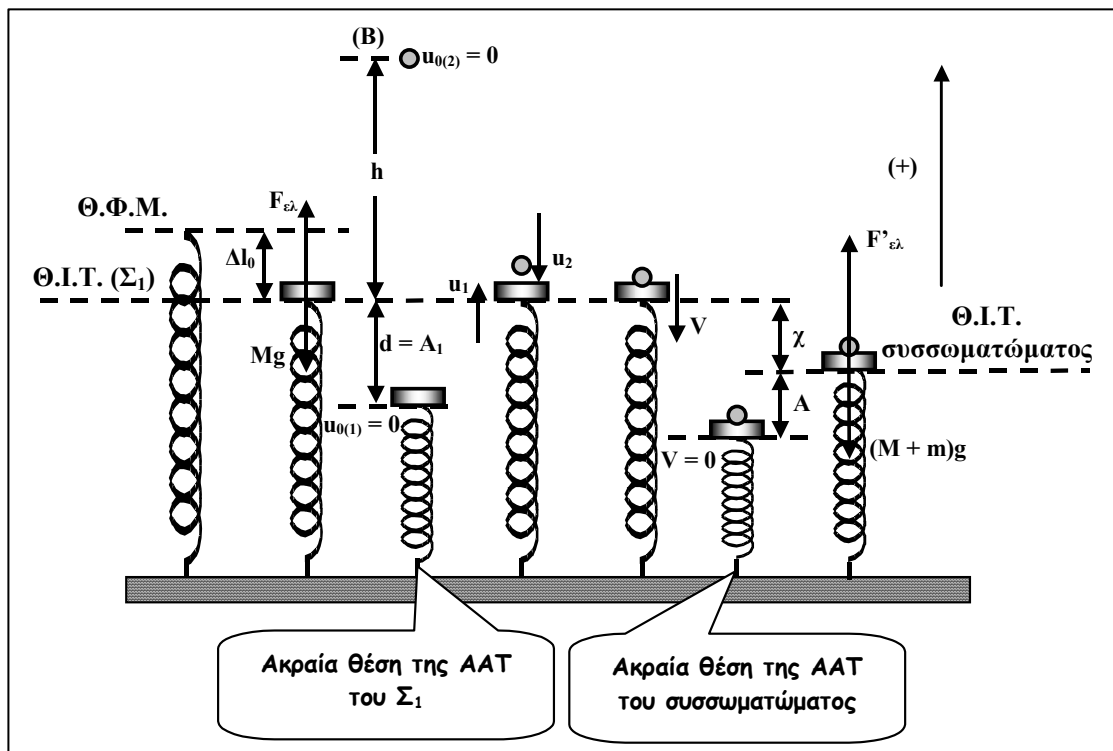
Για να συναντηθούν τα δύο σώματα στην θέση ισορροπίας του Σ_1 θα πρέπει το Σ_2 κάνοντας ελεύθερη πτώση να διανύσει το ύψος h σε χρόνο t_1 . Άρα:

$$h = \frac{1}{2} g t_1^2 = \frac{1}{2} 10 \frac{\pi^2}{100} \rightarrow h = 0,5 \text{ m.}$$

β. Οι ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αμέσως πριν την πλαστική κρούση στην θέση ισορροπίας του Σ_1 είναι ίσες με:

$$u_1 = u_{\max} = \omega_1 A_1 = 5 \frac{\pi}{20} \rightarrow u_1 = \frac{\pi}{4} \text{ m/s και}$$

$$u_2 = g t_1 = 10 \frac{\pi}{10} \rightarrow u_2 = \pi \text{ m/s.}$$



Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση

$$\vec{p}_{\text{αρχ}}^{\text{συστ}} = \vec{p}_{\text{τελ}}^{\text{συστ}} \rightarrow M u_1 - m u_2 = (M + m) V \rightarrow 4 \frac{\pi}{4} - \pi = 5 V \rightarrow V = 0$$

άρα το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ακινητοποιείται στιγμιαία.

γ. Εφαρμόζουμε συνθήκες ισορροπίας στην θέση ισορροπίας (ΘΙΤ) του Σ_1 και στη θέση ισορροπίας (ΘΙΤ) του συσσωματώματος για να υπολογίσουμε την απόσταση χ ανάμεσα στις δύο θέσεις.

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = Mg \rightarrow k \Delta l_0 = M g \rightarrow \Delta l_0 = \frac{M g}{k} = 0,4 \text{ m}$$

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = (M + m)g \rightarrow k (\Delta l_0 + \chi) = (M + m) g \rightarrow 40 + 100 \chi = 50 \rightarrow$$

$$100 \chi = 10 \rightarrow \chi = 0,1 \text{ m.}$$

Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα κάνει ΑΑΤ με $D = k = (M + m)\omega^2$ και πλάτος $A = \chi = 0,1 \text{ m}$ γιατί η θέση κρούσης (ΘΙΤ Σ_1) είναι ακραία θέση της ΑΑΤ του συσσωματώματος αφού η ταχύτητα του αμέσως μετά την κρούση μηδενίζεται στιγμιαία.

δ. Η μέγιστη τιμή της δύναμης του ελατηρίου που δέχεται το συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του μετά την κρούση είναι:

$$F_{\varepsilon\lambda}^{\max} = k \Delta l_{\max} = k (A + A + \Delta l_0) = 100 (0,2 + 0,4) \rightarrow F_{\varepsilon\lambda}^{\max} = 60 \text{ N}$$