

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΙΣ ΚΡΟΥΣΕΙΣ - DOPPLER
2012

ΘΕΜΑ Α

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις **A1-A4** και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

A1. Μια κρούση λέγεται έκκεντρη όταν:

- α. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ορμής.
- β. δεν ικανοποιεί την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
- γ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι κάθετες.
- δ. οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.

A2. Κατά την ανελαστική κρούση δύο σωμάτων διατηρείται:

- α. η ορμή κάθε σώματος.
- β. η ορμή του συστήματος.
- γ. η κινητική ενέργεια του συστήματος.
- δ. η μηχανική ενέργεια του συστήματος.

A3. Μια πηγή S βρίσκεται μεταξύ 2 ακίνητων παρατηρητών A και B . Η πηγή πλησιάζει προς τον A ενώ απομακρύνεται από τον B . Το μήκος κύματος που εκπέμπει η πηγή είναι λ_s και ο ήχος διαδίδεται στον αέρα με ταχύτητα $u_{\eta\chi}$.

- α. Ο παρατηρητής A αντιλαμβάνεται ήχο με μήκος κύματος $\lambda_A > \lambda_s$.
- β. Ο παρατηρητής B αντιλαμβάνεται ήχο με μήκος κύματος $\lambda_B < \lambda_s$.
- γ. Ο παρατηρητής B αντιλαμβάνεται ήχο που διαδίδεται με ταχύτητα ίση με την $u_{\eta\chi}$.
- δ. Ο παρατηρητής B αντιλαμβάνεται ήχο που έχει συχνότητα μεγαλύτερη από την f_s .

A4. Ποια από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστή;

- α. Ένα σύστημα σωμάτων μπορεί να έχει ορμή, αλλά όχι κινητική ενέργεια.
- β. Ένα σώμα μπορεί να έχει κινητική ενέργεια, αλλά όχι ορμή.
- γ. Ένα σύστημα σωμάτων μπορεί να έχει κινητική ενέργεια, αλλά όχι ορμή.
- δ. Ένα σώμα μπορεί να έχει ορμή, αλλά όχι κινητική ενέργεια.

(μον 4x5)

A5. Μπάλα μάζας m που κινείται οριζόντια με ταχύτητα u συγκρούεται με λείο, κατακόρυφο και ακλόνητο τοίχο. Η κρούση είναι μετωπική.

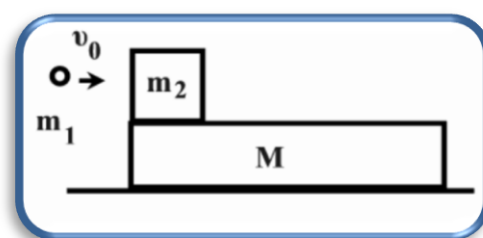
Χαρακτηρίστε με **Σ** τις σωστές και **Λ** τις λανθασμένες προτάσεις:

- α. Η μπάλα ανακλάται με ταχύτητα ίσου μέτρου u , σε κάθε περίπτωση.
- β. Η ορμή της σφαίρας διατηρείται σταθερή, αν η κρούση είναι ελαστική.
- γ. Η κινητική ενέργεια της σφαίρας διατηρείται, αν η κρούση είναι και ελαστική.
- δ. Αν διατηρείται η κινητική ενέργεια της σφαίρας, θα διατηρείται και η ορμή της.
- ε. Η μεταβολή ορμής της σφαίρας έχει μέτρο $2mu$, αν η κρούση είναι ελαστική.

(μον 5)

ΘΕΜΑ Β

B1. Σώμα Σ_1 , μάζας $m_2=m$ ισορροπεί πάνω σε πλατφόρμα μάζας $M=8m$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το Σώμα Σ_1 παρουσιάζει με την πλατφόρμα συντελεστή τριβής ολίσθησης, μ . Βλήμα μάζας $m_1=m$ που κινείται οριζόντια σφηνώνεται με ταχύτητα u_0 στο σώμα Σ_1 .



1. Η τελική ταχύτητα του συστήματος όταν το συσσωμάτωμα (m_1+m_2) θα σταματήσει να ολισθαίνει πάνω στην πλατφόρμα, είναι:

- α. $u_0/9$ β. $u_0/5$ γ. $u_0/10$

2. Η θερμότητα που εκλύθηκε λόγω τριβής από τη στιγμή που τέλειωσε η κρούση μέχρι να σταματήσει να ολισθαίνει το συσσωμάτωμα πάνω στην πλατφόρμα είναι:

- α. $mu_0^2/20$ β. $mu_0^2/10$ γ. $mu_0^2/5$

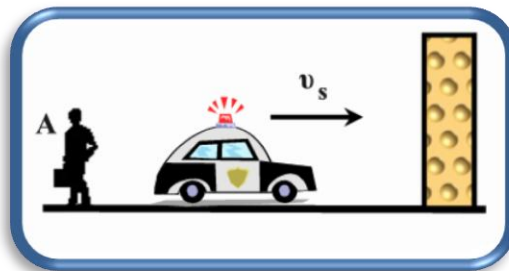
3. Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα πάνω στην πλατφόρμα μέχρι να σταματήσει είναι:

- α. $u_0^2/20\mu g$ β. $u_0^2/10\mu g$ γ. $2 u_0^2/5\mu g$

Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(μον 9)

B2. Το περιπολικό του σχήματος πλησιάζει προς κατακόρυφο τοίχο με ταχύτητα $u_s = u/10$ και ταυτόχρονα εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s .



Ο παρατηρητής Α είναι ακίνητος και αντιλαμβάνεται

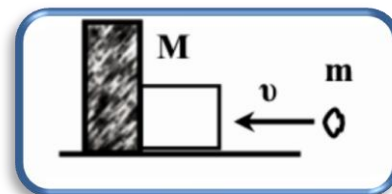
δύο ήχους. Ο ένας έχει συχνότητα f_1 και έρχεται απευθείας από το περιπολικό και ο άλλος συχνότητα f_2 και φτάνει σ' αυτόν από ανάκλαση στον τοίχο. Αν u είναι η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα, τότε ο λόγος f_1/f_2 είναι ίσος με:

- α. 1 β. $9/11$ γ. $11/9$

Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(μον 8)

B3. Στο διπλανό σχήμα βλήμα μάζας m που κινείται οριζόντια και σφηνώνεται σε ακίνητο σώμα μάζας $M=3m$ που ακουμπά σε τοίχο. Η ελάχιστη κινητική ενέργεια που



απαιτείται για να σφηνωθεί όλο το βλήμα στο ξύλο είναι K . Αν δεν υπάρχει ο τοίχος και το σώμα μάζας M είναι ελεύθερο να κινηθεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, η ελάχιστη απαιτούμενη κινητική ενέργεια ώστε το βλήμα να σφηνωθεί όλο στο σώμα είναι:

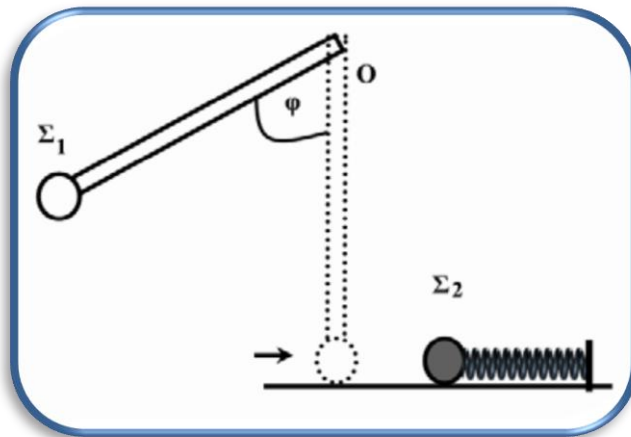
- α. $4K/3$ β. $2K/5$ γ. $3K$

Ποια είναι η σωστή απάντηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(μον 8)

ΘΕΜΑ Γ

Μια ομογενής ράβδος OA , μάζας $M=3\text{kg}$ και μήκους $L=1\text{m}$ μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από άξονα που περνάει από το ένα άκρο της O και είναι κάθετος σ' αυτήν. Στο άκρο A φέρει προσαρμοσμένη σφαιρική μάζα Σ_1 , με $m_1=1\text{kg}$ πολύ μικρών διαστάσεων.



Εκτρέπουμε τη ράβδο από την κατακόρυφη θέση κατά $\varphi=60^\circ$ και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί χωρίς τριβές. Τη χρονική στιγμή που η σφαίρα Σ_1 φτάνει στο κατώτερο σημείο της τροχιάς της αποχωρίζεται από τη ράβδο χωρίς μεταβολή της ταχύτητάς της.

Γ1. Να υπολογιστεί η ταχύτητα με την οποία αποχωρίζεται η σφαίρα Σ_1 , από τη ράβδο.

Γ2. Στη συνέχεια η σφαίρα Σ_1 ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλη σφαίρα Σ_2 , ίσων διαστάσεων, μάζας $m_2=4\text{kg}$, η οποία ισορροπεί και είναι συνδεδεμένη στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=125\text{N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογιστεί η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.

Γ3. Να υπολογιστεί το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.

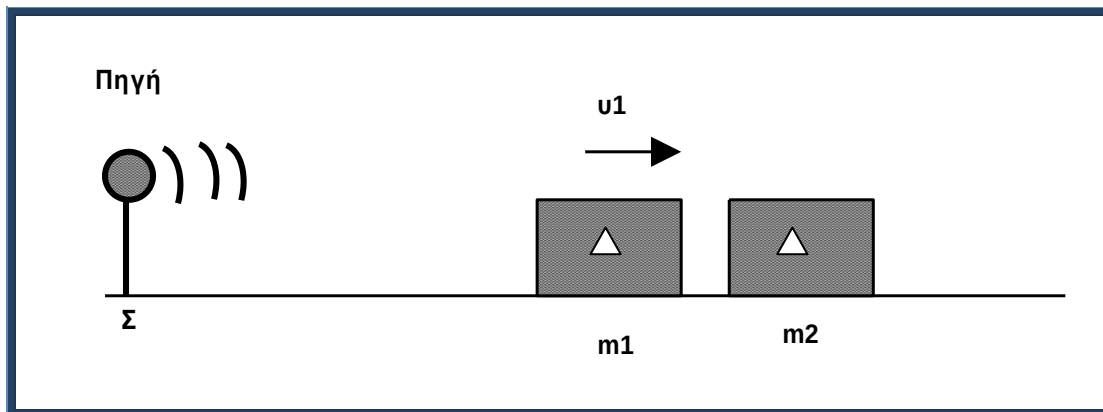
Γ4. Να υπολογιστεί το ποσοστό (%) της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 μόλις πριν την κρούση, που έγινε θερμότητα λόγω της κρούσης.

Δίνονται, για τη ράβδο $I_{cm}=(ML^2)/12$ και το $g=10\text{m/s}^2$.

(μον 7+7+5+6)

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα μάζας m_1 κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $u_1=15\text{m/s}$ συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλο σώμα μάζας m_2 που είναι αρχικά ακίνητο. Τα δύο σώματα φέρουν ανιχνευτές συχνοτήτων, αμελητέας μάζας. Σε σημείο Σ όπως στο σχήμα, υπάρχει ακίνητη ηχητική πηγή, που εκπέμπει συνεχώς ήχο, σταθερής συχνότητας $f_s=1700\text{Hz}$.



Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι $u_{\text{ηχ}}=340\text{m/s}$. Αν το σώμα μάζας m_1 χάνει κατά την κρούση το 64% της κινητικής του ενέργειας κινούμενο αντίρροπα, σε σχέση με την αρχική φορά κίνησης, να βρεθούν:

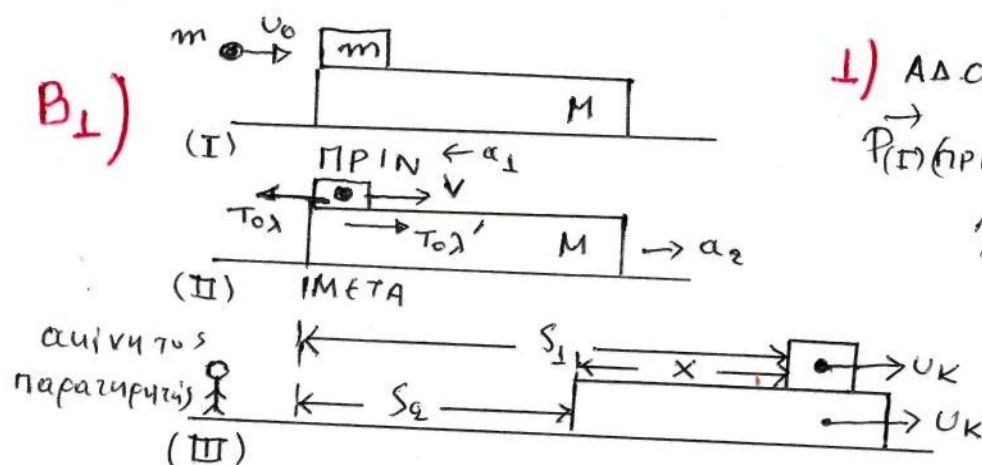
- Δ1.** Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$
- Δ2.** Οι συχνότητες που καταγράφουν οι ανιχνευτές αμέσως μετά την κρούση.
- Δ3.** Η μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_1 , αν $m_1 = 1\text{Kg}$.
- Δ4.** Αν μετά την κρούση κάθε σώμα παρουσιάζει τριβή ολίσθησης με το οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή $\mu=0,1$, να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή κατά την διάρκεια της κίνησης των δύο σωμάτων όπου ο ανιχνευτής του σώματος μάζας m_1 καταγράφει συχνότητα κατά 25Hz μεγαλύτερη της αντίστοιχής του ανιχνευτή του σώματος μάζας m_2 . Να θεωρήσετε, ότι οι ανιχνευτές δεν καταστρέφονται κατά την κρούση. Το σώμα μάζας m_1 κατά τη κίνηση του δεν συναντά την πηγή. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

(μον 6+7+5+7)

$A_1) \delta \quad A_2) \beta \quad A_3) \gamma \quad A_4) \gamma$

$A_5) \Lambda, \Lambda, \Sigma, \Lambda, \Sigma$

$B_1)$



$1) \Delta Δ Ο (I) \rightarrow (II)$

$\vec{P}_{(I)}(\pi \rho \lambda N) = \vec{P}_{(II)}(\text{ΜΕΤΑ}) \Rightarrow$
 $m u_0 = 2m V \Rightarrow$

$V = \frac{u_0}{2} \quad (1)$

Από $\Delta Δ Ο (II) \rightarrow (III)$ έχω: $\vec{P}_{II} = \vec{P}_{III} \Rightarrow$

$2m V = (2m + M) u_K \quad (1) \Rightarrow \cancel{2m} \frac{u_0}{2} = 10m u_K \Rightarrow$

$u_K = \frac{u_0}{10} \quad (2) \text{ άρα γνωρίζουμε } \gamma$

$2) Q_{\theta (II) \rightarrow (III)} = K_{ολ (II)} - K_{ολ (III)} = \frac{1}{2} (2m) V^2 - \frac{1}{2} (10m) u_K^2 \quad (1)$

$Q_{\theta} = \frac{m u_0^2}{4} - 5m \frac{u_0^2}{100} \Rightarrow Q_{\theta} = \frac{5}{4} \frac{m u_0^2}{20} - \frac{4}{20} \frac{m u_0^2}{20} \Rightarrow Q_{\theta} = \frac{m u_0^2}{5} \quad \text{γνωρίζουμε } \gamma$

$3) T_{0\lambda} = \mu N = \mu 2mg \quad (1) \text{ οπότε } a_1 = \frac{T_{0\lambda}}{2m} = \frac{\mu 2mg}{2m} \Rightarrow a_1 = \mu g$

Το συσσωμάτωμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση λόγω της $T_{0\lambda}$, ενώ στο σώμα Μ ομαλά επιταχυνόμενη λόγω της $T_{0\lambda}'$ (αντίδραση της $T_{0\lambda}$). Άρα θα έχουμε τις εξισώσεις:

(1)

ευερωτάωτα : $v = v_{\text{αρχ}} - \alpha_1 t$ όπου $v_{\text{αρχ}} = V = \frac{v_0}{2}$ άρα

$$v = \frac{v_0}{2} - \mu g t \xrightarrow[t=v_{\text{κ}}]{t=t_1} \frac{v_0}{10} = \frac{v_0}{2} - \mu g t_1 \Rightarrow \mu g t_1 = \frac{v_0}{2} - \frac{v_0}{10} \Rightarrow$$

$$\mu g t_1 = \frac{4v_0}{10} \Rightarrow t_1 = \frac{4v_0}{10\mu g} \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{2v_0}{5\mu g}}^{(2)} \text{ όπου } t_1$$

είναι η χρονική στιγμή που τα $(m_1 + m_2)$ και M αποχτούν κοινή ταχύτητα $v_{\text{κ}}$ και παύει πλέον η κίνηση του ενός ως προς το άλλο.

Για την πλατφόρμα (M) : $\alpha_2 = \frac{T_0 \lambda}{8m} \xrightarrow{(1)} \alpha_2 = \frac{\mu g 2\gamma_1}{8\gamma_1} \Rightarrow$

$$\boxed{\alpha_2 = \frac{\mu g}{4}} \text{ Άρα } s_2 = \frac{1}{2} \alpha_2 t_1^2 \xrightarrow[(3)]{(2)} s_2 = \frac{1}{2} \frac{\mu g}{4} \cdot \frac{4v_0^2}{25\mu^2 g^2} \Rightarrow$$

$$\textcircled{3} \quad \boxed{s_2 = \frac{v_0^2}{50\mu g}} \quad (4) \text{ για το ευερωτάωτα :}$$

$$s_1 = v_{\text{αρχ}} t_1 - \frac{1}{2} \alpha_1 t_1^2 \Rightarrow$$

$$s_1 = V t_1 - \frac{1}{2} \mu g t_1^2 \xrightarrow{(2)} s_1 = \frac{v_0}{2} \cdot \frac{2v_0}{5\mu g} - \frac{1}{2} \mu g \frac{4v_0^2}{25\mu^2 g^2} \Rightarrow$$

$$\dots s_1 = \frac{v_0^2}{5\mu g} - \frac{2v_0^2}{25\mu g} \Rightarrow \boxed{s_1 = \frac{3v_0^2}{25\mu g}} \text{ Άρα για το}$$

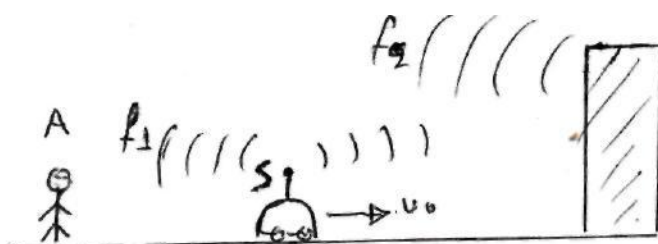
διάστημα x που διανύει το ευερωτάωτα πάνω στην πλατφόρμα μέχρι να σταματήσει η αυτοκίνητος κίνηση είναι

$$x = s_1 - s_2 = \frac{3v_0^2}{25\mu g} - \frac{v_0^2}{50\mu g} \Rightarrow x = \frac{5v_0^2}{50\mu g} \Rightarrow$$

$$\boxed{x = \frac{v_0^2}{10\mu g}} \text{ άρα σωστό η } \textcircled{8}.$$

(2)

B₂)



Ο Α ανιχνεύεται τον αη'ευθής ήχο με συχνότητα $f_1 = \frac{v}{v+v_s} f_s \Rightarrow f_1 = \frac{v}{v+\frac{v}{10}} f_s \Rightarrow$

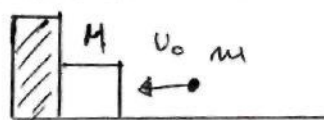
$$f_1 = \frac{\frac{v}{10}}{\frac{11v}{10}} f_s \Rightarrow \boxed{f_1 = \frac{10}{11} f_s} \quad (1)$$

και τον ανακλώμενο με συχνότητα $f_2 = \frac{v}{v-v_s} f_s \Rightarrow$

$$f_2 = \frac{v}{v-\frac{v}{10}} f_s \Rightarrow f_2 = \frac{\frac{v}{9}}{\frac{9v}{10}} f_s \Rightarrow \boxed{f_2 = \frac{10}{9} f_s} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{10}{11} f_s}{\frac{10}{9} f_s} \Rightarrow \boxed{\frac{f_1}{f_2} = \frac{9}{11}} \quad \text{ή } \frac{f_1}{f_2} = \frac{9}{11} \quad \text{ή } \textcircled{B}.$$

B₃)

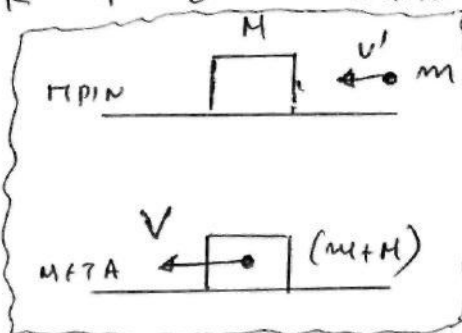


i) $\frac{1}{2} m v_0^2 = K$

Από την ΑΔΕ έχουμε:

$$E_{\text{αρχ}} + E_{\text{προβ}} - E_{\text{απωλ}} = E_{\text{τελ}} \Rightarrow K + 0 - E_{\text{απωλ}} = 0 \Rightarrow \boxed{E_{\text{απωλ}} = K = \frac{1}{2} m v_0^2} \quad (1)$$

ii)



Από ΑΔΟ έχω: $m v' = (m+M) V \Rightarrow$

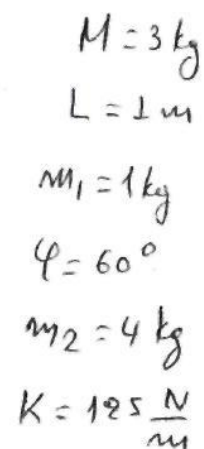
$$V = \frac{m v'}{m+M} \xrightarrow{M=3m} V = \frac{m v'}{4m} \Rightarrow \boxed{V = \frac{v'}{4}} \quad (2)$$

$E'_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} m v'^2 = K' \quad (3)$ Από ΑΔΕ έχω:

$$E'_{\text{αρχ}} + E_{\text{προβ}} - E_{\text{απωλ}} = E'_{\text{τελ}} \xrightarrow{(1)} K' + 0 - K = \frac{1}{2} 4m V^2 \xrightarrow{(2)} K' - K = \frac{1}{2} 4m \frac{v'^2}{16} \Rightarrow$$

$$K' - K = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} m v'^2 \Rightarrow K' - K = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} m v'^2 \xrightarrow{(3)} K' - K = \frac{1}{4} K' \Rightarrow K' - \frac{1}{4} K' = K \Rightarrow \frac{3}{4} K' = K \Rightarrow \boxed{K' = \frac{4}{3} K} \quad \text{ή } \textcircled{\alpha}$$

(3)


$$I_p = I_{cm} + M \frac{L^2}{4} = \frac{1}{12} M L^2 + \frac{M L^2}{4} \Rightarrow I_p = \frac{1}{3} M L^2 = 1 \text{ kg m}^2$$

Me AAME (A) $\rightarrow$ (r) exw: ~~$K(A)$~~ + $U_{(A)}^{lap}$ = $K(r)$ + $U_{(r)}^{lap} \Rightarrow$

$$Mg(L - \frac{L}{2} \cos 60^\circ) + m_1 g(L - L \cos 60^\circ) = \frac{1}{2} I \omega^2 + Mg \frac{L}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{4}Mg + \frac{m_1g}{2} = w_1^2 + \frac{Mg}{2} \Rightarrow w_1^2 = \frac{3}{4}Mg - \frac{2}{4}Mg + \frac{m_1g}{2} \Rightarrow$$

$$\omega_1 = \frac{5\sqrt{2}}{2} = 2,5\sqrt{2} \text{ rad/sec.}$$

$$v_1 = \omega_1 \cdot L \Rightarrow \left\{ v_1 = 2,5\sqrt{2} \text{ m/s} \right\}$$
$$V = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow V = \frac{2,5\sqrt{2}}{5} \Rightarrow V = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m/s}$$

(4)

Με ΘΜΚΕ για το συσσωματώματα έχουμε: $K_{(2)}^0 - K_{(1)}^0 = W_{F_{12}} + W_{N_1} + W_{N_2} \Rightarrow$
 $(\Delta) \rightarrow (2)$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = -\frac{1}{2}K\Delta l_{\max}^2 \Rightarrow \Delta l_{\max}^2 = \frac{(m_1 + m_2)V^2}{K} \Rightarrow$$

$$\Delta l_{\max}^2 = \frac{5}{125 \cdot 2} \Rightarrow \Delta l_{\max}^2 = \frac{5}{250} = \frac{1}{50} \Rightarrow \Delta l_{\max} = \frac{1}{\sqrt{50}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta l_{\max} = \frac{1}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{10} \Rightarrow \boxed{\Delta l_{\max} = 0,1\sqrt{2} \text{ m}}$$

Γ3. Το συσσωματώμα με τα τριαντάφυλλα α.α.τ. με $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{K}}$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{5}{125}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5} \Rightarrow T = 0,4\pi \text{ sec. Άρα}$$

ο χρόνος που απαιτείται για να ελαττωθεί για 1 φορά είναι

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{0,4\pi}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{10} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 0,1\pi \text{ sec}}$$

Γ4. Το ποσοστό των $K_1(\text{πριν})$ που έγινε θερμότητα κατά την κρούση είναι :

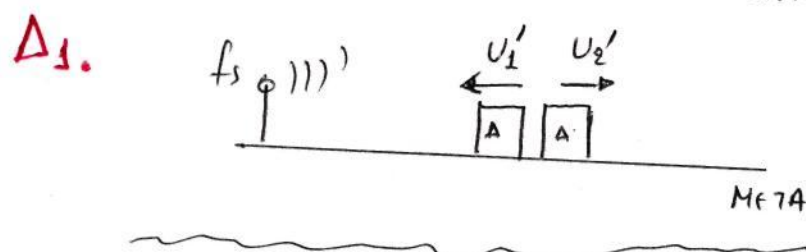
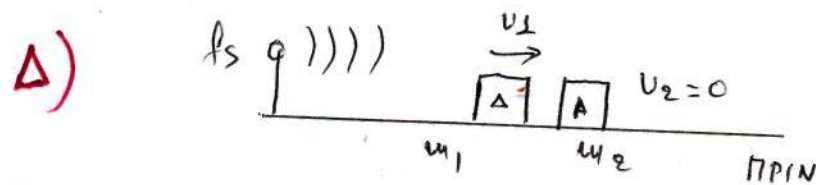
$$\eta\% = \frac{K_1(\text{πριν}) - K_{\text{μετά}}}{K_1(\text{πριν})} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\eta\% = \left(1 - \frac{K_{\text{μετά}}}{K_1(\text{πριν})}\right) 100 = \left(1 - \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1 v_1^2}\right) 100 =$$

$$= \left(1 - \frac{5 \cdot \frac{2}{4}}{2 \cdot 2,5^2}\right) 100 = \left(1 - \frac{2,5}{2 \cdot 2,5^2}\right) 100 = \left(1 - \frac{1}{5}\right) 100 \Rightarrow$$

$$\eta\% = \frac{4}{5} \cdot 100 \Rightarrow \boxed{\eta\% = 80\%}$$

(5)



Αφού η κρούση είναι
κεντρική και
ελαστική με $v_2=0$
θα έχουμε

$$v_1' = - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad \left((-) \text{ γράφουμε αντίθετο προς τα αριστερά} \right) \text{ και}$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad \text{και} \quad v_1' = \frac{1 - \frac{m_1}{m_2}}{\frac{m_1}{m_2} + 1} v_1 \quad \xrightarrow{\text{Θέττω } \frac{m_1}{m_2} = x}$$

$$v_1' = \left(\frac{1-x}{1+x} \right) v_1 \quad (1)$$

$$\text{και} \quad v_2' = \frac{2 \frac{m_1}{m_2}}{\frac{m_1}{m_2} + 1} v_1 \rightarrow$$

$$v_2' = \left(\frac{2x}{1+x} \right) v_1 \quad (2)$$

$$\text{Όπως } \eta\% = \left(\frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1'^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} \right) 100 \Rightarrow$$

$$\eta\% = \left[1 - \left(\frac{v_1'}{v_1} \right)^2 \right] 100 \xrightarrow{(1)} 0,64 = \left[1 - \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^2 \right] \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1-x}{1+x} \right)^2 = 1 - 0,64 \Rightarrow \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^2 = 0,36 \Rightarrow \frac{1-x}{1+x} = 0,6 \Rightarrow$$

$$0,6 + 0,6x = 1 - x \Rightarrow 1,6x = 0,4 \Rightarrow x = \frac{4}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$$

Δ2. Από (1) $\Rightarrow v_1' = 9 \text{ m/s}$ (2) $\Rightarrow v_2' = 6 \text{ m/s}$

Άρα μετά την κρούση $f_1' = \frac{v_{\text{ηχ}} + v_1'}{v_{\text{ηχ}}} f_s \Rightarrow$

$$\Rightarrow f_1' = \frac{349}{346} \cdot 1700 \Rightarrow f_1' = \frac{3490}{2} \Rightarrow \boxed{f_1' = 1745 \text{ Hz}}$$

και $f_2' = \frac{v_{\text{ηχ}} - v_2'}{v_{\text{ηχ}}} f_s \Rightarrow f_2' = \frac{334}{340} \cdot 1700 \Rightarrow$

$$f_2' = \frac{3340}{2} \Rightarrow \boxed{f_2' = 1670 \text{ Hz}}$$

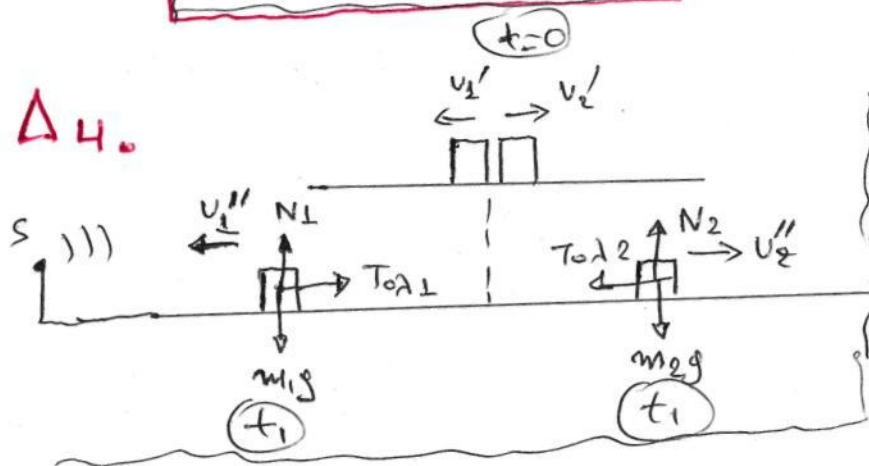
(6)

Δ3. : $\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1(1)$ θεωρώντας $(\rightarrow)$ θετική φορά προς τα δεξιά η σχέση (1) αλγεβρικά γίνεται :

$$\Delta p_1 = -m_1 v_1' - m_1 v_1 = -v_1' - v_1 = -9 - 15 \Rightarrow$$

$$\Delta p_1 = -24 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

Δ4.



Μετά την υπόθεση τα σώματα επιβραδύνονται

$$\mu\epsilon : \alpha_1 = \frac{T_0 \lambda_1}{m_1} = \frac{\mu m_1 g}{m_1} \Rightarrow$$

$$\alpha_1 = \mu g = 1 \text{ m/s}^2 \text{ και}$$

$$\alpha_2 = \frac{T_0 \lambda_2}{m_2} = \frac{\mu m_2 g}{m_2} \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = \mu g = 1 \text{ m/s}^2$$

Έστω $t=0$ άξέσω) μετά την υπόθεση και t_1 η

χρονική στιγμή κατά την οποία $f_1'' = f_2'' + 25$. Τότε

$$m_1 : v_1'' = v_1' - \alpha t_1 \Rightarrow v_1'' = 9 - t_1 \quad (1)$$

$$m_2 : v_2'' = v_2' - \alpha t_1 \Rightarrow v_2'' = 6 - t_2 \quad (2)$$

$$\text{Οπότε } f_1'' = f_2'' + 25 \Rightarrow \frac{v_{1x} + 9 - t_1}{v_{1x}} f_s = \frac{v_{2x} - 6 + t_2}{v_{2x}} f_s + 25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(349 - t_1)}{349} \cdot 1700 = \frac{(334 + t_2)}{349} \cdot 1700 + 25 \Rightarrow$$

$$\frac{3490 - 10t_1}{2} = \frac{3340 + 10t_2}{2} + 25 \Rightarrow$$

$$3490 - 10t_1 = 3340 + 10t_2 + 50 \Rightarrow$$

$$20t_1 = 3490 - 3340 - 50 \Rightarrow 20t_1 = 100 \Rightarrow$$

$$t_1 = 5 \text{ sec}$$

Μαρούσης Βαγγέλης
φυσικός

(7)