# ΓΕΝΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 2010 – 2011

## ΖΗΤΗΜΑ A

*Για τις ερωτήσεις **1 – 5** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα σε κάθε αριθμό το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.*

**1.** Το πλάτος σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση γίνεται κατά το συντονισμό μέγιστο, διότι:

***α)*** Η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες.

***β)*** Η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα κατά το βέλτιστο τρόπο.

***γ)*** Προσφέρεται συνεχώς ενέργεια μέσω της διεγείρουσας δύναμης.

***δ)*** Κατά το συντονισμό ελαχιστοποιούνται οι απώλειες ενέργειας.

***Μονάδες 5***

**2.** Γραμμικό ελαστικό μέσο μεγάλου μήκους συμπίπτει με άξονα x΄Ox. Πάνω του διαδίδονται εγκάρσια κύματα, με μήκος κύματος **λ**, που έχουν δημιουργήσει με τη συμβολή τους στάσιμο κύμα της μορφής $\mathbf{y=A_{max}\cdot συν(k\cdot x)\cdot ημ(ω\cdot t)}$.

***α)*** Η διάδοση των αρχικών συμβαλλόντων κυμάτων γινόταν προς τη θετική φορά του άξονα και το πλάτος τους ήταν $\mathbf{A=A_{max}/2}$.

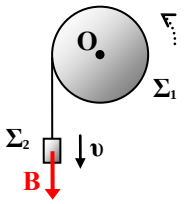
***β)*** Το πλάτος της ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου είναι $\mathbf{A_{max}}$.

***γ)*** Τα σημεία που βρίσκονται στις θέσεις $\mathbf{x_1=+λ/2}$ και $\mathbf{x_2=-λ/2}$ ταλαντώνονται σε αντίθεση φάσης.

***δ)*** Η απόσταση των πλησιέστερων σημείων που ταλαντώνονται με εξίσωση $\mathbf{y=A_{max}\cdot ημ(ω\cdot t)}$ είναι ίση με **λ**.

***Μονάδες 5***

**3.** Η τροχαλία $Σ_1$ του διπλανού σχήματος έχει ακτίνα **R**, μπορεί να στρέφεται ελεύθερα γύρω από τον σταθερό άξονα Ο και έχει ροπή αδράνειας **I** ως προς αυτόν. Το τυλιγμένο νήμα γύρω της είναι αβαρές, δεν γλιστράει και στο άκρο του κρέμεται δεμένο σώμα $Σ_2$ βάρους **B=mg**. Το σύστημα αφήνεται ελεύθερο. Το σώμα $Σ_2$ επιταχύνεται προς τα κάτω συμπαρασύροντας και την τροχαλία σε περιστροφή.



***α)*** Η συνολική ροπή που δέχεται η τροχαλία, ως προς Ο, έχει μέτρο **τ=Β·R**.

***β)*** Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στην τροχαλία είναι ίση με την τάση του νήματος.

***γ)*** Μετά από στροφή της τροχαλίας κατά γωνία **φ**, η κινητική ενέργεια των δύο σωμάτων θα έχει αυξηθεί κατά **ΔΚ=Β·R·φ**.

***δ)*** Στο σύστημα των δύο σωμάτων η συνισταμένη των εξωτερικών ροπών ως προς Ο είναι μηδενική.

***Μονάδες 5***

**4.** Σώμα $Σ_1$ μάζας $\mathbf{m_1}$ κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα x΄Ox και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα $Σ_2$ μάζας $\mathbf{m_2}$.

***α)*** Αν $\mathbf{m_1 < m_2}$ τότε η αλγεβρική τιμή της συνολικής ορμής των δύο σωμάτων μετά την κρούση θα είναι αρνητική.

***β)*** Αν $\mathbf{m_1 = m_2}$ τότε η ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ μετά την κρούση παραμένει ίδια.

***γ)*** Αν $\mathbf{m_1 > m_2}$ τότε η απόσταση των δύο σωμάτων μετά την κρούση μικραίνει και θα επακολουθήσει και δεύτερη κρούση.

***δ)*** Αν $\mathbf{m_1 = m_2}$ τότε το σώμα $Σ_1$ θα χάσει όλη την κινητική του ενέργεια.

***Μονάδες 5***

**5.** *Για τις προτάσεις* ***(5.α)*** *έως* ***(5.ε)*** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα σε κάθε αριθμό το γράμμα* ***Σ*** *αν είναι σωστή ή* ***Λ*** *αν είναι λανθασμένη.*

***α)*** Για να συντονίσουμε το ραδιόφωνο σε κάποιο ραδιοφωνικό σταθμό, χρησιμοποιούμε το κουμπί επιλογής για να μεταβάλουμε τη συχνότητα του κύματος εκπομπής που φτάνει στην κεραία.

***β)*** Σε κύκλωμα L-C ηλεκτρικών ταλαντώσεων παρεμβάλλουμε κατά σειρά πηγή εναλλασσόμενης τάσης και μεταβλητή ωμική αντίσταση, ώστε αυτό να εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση περιόδου **Τ**. Αν αυξήσουμε την τιμή της ωμικής αντίστασης θα παρατηρήσουμε μικρή αύξηση της περιόδου **Τ** της ταλάντωσης.

***γ)*** Στα περισκόπια των υποβρυχίων χρησιμοποιούνται πρίσματα ολικής ανάκλασης τα οποία εκτρέπουν τις φωτεινές ακτίνες κατά **180°**.

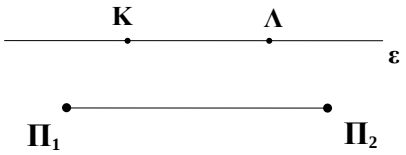
***δ)*** Για να κλείσουμε πιο εύκολα μια πόρτα σπρώχνουμε κοντά στο πόμολο, και όχι κοντά στον άξονα περιστροφής της, ώστε να παρουσιάζει μικρότερη ροπή αδράνειας.

***ε)*** Όταν μια ηχητική πηγή κινείται τότε μεταβάλλεται η συχνότητα του παραγόμενου ήχου.

***Μονάδες 5***

---

## ***ΖΗΤΗΜΑ*** **B**




***B1.*** Δύο σημεία $Π_1$ και $Π_2$ της επιφάνειας υγρού εκτελούν εξαναγκασμένες ταλαντώσεις, της μορφής $\mathbf{y_1=y_2=A\cdot ημ(ω\cdot t)}$, προκαλώντας εγκάρσια κύματα, μήκους κύματος **λ** και πρακτικά σταθερού πλάτους, που συμβάλλουν στην επιφάνεια δημιουργώντας σύστημα υπερβολών ενίσχυσης / απόσβεσης. Δύο σημεία Κ και Λ της επιφάνειας του υγρού που βρίσκονται πάνω σε ευθεία ε παράλληλη προς το ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Π_2$ εκτελούσαν ταλάντωση ίδιου πλάτους **Α** με τις δύο πηγές επί χρονικό διάστημα δύο περιόδων. Ανάμεσα στα σημεία Κ και Λ, πάνω στην ευθεία ε, παραμένουν ακίνητα:

***α)*** Κανένα σημείο.

***β)*** Δύο σημεία.

***γ)*** Τέσσερα σημεία.

***B1–1.*** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις πιο πάνω.

***Μονάδες 1***

***B1–2.*** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

***Μονάδες 5***

***B2.*** Νετρόνιο μάζας $\mathbf{m_1}$ κινείται με ταχύτητα $\mathbf{υ_1}$ και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο πυρήνα μάζας $\mathbf{m_2}$. Κατά την κρούση αυτή χάνει το **75%** της κινητικής του ενέργειας. Ο λόγος $\mathbf{m_1/m_2}$ των δύο μαζών είναι:

***α)*** $\frac{m_1}{m_2}=3$ ***β)*** $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{3}$ ***γ)*** $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{2}$

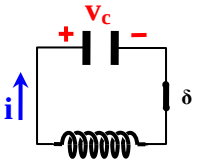
***B2–1.*** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις πιο πάνω.

***Μονάδες 1***

***Β2–2.*** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

***Μονάδες 5***

***Β3.*** Στο διπλανό ιδανικό κύκλωμα L-C ο πυκνωτής ήταν αρχικά φορτισμένος και τη στιγμή **t=0** κλείσαμε το διακόπτη με αποτέλεσμα να αρχίσει ηλεκτρική ταλάντωση που περιγράφεται από τις εξισώσεις **q=Q·συν(ωt)** και **i=−I·ημ(ωt)**. Κάποια στιγμή **t** η ένταση του ρεύματος έχει τιμή **i=−I/2**. Στο σχήμα φαίνονται η φορά του ρεύματος και η πολικότητα της τάσης $\mathbf{v_c}$ στον πυκνωτή τη στιγμή αυτή. Ο πυκνωτής τότε:




***α)*** Έχει φορτίο **q=+Q**$\sqrt{3}$**/2** και φορτίζεται.

***β)*** Έχει φορτίο **q=−Q**$\sqrt{3}$**/2** και φορτίζεται.

***γ)*** Έχει φορτίο **q=−Q**$\sqrt{3}$**/2** και εκφορτίζεται.

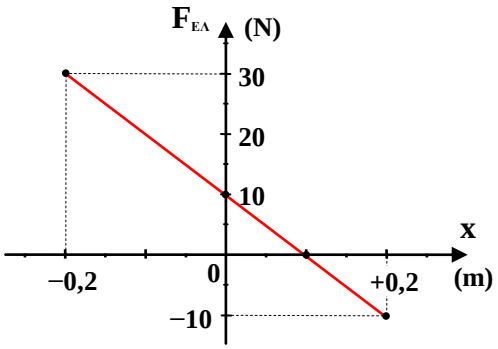
***Β3–1.*** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις πιο πάνω.

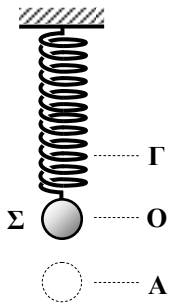
***Μονάδες 1***

***Β3–2.*** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

***Μονάδες 5***

***Β4.*** Το σώμα Σ του σχήματος ισορροπεί στη θέση Ο, δεμένο στο κάτω άκρο του ιδανικού ελατηρίου. Πιάνουμε το σώμα και το τραβάμε προς τα κάτω επιμηκύνοντας κι άλλο το ελατήριο, και τη στιγμή **t=0** το αφήνουμε ελεύθερο χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε αρχίζει να εκτελεί ΓΑΤ, ανάμεσα στις δύο ακραίες θέσεις Α και Γ. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η αλγεβρική τιμή της τάσης του ελατηρίου σε σχέση με την απομάκρυνση της ταλάντωσης. Η κίνηση του Σ περιγράφεται από την εξίσωση (μονάδες στο S.I., **g=10m/s²**):




***α)*** **x=0,2ημ(10t+3π/2)**

***β)*** **x=−0,2ημ(10t)**

***γ)*** **x=0,1ημ(20t+3π/2)**

***Β4–1.*** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση από τις πιο πάνω.

***Μονάδες 1***

***Β4–2.*** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

***Μονάδες 6***

---

## ***ΖΗΤΗΜΑ*** **Γ**

Χορδή μουσικού οργάνου έχει μήκος **L=0,9m** και είναι ακλόνητα στερεωμένη στα δύο άκρα της ώστε να διατηρείται τεντωμένη. Η ταχύτητα διάδοσης εγκαρσίου μηχανικού κύματος κατά μήκος της είναι **υ=900m/s**.

***α)*** Αν υποθέσουμε ότι το ένα από τα δύο τρέχοντα κύματα, από τη συμβολή των οποίων προκύπτει το στάσιμο, έχει στο άκρο της χορδής εξίσωση $\mathbf{y_1=A\cdot ημΦ}$, όπου **Α** το πλάτος και **Φ** η φάση του, ποια μορφή πρέπει να έχει η εξίσωση $\mathbf{y_2}$ του άλλου κύματος στο ίδιο σημείο;

***Μονάδες 5***

***β)*** Να βρείτε ποια είναι η ελάχιστη συχνότητα στάσιμου κύματος που μπορεί να δημιουργηθεί πάνω στη χορδή.

***Μονάδες 6***

***γ)*** Με αρχή μέτρησης αποστάσεων το μέσο Ο της χορδής, το ένα από τα τρέχοντα κύματα που συμβάλλουν για τη δημιουργία του στάσιμου έχει εξίσωση $\mathbf{y_1=A\cdot ημ(ωt-2πx/λ)}$ και συχνότητα **f=1500Hz**. Να γράψετε την εξίσωση του άλλου τρέχοντος κύματος, καθώς και την εξίσωση που περιγράφει το εν λόγω στάσιμο, προσδιορίζοντας και τα όρια της μεταβλητής **x**.

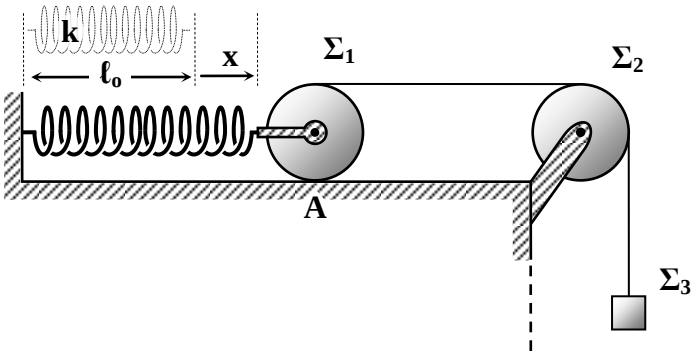
***Μονάδες 7***

***δ)*** Υπάρχουν σημεία της χορδής (εκτός των άκρων) που παραμένουν ακίνητα στο παραπάνω στάσιμο; Ποια σημεία της χορδής ταλαντώνονται σε αντίθεση φάσης με το μέσο Ο;

***Μονάδες 7***

## ***ΖΗΤΗΜΑ*** **Δ**

Ο τροχός $\Sigma_1$ στο διπλανό σχήμα είναι συμπαγές, ομογενές σώμα μάζας **M**, ακτίνας **R** και ροπής αδράνειας **I=½·M·R²** ως προς τον άξονά του.




Η τροχαλία $\Sigma_1$ είναι αβαρής και έχει ίδια ακτίνα **R**. Και τα δύο σώματα μπορούν να στρέφονται ελεύθερα χωρίς τριβές γύρω από τους άξονές τους.

Ο άξονας του τροχού $\Sigma_1$ είναι στερεωμένος με κατάλληλο αβαρή σύνδεσμο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, που το άλλο του άκρο είναι ακλόνητο, ώστε να μπορεί να κυλάει στο δάπεδο. Η τροχαλία $\Sigma_2$ είναι στερεωμένη όπως φαίνεται στο σχήμα και οι άξονες των δύο σωμάτων βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Γύρω από τον τροχό $\Sigma_1$ και μέσα σε λεπτό αυλάκι του έχουμε τυλίξει αρκετές φορές λεπτό μη εκτατό νήμα, που τυλίγεται ή ξετυλίγεται χωρίς να γλιστράει, περνάει πάνω από την τροχαλία και συγκρατεί σώμα $\Sigma_3$ μάζας **m** που είναι δεμένο στο άλλο του άκρο. Το νήμα δεν ολισθαίνει στην τροχαλία και παραμένει τεντωμένο.

Το σύστημα ισορροπεί όταν ο τροχός $\Sigma_1$ βρίσκεται στην εικονιζόμενη θέση Α. Το ελατήριο στη θέση αυτή έχει υποστεί επιμήκυνση **x.**

***α)*** Να εξηγήσετε γιατί είναι απαραίτητη η τριβή για την ισορροπία του τροχού και να υπολογίσετε για ποιες τιμές του οριακού συντελεστή στατικής τριβής με το δάπεδο είναι δυνατή αυτή η ισορροπία. Να δείξετε ακόμα ότι η επιμήκυνση του ελατηρίου στη θέση αυτή είναι $\mathbf{x = \frac{2 \cdot m \cdot g}{k} = 0{,}08m}$ .

***Μονάδες 5***

***β)*** Μετακινούμε τώρα τον τροχό κυλώντας τον προς τα αριστερά κατά **x** και τον συγκρατούμε στη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Στη συνέχεια τον αφήνουμε ελεύθερο, οπότε αρχίζει να κυλίεται προς τα δεξιά χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε την ταχύτητα **υ** με την οποία κατεβαίνει το σώμα $\Sigma_3$ τη στιγμή που ο τροχός διέρχεται από την προηγούμενη θέση Α.

***Μονάδες 6***

***γ)*** Να υπολογίσετε ακόμα την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του τροχού $\Sigma_1$ τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση Α.

***Μονάδες 7***

***δ)*** Υποθέτουμε τέλος ότι, καθώς διέρχεται από τη θέση Α ο τροχός $\Sigma_2$, το νήμα κόβεται. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του και τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής του ενέργειας αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

***Μονάδες 7***

Δίνονται: **m=0,4kg** , **M=4m=1,6kg** , **R=0,15m** , **k=100N/m** , **g=10m/s$^2$**

---

***ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !***

## ***ΣΥΝΤΟΜΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ:***

### ***ΖΗΤΗΜΑ*** **A**

**1.** → ***(β)***

**2.** → ***(δ)***

**3.** → ***(γ)***

**4.** → ***(δ)***

**5.** ***(α)*** **→ Λ,** ***(β)*** **→ Λ,** ***(γ)*** **→ Λ,** ***(δ)*** **→ Λ,** ***(ε)*** **→ Λ**

---

### ***ΖΗΤΗΜΑ*** **B**

**B1–1:** Σωστό το ***(γ)***

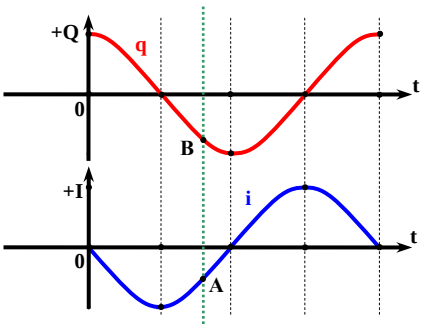
**B1–2:** Στα σημεία Κ και Λ τα κύματα από τις δύο πηγές έφτασαν με χρονική διαφορά 2Τ, άρα η διαφορά δρόμων από αυτές και για τα δύο σημεία είναι $\mathbf{r_1 – r_2 = \pm 2\lambda = \pm 4\lambda/2}$. Δηλαδή βρίσκονται πάνω στον 2$^{o}$ κροσσό ενίσχυσης δεξιά και αριστερά μετά τον κεντρικό (που συμπίπτει με τη μεσοκάθετη στο $\Pi_1\Pi_2$). Ανάμεσα στους δύο αυτούς κροσσούς παρεμβάλλονται τέσσερεις κροσσοί απόσβεσης, δύο αριστερά και δύο δεξιά από τον κεντρικό, για τους οποίους ισχύει $\mathbf{r_1 – r_2 = \pm\lambda/2}$ **και** $\mathbf{r_1 – r_2 = \pm 3\lambda/2}$. Οι κροσσοί αυτοί τέμνουν την ευθεία ε σε τέσσερα σημεία αντίστοιχα, μεταξύ των Κ, Λ.

**B2–1:** Σωστό το ***(β)***

**B2–2:** Εφόσον το νετρόνιο χάνει το 75% της κινητικής του ενέργειας, άρα του μένει το 25%, δηλαδή $\mathbf{\frac{1}{2}m_1\acute{\upsilon}_1^2 = \frac{1}{4}\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \rightarrow \acute{\upsilon}_1^2 = \frac{1}{4}\upsilon_1^2 \rightarrow \acute{\upsilon}_1 = \pm\frac{1}{2}\upsilon_1}$. Επειδή όμως η μάζα του νετρονίου είναι υποχρεωτικά μικρότερη από τη μάζα του πυρήνα (ίση δεν είναι γιατί τότε θα έχανε το 100% της κινητικής του ενέργειας), άρα το νετρόνιο μετά την κρούση κινείται με αντίθετη φορά, και έτσι $\mathbf{\acute{\upsilon}_1 = -\frac{1}{2}\upsilon_1}$. Με αντικατάσταση στη σχέση $\mathbf{\acute{\upsilon}_1 = (m_1 – m_2)\upsilon_1/(m_1+m_2)}$ παίρνουμε τελικά $\mathbf{m_1 = \frac{1}{3}\, m_2}$.

**B3–1:** Σωστό το ***(β)***

**B3–2:** Ο πυκνωτής ***φορτίζεται*** αφού, σύμφωνα με τη (συμβατική) φορά του ρεύματος που σημειώνεται στο σχήμα, μεταφέρεται θετικό φορτίο στον ήδη φορτισμένο θετικά οπλισμό του πυκνωτή. Επίσης, η αρνητική τιμή της έντασης **i** που δόθηκε (σημείο Α), σημαίνει ότι η συνάρτηση **q(t)** είναι στο σημείο αυτό (σημείο Β) ***φθίνουσα***. Το φορτίο του πυκνωτή μεταβάλλεται δηλαδή τη στιγμή αυτή από **0** σε **–Q**, άρα έχει αρνητική τιμή.




**B4–1:** Σωστό το ***(α)***

**B4–2:** Η θετική φορά έχει επιλεγεί προς τα πάνω όπως φαίνεται από το διάγραμμα, αφού η θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος ($\mathbf{F_{E\Lambda}=0}$) βρίσκεται σε θετική απομάκρυνση **+0,1m**. Η ΓΑΤ ξεκινάει από την κάτω ακραία θέση, **x= –A**, οπότε η αρχική φάση είναι $\mathbf{3\pi/2}$. Η κλίση του διαγράμματος μας δίνη τη σταθερά **k** του

ελατηρίου **k = |ΔF/Δx| = 100N/m**. Στη θέση ισορροπίας (**x=0**) ισχύει $\mathbf{F_{ΕΛ}= mg =10N}$, άρα **m=1kg**. Το πλάτος ταλάντωσης είναι **A=0,2m** και $\boldsymbol{\omega = (k/m)^{½} = 10r/s}$. Και τελικά **x=0,2ημ(ωt+3π/2)**.

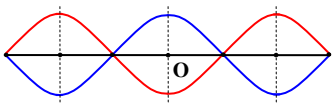
---

## *ΖΗΤΗΜΑ* Γ

***α)*** Εφόσον το κάθε άκρο της χορδής είναι στερεωμένο, θα δημιουργείται εκεί δεσμός από τη συμβολή των δύο τρεχόντων κυμάτων. Γι' αυτό θα πρέπει να βρίσκονται σε αντίθεση φάσης. Η εξίσωση του άλλου κύματος είναι επομένως $\mathbf{y_2=A\cdot ημ(Φ+π)}$.

***β)*** Από τη σχέση **υ = λ·f** προκύπτει ότι το στάσιμο με την ελάχιστη συχνότητα είναι αυτό που έχει το μεγαλύτερο δυνατό μήκος κύματος. Αφού και τα δύο άκρα της χορδής είναι υποχρεωτικά δεσμοί, θα ισχύει γενικά **L=N·λ/2** και το μέγιστο μήκος κύματος το έχουμε για N=1: $\mathbf{L=N\cdot λ/2 \rightarrow L= λ_{max}/2 \rightarrow λ_{max} = 2L= 1,8m}$. Οπότε:

$\mathbf{υ = λ\cdot f \rightarrow f_{min} = υ / λ_{max} \rightarrow f_{min} = 500Hz}$.



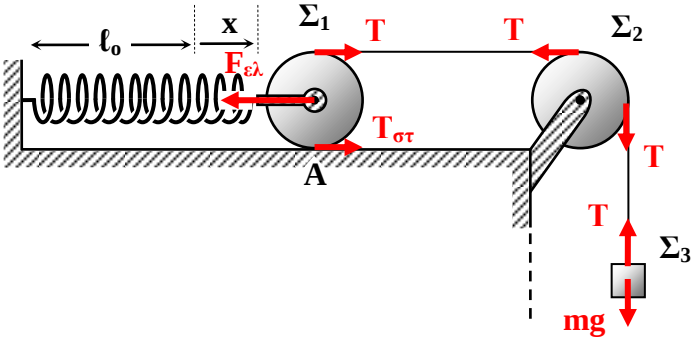

***γ)*** Το μήκος κύματος που προκύπτει για συχνότητα **f=1500Hz** είναι: **λ= υ/f = 0,6m**. Για την τιμή αυτή του **λ**, από τη σχέση **L=N·λ/2** προκύπτει **N=3**. Δηλαδή το παραγόμενο στάσιμο αποτελείται από 3 ατράκτους και στο μέσο της χορδής σχηματίζεται κοιλία. Τα δύο τρέχοντα είναι επομένως σε φάση στο Ο, οπότε $\mathbf{y_2=A\cdot ημ(ωt+2πx/λ)}$. Από τη συμβολή των κυμάτων αυτών προκύπτει το στάσιμο με τη γνωστή μορφή $\mathbf{y=y_1+y_2 \rightarrow}$

**y=2A·συν(2πx/λ)·ημ(ωt)** και με αντικατάσταση: **y=2A·συν(10πx/3)·ημ(3000πt)** (S.I.) με **−0,9m ≤ x ≤ +0,9m**.

***δ)*** Όπως φαίνεται και στο σχήμα, υπάρχουν άλλοι δύο δεσμοί πάνω στη χορδή (πλην των άκρων), στις θέσεις **x=±0,3m**, όπως μπορεί εύκολα να προκύψει και από τη συνθήκη **συν(10πx/3) = 0**. Για τις περιοχές **−0,9m<x<−0,3m** και **+0,3m<x<+0,9m** ισχύει **συν(10πx/3)<0**, ενώ για την περιοχή **−0,3m<x<+0,3m** όπου βρίσκεται και το σημείο Ο, ισχύει **συν(10πx/3)>0**. Έτσι, τα σημεία που ανήκουν στις δύο πρώτες περιοχές ταλαντώνονται σε αντίθεση φάσης με το Ο.

---

## *ΖΗΤΗΜΑ* Δ




***α)*** Το τεντωμένο νήμα ασκεί ροπή **TR** ως προς τον άξονα του τροχού $Σ_1$, που τείνει να τον στρέψει κατά τη φορά του ρολογιού, με αποτέλεσμα να μην ισορροπεί αν δεν υπάρχει τριβή ώστε να ασκεί αντίθετη ροπή.

Ισορροπία $Σ_3$: $\mathbf{ΣF_y = 0 \rightarrow T= mg}$

Ισορροπία $Σ_1$: $\mathbf{Στ = 0 \rightarrow TR = T_{στ}R \rightarrow T_{στ} = T = mg}$

Αλλά $\mathbf{T_{στ} \leq μN \rightarrow T_{στ} \leq μMg}$ και τελικά:

$\mathbf{mg \leq μMg \rightarrow μ \geq m/M \rightarrow \boxed{μ \geq 0,25}}$

Επίσης: $\mathbf{ΣF_x = 0 \rightarrow F_{ελ} = T + T_{στ} = 2mg \rightarrow kx = 2mg \rightarrow \boxed{x = 2mg/k = 0,08m}}$

***β)*** Καθώς μετατοπίζουμε τον τροχό $Σ_1$ κατά **x**, το σώμα $Σ_3$ ανέρχεται κατά **2x** και αποκτά σε σχέση με την προηγούμενη θέση του δυναμική ενέργεια **U=mg2x**. Επειδή

δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας η δυναμική αυτή ενέργεια μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια σωμάτων και δυναμική ενέργεια ελατηρίου:

$\mathbf{E_{αρχ} = E_{τελ} \rightarrow mg2x = ½mυ^2 + ½Mυ_1^2 + ½I(υ_1/R)^2 + ½kx^2}$

Θέτοντας: $\mathbf{υ_1=υ/2}$, $\mathbf{I=½MR^2}$, $\mathbf{M=4m}$, $\mathbf{x=2mg/k}$ παίρνουμε $\boxed{\mathbf{υ=\sqrt{\frac{8mg^2}{5k}}=0{,}8m/s}}$

***γ)*** Αν ονομάσουμε **α** την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του τροχού $Σ_1$, τότε η γωνιακή του επιτάχυνση είναι $\mathbf{α_{γων}=α/R}$ και το σώμα $Σ_3$ κατέρχεται με επιτάχυνση **2α**. Από το νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

Σώμα $Σ_3$: $\mathbf{ΣF_y = m2α \rightarrow mg−T= 2mα}$

Σώμα $Σ_1$: $\mathbf{Στ = I·α_{γων} \rightarrow TR−T_{στ}R = ½MR^2·α/R \rightarrow T−T_{στ}=½4mα \rightarrow T−T_{στ}=2mα}$

Επίσης: $\mathbf{ΣF_x = Mα \rightarrow T+T_{στ}−F_{ελ}=4mα \rightarrow T+T_{στ}−kx=4mα}$

Από την επίλυση του συστήματος προκύπτουν:

$$\boxed{\mathbf{α = 0}} \quad \text{και} \quad \boxed{\mathbf{T = T_{στ} = 4N}}$$

***δ)*** Αν τώρα κοπεί το νήμα στη θέση αυτή, ο τροχός, κινούμενος προς τα δεξιά με ταχύτητα $\mathbf{υ_1 = υ/2 = 0{,}4m/s}$, αρχίζει να ***επιβραδύνεται*** τώρα μεταφορικά και στροφικά. Αν είναι **ά** η επιβράδυνση του κέντρου μάζας του τη στιγμή αυτή, τότε ισχύει:

$\mathbf{Στ = I·ά_{γων} \rightarrow T_{στ}R = ½MR^2·ά/R \rightarrow T_{στ}=½Mά}$

Επίσης: $\mathbf{ΣF_x = Mά \rightarrow F_{ελ}−T_{στ}=Mά \rightarrow kx−T_{στ}=Mά}$

Με επίλυση: $\boxed{\mathbf{ά = 10/3\ m/s^2 = 3{,}33\ m/s^2}}$ και $\boxed{\mathbf{T_{στ} = 8/3\ N = 2{,}67\ N}}$

Οπότε:

$$\boxed{\mathbf{\frac{dL}{dt} = −T_{στ}·R = −0{,}4\ kg·m^2/s^2}} \quad \text{και} \quad \boxed{\mathbf{\frac{dK}{dt} = − F_{ΕΛ}·υ_1 = − kx·υ_1 = −3{,}2J/s}}$$

---

***Διονύσης Μητρόπουλος***