ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ 2016
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
(ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1 – δ
Α2 – β
Α3 – γ
Α4 – δ
Α5 α – Σ, β – Σ, γ – Λ, δ – Λ, ε – Σ.

ΘΕΜΑ Β

Β1.α. Σωστό το ii.

β. Οι ταλαντώσεις έχουν την ίδια κυκλική συχνότητα ω, άρα και την ίδια σταθερή επαναφοράς $D = m \cdot \omega^2$.

Επειδή η διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων είναι $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}\,\text{rad}$, για το πλάτος Α΄ της συνισταμένης ταλάντωσης έχουμε:

$$A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\overset{0}{\cancel{\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A'^2 = A_1^2 + A_2^2 \quad (1)$$

Ενέργεια $1^{\eta\varsigma}$ ταλάντωσης: $E_1 = \frac{1}{2}DA_1^2 \quad (2)$

Ενέργεια $2^{\eta\varsigma}$ ταλάντωσης: $E_2 = \frac{1}{2}DA_2^2 \quad (3)$

Ενέργεια συνισταμένης ταλάντωσης: $E = \frac{1}{2}DA'^2 \overset{(1)}{\Rightarrow} E = \frac{1}{2}D\left(A_1^2 + A_2^2\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2}DA_1^2 + \frac{1}{2}DA_2^2 \underset{(3)}{\overset{(2)}{\Rightarrow}} \mathbf{E = E_1 + E_2}.$$

Β2.α. Σωστό το ii.

β. Επειδή η αρχή του άξονα Ο(x = 0) έχει εξίσωση y = Αημωt και το κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά του Οx η φάση του κύματος περιγράφεται από τη σχέση:

$$\varphi = \frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x \quad (1)$$

Από το διάγραμμα της φάσης των σημείων του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με την απόσταση x που δόθηκε για τη χρονική στιγμή t = 2 s, έχουμε :

Για x = 0 είναι φ = 10π rad $\overset{(1)}{\Rightarrow} 10\cancel{\pi} = \frac{2\cancel{\pi}}{T} \cdot 2 \Rightarrow 10 = \frac{4}{T} \Rightarrow T = 0{,}4\,s$.

Για x = 5 m είναι φ = 5π rad $\overset{(1)}{\Rightarrow} 5\cancel{\pi} = \frac{2\cancel{\pi}}{0{,}4} \cdot 2 - \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda} \cdot 5 \Rightarrow 5 = 10 - \frac{10}{\lambda} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \lambda = 2\,m.$$

Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε:

$$\upsilon = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \upsilon = \frac{2}{0{,}4} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon = 5\,m/s}.$$

Β3.α. Σωστό το i.

β. Η απόσταση της οπής από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού είναι:

$$d = h - y = h - \frac{h}{2} \Rightarrow d = \frac{h}{2} \quad (1)$$

Σύμφωνα με το θεώρημα του Torricelli η οριζόντια ταχύτητα εκροής του υγρού είναι:

$$\upsilon = \sqrt{2gd} \overset{(1)}{\Rightarrow} \upsilon = \sqrt{2g\frac{h}{2}} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{gh} \quad (2)$$

Η κατακόρυφη κίνηση της φλέβας είναι ελεύθερη πτώση, οπότε ο χρόνος της κίνησης είναι:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \frac{h}{\cancel{2}} = \frac{1}{\cancel{2}}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{h}{g}} \quad (3)$$

Η οριζόντια κίνηση της φλέβας είναι ευθύγραμμη ομαλή, οπότε η οριζόντια απόσταση x είναι:

$$x = \upsilon \cdot t \underset{(3)}{\overset{(2)}{\Rightarrow}} x = \sqrt{gh} \cdot \sqrt{\frac{h}{g}} \Rightarrow x = \sqrt{\cancel{g}h \cdot \frac{h}{\cancel{g}}} \Rightarrow \mathbf{x = h}.$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το σύστημα ελατήριο – σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $D = k = 100$ N/m. Από την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην ταλάντωση έχουμε:

$$K_1 + U_1 = E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cdot m_1\cdot \upsilon_1^2 + \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cdot D\cdot x_1^2 = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cdot D\cdot A^2 \Rightarrow \quad m_1\cdot \upsilon_1^2 + D\cdot\left(\frac{A\sqrt{3}}{2}\right)^2 = D\cdot A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1\cdot \upsilon_1^2 + D\cdot\frac{3A^2}{4} = D\cdot A^2 \Rightarrow \quad m_1\cdot \upsilon_1^2 = D\cdot A^2 - \frac{3\cdot D\cdot A^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1\cdot \upsilon_1^2 = \frac{D\cdot A^2}{4} \Rightarrow \quad \upsilon_1^2 = \frac{100\cdot 0{,}4^2}{4} \Rightarrow \quad \upsilon_1^2 = 4 \Rightarrow \quad \upsilon_1 = \pm 2\ \text{m/s}.$$

Επειδή το σώμα κινείται προς τη θετική φορά, δεκτή λύση είναι η

$$\boldsymbol{\upsilon_1 = 2\ \text{m/s}}.$$

Από την διατήρηση της ορμής του συστήματος κατά πλαστική κρούση στη διεύθυνση του οριζόντιου άξονα έχουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow$$

$$m_1\cdot\upsilon_1 - m_1\cdot\upsilon_{2x} = (m_1 + m_2)\cdot V_k \Rightarrow$$

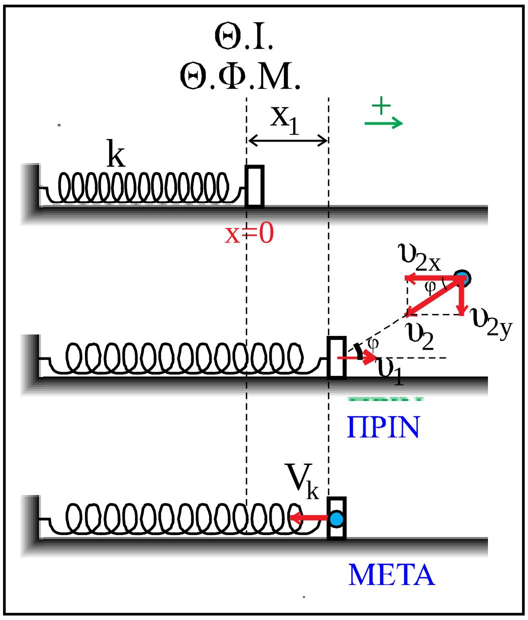
$$\Rightarrow m_1\cdot\upsilon_1 - m_1\cdot\upsilon_2\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi = (m_1 + m_2)\cdot V_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1\cdot 2 - \cancel{3}\cdot 8\cdot\frac{1}{\cancel{3}} = (1+3)\cdot V_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 - 8 = 4\cdot V_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6 = 4\cdot V_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V_k = -\frac{3}{2}\ \text{m/s}}.$$



Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι το συσσωμάτωμα κινείται προς την αρνητική φορά, δηλαδή προς την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Γ2. Το σύστημα ελατήριο – συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $D = k = 100$ N/m. Η προσθήκη της μάζας m_2 στην m_1 δεν μεταβάλλει την θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, επειδή το ελατήριο είναι οριζόντιο. Έτσι η ταλάντωση του συσσωματώματος ξεκινάει από την θέση με απομάκρυνση και πάλι την $x_1 = \frac{A\sqrt{3}}{2} = \frac{0{,}4\sqrt{3}}{2} = 0{,}2\sqrt{3}\ \text{m}$.

Από την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στη νέα ταλάντωση έχουμε:

$$K'_1 + U'_1 = E' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cdot(m_1+m_2)\cdot V_k^2 + \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cdot D\cdot x_1^2 = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\cdot D\cdot A'^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 100\cdot\left(0{,}2\cdot\sqrt{3}\right)^2 = 100\cdot A'^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cancel{4}\cdot\frac{9}{\cancel{4}} + 100\cdot 0{,}04\cdot 3 = 100\cdot A'^2 \Rightarrow 9+12 = 100\cdot A'^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A'^2 = \frac{21}{100} \Rightarrow \mathbf{A' = \frac{\sqrt{21}}{10}\,m} \Rightarrow \mathbf{A'} = 0{,}1\sqrt{21}\ \mathbf{m}$$

Γ3. Η ενέργεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι:

$$E' = \frac{1}{2}\cdot D\cdot A'^2 \Rightarrow E' = \frac{1}{2}\cdot 100\cdot\left(\frac{\sqrt{21}}{10}\right)^2 \Rightarrow E' = 10{,}5\,J\,.$$

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας της ταλάντωσης έχουμε:

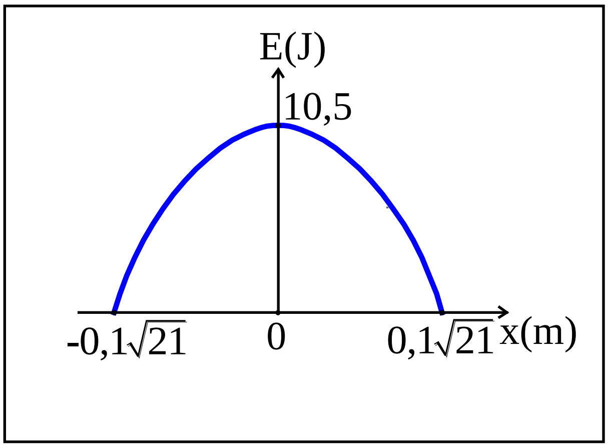
$$K + U = E' \Rightarrow \quad K = -U + E' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K = -\frac{1}{2}\cdot D\cdot x^2 + E' \Rightarrow K = -\frac{1}{2}\cdot 100\cdot x^2 + 10{,}5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{K = -50x^2 + 10{,}5\ (1)\ \ (S.I.)}$$

$$\text{με } -A' \le x \le A \Rightarrow -0{,}1\sqrt{21}\,m \le x \le 0{,}1\sqrt{21}\,m$$

Η γραφική παράσταση της (1) φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Γ4. Για την κινητική ενέργεια του συστήματος έχουμε:

Πριν την κρούση: $K_{πριν} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot υ_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot υ_2^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow K_{πριν} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{πριν} = 2 + 96 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{πριν} = 98\,J.$$

Μετά την κρούση: $K_{μετά} = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot V_k^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow K_{μετά} = \frac{1}{2} \cdot (1+3) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{μετά} = \frac{1}{2} \cdot \cancel{4} \cdot \frac{9}{\cancel{4}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_{μετά} = \frac{9}{2}\,J.$$

Απώλεια κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμότητα Q:

$$Q = |\Delta K| = K_{πριν} - K_{μετά} = 98 - \frac{9}{2} \Rightarrow Q = |\Delta K| = \frac{187}{2}\,J.$$

Έτσι το ποσοστό επί τοις εκατό της κινητικής ενέργειας του συστήματος που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

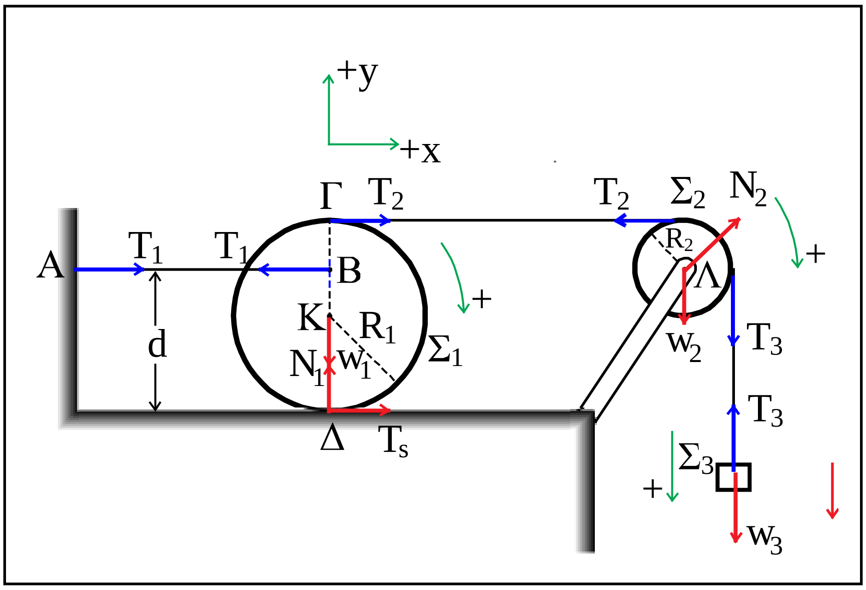
$$Q\% = \frac{|\Delta K|}{K_{πριν}} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q\% = \frac{\frac{187}{2}}{98} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{Q\%} = \frac{\mathbf{18700}}{\mathbf{196}}\mathbf{\%} = \frac{\mathbf{4675}}{\mathbf{49}}\mathbf{\%} \cong \mathbf{95{,}41\%}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Επειδή το σώμα Σ_3 ισορροπεί ισχύει:

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_3 - w_3 = 0 \Rightarrow T_3 = M_3 \cdot g \Rightarrow T_3 = 10\,\text{N}$.

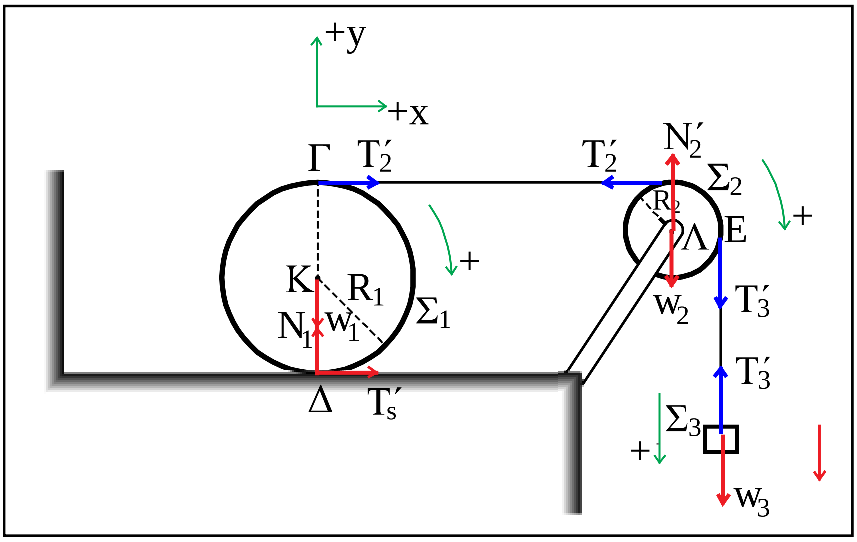
Επειδή η τροχαλία Σ_2 δεν στρέφεται ισχύει: $\Sigma\tau_{(\Lambda)} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_3 \cdot R_2 - T_2 \cdot R_2 = 0 \Rightarrow T_2 = T_3 = 10\,\text{N}.$$

Επειδή ο δίσκος Σ_1 δεν στρέφεται ισχύει: $\Sigma\tau_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_2 \cdot (\Gamma\Delta) - T_1 \cdot d = 0 \Rightarrow T_2 \cdot 2 \cdot \cancel{R_1} = T_1 \cdot \frac{3}{2} \cdot \cancel{R_1} \Rightarrow \mathbf{T_1 = \frac{40}{3}\,N}.$$

Δ2.



Μετά την κοπή του νήματος (1) το σώμα Σ_3 αρχίζει να κατεβαίνει με ταχύτητα υ_{cm_3} και επιτάχυνση α_{cm_3}. Επειδή το νήμα είναι μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στην τροχαλία ισχύει:

$$\upsilon_{cm_3} = \upsilon_{\gamma\rho_{(\tau\rho o\chi)}} = \omega_2 \cdot R_2 \quad (1) \qquad \text{και} \qquad \alpha_{cm_3} = \alpha_{\gamma\rho_{(\tau\rho o\chi)}} = \alpha_{\gamma\omega\nu_2} \cdot R_2 \quad (2)$$

Επειδή ο δίσκος Σ_1 κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, για της ταχύτητά του υ_{cm_1} και την επιτάχυνσή του α_{cm_1} ισχύει:

$$\upsilon_{cm_1} = \upsilon_{\gamma\rho_{(\delta\iota\sigma\kappa)}} = \omega_1 \cdot R_1 \quad (3) \qquad \text{και} \qquad \alpha_{cm_1} = \alpha_{\gamma\rho_{(\delta\iota\sigma\kappa)}} = \alpha_{\gamma\omega\nu_1} \cdot R_1 \quad (4)$$

Τέλος, επειδή το νήμα είναι μη εκτατό, για τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις ισχύουν:

$\upsilon_{cm_3} = \upsilon_E = \upsilon_\Gamma = 2\upsilon_{cm_1}$ (5) και $\alpha_{cm_3} = \alpha_E = \alpha_\Gamma = 2\alpha_{cm_1}$ (6)

Για την μεταφορική κίνηση του σώματος Σ_3 έχουμε:

$\Sigma F_y = M_3 \cdot \alpha_{cm_3} \Rightarrow w_3 - T_3' = M_3 \cdot \alpha_{cm_3} \Rightarrow M_3 \cdot g - T_3' = M_3 \cdot \alpha_{cm_3} \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 \cdot 10 - T_3' = 1 \cdot \alpha_{cm_3} \Rightarrow T_3' = 10 - \alpha_{cm_3}$ (7)

Για την στροφική κίνηση της τροχαλίας Σ_2 έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(\Lambda)} = I_2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_3' \cdot \cancel{R_2} - T_2' \cdot \cancel{R_2} = \frac{1}{2} \cdot M_2 \cdot R_2^{\cancel{2}} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_3' - T_2' = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot R_2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_2} \overset{(2)}{\Rightarrow} T_3' - T_2' = \alpha_{cm_3} \quad (8)$$

Για την μεταφορική κίνηση του δίσκου Σ_1 έχουμε:

$\Sigma F_x = M_1 \cdot \alpha_{cm_1} \Rightarrow T_2' + T_s' = M_1 \cdot \alpha_{cm_1} \Rightarrow T_2' + T_s' = 8 \cdot \alpha_{cm_1}$ (9)

Για την στροφική κίνηση του δίσκου Σ_1 έχουμε:

$\Sigma\tau_{(K)} = I_1 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_1} \Rightarrow T_2' \cdot \cancel{R_1} - T_s' \cdot \cancel{R_1} = \frac{1}{2} \cdot M_1 \cdot R_1^{\cancel{2}} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_1} \Rightarrow$

$T_2' - T_s' = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot R_1 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu_1} \overset{(4)}{\Rightarrow} T_2' - T_s' = 4 \cdot \alpha_{cm_1}$ (10)

Με πρόσθεση κατά μέλη των (9) και (10) έχουμε:

$\Rightarrow 2T_2' = 12 \cdot \alpha_{cm_1} \Rightarrow T_2' = 6 \cdot \alpha_{cm_1}$ (11)

Η (8) λόγω της (7) και της (11) γίνεται:

$10 - \alpha_{cm_3} - 6\alpha_{cm_1} = \alpha_{cm_3} \Rightarrow 10 - 6\alpha_{cm_1} = 2\alpha_{cm_3} \overset{(6)}{\Rightarrow} 10 - 6\alpha_{cm_1} = 2 \cdot 2 \cdot \alpha_{cm_1} \Rightarrow$

$\Rightarrow 10 = 10\alpha_{cm_1} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_{cm_1} = 1\,m/s^2}$

Και από την (6) προκύπτει ότι $\boldsymbol{\alpha_{cm_3} = 2\,m/s^2}$

Δ3. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_3 είναι:

$\upsilon_{cm_3} = \alpha_{cm_3} \cdot t_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon_{cm_3} = 2 \cdot 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \upsilon_{cm_3} = 2\,m/s$.

Από την (1) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητα της τροχαλίας την ίδια στιγμή είναι:

$$(1) \Rightarrow \omega_2 = \frac{\upsilon_{cm_3}}{R_2} = \frac{2}{0{,}1} \Rightarrow \omega_2 = 20\,\text{rad/s}$$

Έτσι το μέτρο της στροφορμής της είναι:

$$L_2 = I_2 \cdot \omega_2 \Rightarrow L_2 = \frac{1}{2} \cdot M_2 \cdot R_2^2 \cdot \omega_2 \Rightarrow L_2 = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot (0{,}1)^2 \cdot 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{L_2 = 0{,}2\ Kgm^2/s}.$$

Δ4. Το Σώμα $Σ_3$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 1$ s έχει κατέβει κατακόρυφα κατά

$$h = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm_3} \cdot t_1^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^1 \Rightarrow h = 1\,\text{m}.$$

Έτσι η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος $Σ_3$ είναι:

$$\Delta U = -W_{w_3} \Rightarrow \Delta U = -M_3 \cdot g \cdot h \Rightarrow \Delta U = -1 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{\Delta U = -10\ J}.$$