



**Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
ΦΥΣΙΚΗ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** δ
- A2.** γ
- A3.** β
- A4.** γ
- A5.** α - Λ
β - Σ
γ - Σ
δ - Σ
ε - Λ

ΘΕΜΑ Β

- B1.** I. Σωστή απάντηση: β

Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στον δίσκο και στο παιδί είναι τα βάρη τους, που έχουν κατακόρυφη διεύθυνση, δηλαδή παράλληλη διεύθυνση με τον άξονα περιστροφής του συστήματος. Επομένως η συνισταμένη των ροπών των εξωτερικών δυνάμεων θα είναι μηδέν και ως εκ τούτου, λόγω της αρχής διατήρησης της στροφορμής, η στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

- II.** Σωστή απάντηση: α

Καθώς το παιδί κινείται προς το κέντρο του δίσκου, η ροπή αδράνειάς του θα μειώνεται, με αποτέλεσμα να μειώνεται η ροπή αδράνειας του συστήματος. Λόγω όμως του ότι ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής, θα αυξηθεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος, άρα και του δίσκου. Έτσι, επειδή η ροπή αδράνειας του δίσκου παραμένει σταθερή, η στροφορμή του θα αυξηθεί.

B2. σωστή απάντηση: γ

Η συχνότητα που λαμβάνει ο δέκτης πριν την κρούση των δύο σωμάτων είναι ίση με :

$$f_1 = \frac{v_{\eta\chi}}{v_{\eta\chi} - v} f_s \quad \text{ή} \quad f_1 = \frac{v_{\eta\chi}}{\frac{v_{\eta\chi}}{10}} f_s \quad \text{ή} \quad f_1 = \frac{v_{\eta\chi}}{\frac{9}{10} \cdot v_{\eta\chi}} f_s \quad \text{ή} \quad \boxed{f_1 = \frac{10}{9} f_s}$$

Εφόσον τα δύο μικρά σώματα είναι όμοια, οι μάζες τους θα είναι ίσες. Επομένως μετά την ελαστική μετωπική κρούση τα δύο σώματα θα ανταλλάξουν ταχύτητες. Έτσι ο πομπός πλέον θα είναι ακίνητος και ο δέκτης θα απομακρύνεται απ' αυτόν.

Με βάση τα παραπάνω, η συχνότητα που θα λαμβάνει ο δέκτης μετά την κρούση των δύο σωμάτων θα είναι ίση με:

$$f_2 = \frac{v_{\eta\chi} - v}{v_{\eta\chi}} f_s \quad \text{ή} \quad f_2 = \frac{v_{\eta\chi} - \frac{10}{9} f_s}{v_{\eta\chi}} f_s \quad \text{ή} \quad f_2 = \frac{9}{10} f_s \quad \text{ή} \quad \boxed{f_2 = \frac{9}{10} f_s}$$

Άρα ο ζητούμενος λόγος των συχνοτήτων είναι ίσος με :

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{10}{9} f_s}{\frac{9}{10} f_s} \quad \text{ή} \quad \boxed{\frac{f_1}{f_2} = \frac{100}{81}}$$

B3. σωστή απάντηση: β

Για να συμβάλλουν τα δύο κύματα ενισχυτικά στο σημείο Σ θα πρέπει να ισχύει: $|r_1 - r_2| = N \cdot \lambda_1$, όπου $N = 0, 1, 2, \dots$

Αν v_δ η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο υγρό και f_1 η συχνότητα ταλάντωσης των πηγών, ισχύει ότι:

$$|r_1 - r_2| = N \frac{v_\delta}{f_1} \quad \text{ή} \quad f_1 = \frac{N \cdot v_\delta}{|r_1 - r_2|}, \text{ όπου } N = 0, 1, 2, \dots$$

Από τις παραπάνω διακριτές τιμές συχνοτήτων για τις οποίες έχουμε ενισχυτική συμβολή στο σημείο Σ , η μικρότερη δυνατή τιμή διάφορη του μηδενός προκύπτει για $N = 1$ και είναι ίση με:

$$\boxed{f_{1,\min} = \frac{v_\delta}{|r_1 - r_2|}}$$

Για να συμβάλλουν τα δύο κύματα αποσβεστικά στο σημείο Σ θα πρέπει να ισχύει:

$$|r_1 - r_2| = (2N + 1) \frac{\lambda_2}{2}, \text{ όπου } N = 0, 1, 2, \dots$$

Με δεδομένο ότι η ταχύτητα διάδοσης v_δ των κυμάτων είναι ίδια με αυτή της ενίσχυσης (διότι εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης) και αν

f_2 η συχνότητα ταλάντωσης των πηγών στην περίπτωση που τα κύματα συμβάλλουν αποσβεστικά στο σημείο Σ , θα ισχύει:

$$|r_1 - r_2| = (2N+1) \frac{v_\delta}{2f_2} \quad \text{ή} \quad f_2 = \frac{(2N+1)v_\delta}{2|r_1 - r_2|} \quad \text{όπου } N = 0, 1, 2, \dots$$

Από τις παραπάνω διακριτές τιμές συχνοτήτων για τις οποίες έχουμε αποσβεστική συμβολή στο σημείο Σ , η μικρότερη δυνατή τιμή διάφορη του μηδενός προκύπτει για $N=0$ και είναι ίση με:
$$f_{2,\min} = \frac{v_\delta}{2|r_1 - r_2|}$$

$$\text{Άρα: } \frac{f_{1,\min}}{f_{2,\min}} = \frac{\frac{v_\delta}{|r_1 - r_2|}}{\frac{v_\delta}{2|r_1 - r_2|}} \quad \text{ή} \quad \frac{f_{1,\min}}{f_{2,\min}} = 2$$

ΘΕΜΑ Γ

- Γ1.** Αρχικά, η ένταση του ρεύματος είναι: $I = \frac{E}{R} = \frac{10}{10} \text{ A} = 1 \text{ A}$.

Για την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου θα ισχύει:

$$U_B = \frac{1}{2} LI^2 \quad \text{ή} \quad [U_B = 0,1 \text{ J}]$$

- Γ2.** Το ζητούμενο χρονικό διάστημα, που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος, είναι ίσο με μισή περίοδο. Επομένως θα ισχύει:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{2} = \pi\sqrt{LC} \quad \text{ή} \quad [\Delta t = \pi \cdot 10^{-3} \text{ s}]$$

- Γ3.** $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ή $[\omega = 10^3 \text{ rad/s}]$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος και το ρεύμα στο πηνίο $+I$. Επομένως θα έχουμε αρχική φάση.

Για την εξίσωση του ρεύματος στο κύκλωμα θα ισχύει:

$$\left. \begin{array}{l} i = -I\eta\mu(\omega t + \phi_0) \\ \text{για } t_0 = 0, i = +I \end{array} \right\} \Rightarrow +I = -I\eta\mu\phi_0 \Rightarrow \eta\mu\phi_0 = -1 \Rightarrow \boxed{\phi_0 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}}$$

Άρα για τις εξισώσεις των i και q θα ισχύει:

$$i = -I\eta\mu(\omega t + \frac{3\pi}{2}) \quad \text{ή} \quad [i = I\sin\omega t]$$

$$q = Q\sin(\omega t + \frac{3\pi}{2}) \quad \text{ή} \quad [q = Q\eta\mu\omega t]$$

Επομένως για την εξίσωση της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο θα ισχύει:

$$U_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2C} Q^2 \eta \mu^2 \omega t \quad \text{ή} \quad U_E = \frac{1}{2C} \left(\frac{I}{\omega} \right)^2 \eta \mu^2 \omega t \quad \text{ή}$$

$$U_E = \frac{1}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} \left(\frac{1}{10^3} \right)^2 \eta \mu^2 10^3 t \quad \text{ή} \quad [U_E = 0,1 \eta \mu^2 10^3 t] \text{ (SI)}$$

Εναλλακτικά, η εξίσωση της ενέργειας του πυκνωτή μπορεί να γραφτεί:

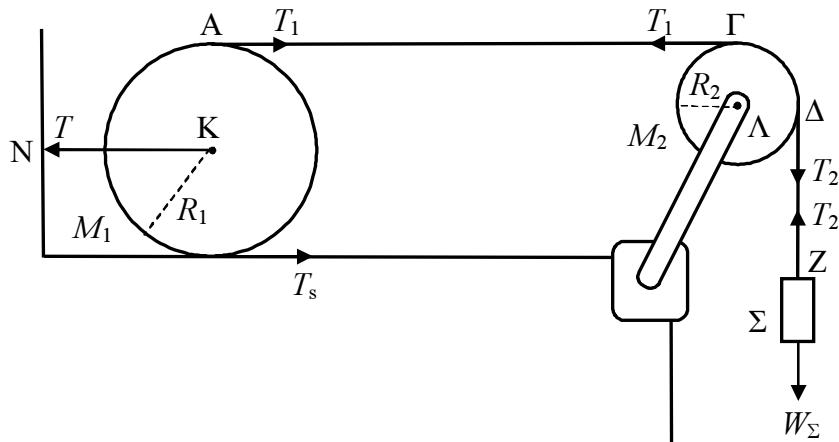
$$U_E = 0,1 \sigma v^2 \left(10^3 t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ (SI)}$$

Γ4. Αν Ε είναι η ολική ενέργεια του κυκλώματος, τότε για το ζητούμενο πηλίκο θα

$$\text{ισχύει: } \frac{U_E}{U_B} = \frac{E - U_B}{U_B} = \frac{E}{U_B} - 1 = \frac{\frac{1}{2} L I^2}{\frac{1}{2} L i^2} - 1 = \left(\frac{I}{i} \right)^2 - 1 = \left(\frac{I}{\frac{I}{2}} \right)^2 - 1 = 2^2 - 1 = 3$$

$$\text{Επομένως: } \boxed{\frac{U_E}{U_B} = 3}$$

ΘΕΜΑ Δ

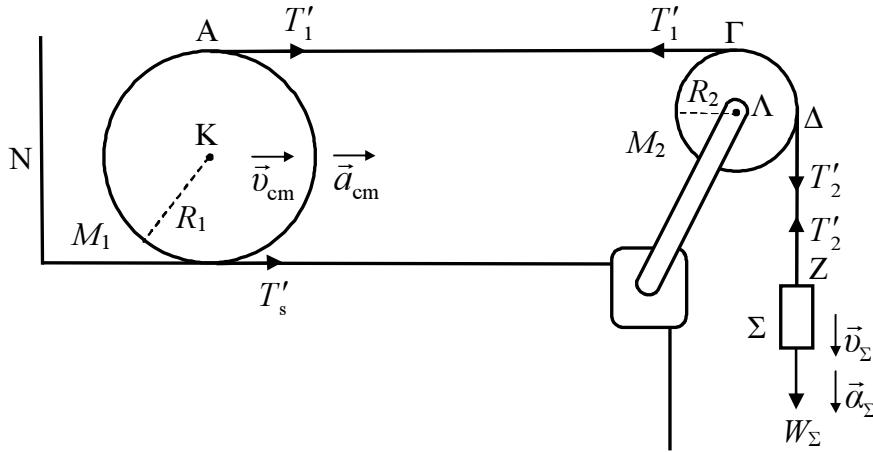


Δ1. Το σώμα Σ ισορροπεί: $\Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad T_2 = mg \quad \text{ή} \quad [T_2 = 30 \text{ N}]$

Η τροχαλία ισορροπεί: $\Sigma \tau_{(\Delta)} = 0 \quad \text{ή} \quad T_1 R_2 = T_2 R_2 \quad \text{ή} \quad [T_1 = 30 \text{ N}]$

Ο κύλινδρος ισορροπεί: $\Sigma \tau_{(K)} = 0 \quad \text{ή} \quad T_1 R_1 = T_s R_1 \quad \text{ή} \quad [T_s = 30 \text{ N}]$

$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{ή} \quad T = T_s + T_1 \quad \text{ή} \quad \boxed{T = 60 \text{ N}}$$



- Δ2.** Κατά την κύλιση χωρίς ολίσθηση του κυλίνδρου, η ταχύτητα του σημείου A υπολογίζεται ως η συνισταμένη της ταχύτητας $v_{cm} = \omega R_1$ λόγω μεταφορικής κίνησης και της $v = \omega R_1$ λόγω της περιστροφικής κίνησης (αρχής της επαλληλίας).

Επομένως για την ταχύτητα του σημείου A ισχύει ότι:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{cm} + \vec{v} \quad \text{ή} \quad v_A = 2v_{cm}$$

Όμως ισχύει: $\underline{v_\Sigma = v_A}$ (v_Σ η ταχύτητα του σώματος Σ), διότι νήμα δεν είναι εκτατό.

Επομένως θα είναι: $v_\Sigma = 2v_{cm}$ από την οποία προκύπτει:

$$\frac{dv_\Sigma}{dt} = \frac{d(2v_{cm})}{dt} = \frac{2dv_{cm}}{dt} \quad \text{ή} \quad \alpha_\Sigma = 2\alpha_{cm} \quad \text{ή} \quad \boxed{\alpha_{cm} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Για την κύλιση χωρίς ολίσθηση του κυλίνδρου ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_\gamma R_1$

Για την μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\Sigma F = M_1 \alpha_{cm} \quad \text{ή} \quad \boxed{T'_1 + T'_s = M_1 \alpha_{cm}} \quad (1)$$

Για την περιστροφική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\begin{aligned} \Sigma \tau_{(K)} &= I_{cm, \text{κυλ.}} \alpha_\gamma \quad \text{ή} \quad T'_1 R_1 - T'_s R_1 = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 \alpha_\gamma \quad \text{ή} \\ T'_1 - T'_s &= \frac{1}{2} M_1 R_1 \alpha_\gamma \quad \text{ή} \quad \boxed{T'_1 - T'_s = \frac{1}{2} M_1 \alpha_{cm}} \end{aligned} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\boxed{T'_1 = 12 \text{ N}}$ και $\boxed{T'_s = 4 \text{ N}}$.

- Δ3.** Το σώμα Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Για την χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το σώμα θα έχει κατέλθει κατά $h = 8 \text{ m}$ θα ισχύουν:

$$h = \frac{1}{2} \alpha_{\Sigma} t_1^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{t_1 = 2 \text{ s}} \quad \text{και} \quad v_{\Sigma} = \alpha_{\Sigma} t_1 \quad \text{ή} \quad \boxed{v_{\Sigma} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}.$$

Την χρονική στιγμή t_1 τα σημεία της περιφέρειας της τροχαλίας έχουν ταχύτητα $v_1 = \omega_1 R_1$, η οποία είναι ίση με την ταχύτητα v_{Σ} του σώματος.

$$\text{Επομένως θα ισχύει: } v_{\Sigma} = \omega_1 R_1 \quad \text{ή} \quad \boxed{\omega_1 = 80 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα Έργου - Ενέργειας για την περιστροφική κίνηση της τροχαλίας προκύπτει:

$$\sum W_{\text{ροπών}} = K_{\pi_{\text{ερ}, 1}} - \cancel{K_{\pi_{\text{ερ}, 0}}} = \frac{1}{2} I_{\text{cm, τρ.}} \omega_1^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{\sum W_{\text{ροπών}} = 48 \text{ J}}$$

- Δ4.** Όταν η στροφορμή της τροχαλίας έχει μέτρο $L_{\tau_{\text{ρ.}}, 2} = 1,5 \frac{\text{Kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$, ισχύει:

$$L_{\tau_{\text{ρ.}}, 2} = I_{\text{cm, τρ.}} \omega_{\tau_{\text{ρ.}}, 2} = \frac{1}{2} M_2 R_2^2 \omega_{\tau_{\text{ρ.}}, 2} \quad \text{ή} \quad \boxed{\omega_{\tau_{\text{ρ.}}, 2} = 100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

Επειδή όμως η ταχύτητα λόγω περιστροφικής κίνησης v_{Γ} των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας είναι κάθε στιγμή ίση με την ταχύτητα λόγω περιστροφικής κίνησης v_A των σημείων της περιφέρειας του κυλίνδρου, θα ισχύει:

$$v_A = 2v_{\text{cm}} = v_{\Gamma} \quad \text{ή} \quad 2\omega_{\text{κυλ.}, 2} R_1 = \omega_{\tau_{\text{ρ.}}, 2} R_2 \quad \text{ή} \quad \boxed{\omega_{\text{κυλ.}, 2} = 25 \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

$$\text{Επομένως: } L_{\text{κυλ.}, 2} = I_{\text{cm, κυλ.}} \omega_{\text{κυλ.}, 2} = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 \omega_{\text{κυλ.}, 2} \quad \text{ή} \quad \boxed{L_{\text{κυλ.}, 2} = 4 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}$$