

ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΣΥΝΟΛΑ ΑΡΙΘΜΩΝ

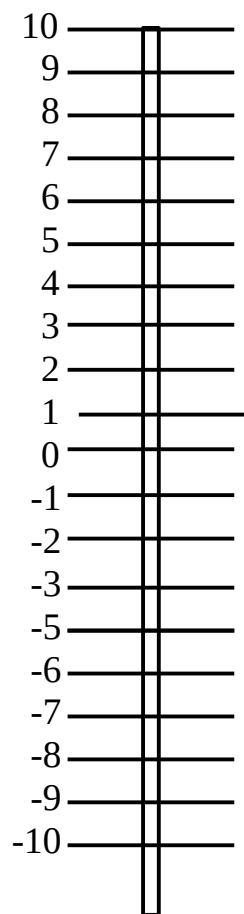
1) ΔΙΑΤΑΞΗ ΑΡΝΗΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Ως τώρα, συναντήσαμε αποκλειστικά θετικούς αριθμούς: 3, 5,34 , $\frac{5}{8}$ κλπ. Αν θέλουμε, στους θετικούς αριθμούς βάζουμε μπροστά και το πρόσημο “+” , αλλά συνήθως παραλείπεται και τους γράφουμε χωρίς πρόσημο (π.χ. γράφουμε 3 και όχι + 3).

Υπάρχουν όμως και αρνητικοί αριθμοί : -5, - 7,81 , - $\frac{5}{8}$ κλπ. Η σύγκριση αρνητικών αριθμών γίνεται “ανάποδα” από ότι στους αρνητικούς :

$$3 < 5 \quad \text{αλλά} \quad -3 > -5 !$$

Βοηθάει, αν φέρουμε στο νου μας το παρακάτω “θερμόμετρο” το οποίο θα βοηθήσει και στις πράξεις με αρνητικούς αριθμούς .



Κάθε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από το 0 και όλους τους αρνητικούς αριθμούς.

Το 0 είναι μεγαλύτερο από όλους τους αρνητικούς αριθμούς.

Κάθε αρνητικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από όσους είναι “από κάτω του” : $-1 > -2$, $-2 > -3$, $-3 > -4$ κλπ,

Οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο λέγονται **ομόσημοι**, ενώ οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο λέγονται **ετερόσημοι**.

Απόλυτη τιμή ενός αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός χωρίς πρόσημο και συμβολίζεται με δύο κάθετες γραμμές : | | . Π.χ. $|-5| = 5$, $|+4| = 4$, $|7| = 7$, $|0| = 0$ κλπ.

Δυο αριθμοί που έχουν ίδια απόλυτη τιμή αλλά διαφορετικό πρόσημο, λέγονται **αντίθετοι αριθμοί**.

2) ΠΡΑΞΕΙΣ ΑΡΝΗΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΠΡΟΣΘΕΣΗ

→ ΟΜΟΣΗΜΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

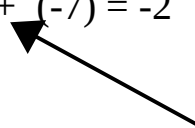
Εδώ απλώς προσθέτουμε κατά γνωστά τους αριθμούς που έχουμε, και στο τελικό αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο των αριθμών. Π.χ.

$$(-6) + (-7) = -13$$

Οι αριθμοί -6 και -7 είναι και οι δύο αρνητικοί (έχουν το μείον μπροστά), οπότε αγνοώ το μείον, τους προσθέτω κατά τα γνωστά, και στο αποτέλεσμα που βρίσκω (το 13) βάζω το πρόσημο που έχουν (μείον). Τελικά παίρνω -13. Ένας άλλος τρόπος να το καταλάβουμε είναι το θερμόμετρο που αναφέραμε. Αν έχω “-6 βαθμούς Κελσίου” και προσθέσω επιπλέον “-7 βαθμούς” (δηλαδή ακόμα περισσότερο κρύο), τότε είναι φυσιολογικό η θερμοκρασία να πέσει ακόμα χαμηλότερα, στους -13.

→ ΕΤΕΡΟΣΗΜΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Σε αυτήν την περίπτωση, παρόλο που γράφουμε την πράξη της πρόσθεσης, στο μυαλό μας κάνουμε αφαίρεση την μεγάλη απόλυτη τιμή από την μικρή δηλαδή από τον “μεγάλο” αριθμό αφαιρούμε τον “μικρό” και στο αποτέλεσμα βάζουμε το πρόσημο του μεγαλύτερου. Π.χ.

$$(+5) + (-7) = -2$$


Παρόλο που οι αριθμοί έχουν ανάμεσα τους το “+” στο μυαλό μας κάνουμε αφαίρεση: $7 - 5$ στο αποτέλεσμα που βρίσκουμε βάζουμε το - (δηλαδή το πρόσημο του “ισχυρότερου” αριθμού, του -7). Ένας άλλος τρόπος να το καταλάβουμε είναι και πάλι το θερμόμετρο. Στους +5 βαθμούς Κελσίου,

προσθέτουμε κατά κάποιο τρόπο περισσότερο κρύο, δηλαδή μειώνουμε την θερμοκρασία κατά -7 βαθμούς, και πέφτουμε στους -2 .

Παρατηρείστε ότι βάλουμε τους αριθμούς και τα πρόσημα τους σε παρενθέσεις, για να τους διαχωρίσουμε κατά κάποιο τρόπο από την ενδιάμεση πράξη της αφαίρεσης. Έτσι γράψαμε $(-6) + (-7)$ και όχι $-6 + -7$. Αργότερα, θα απλοποιήσουμε κάπως την κατάσταση.

ΑΦΑΙΡΕΣΗ

Στην αφαίρεση είναι πιο απλά τα πράγματα: αλλάζω το πρόσημο του αριθμού που αφαιρώ και κάνω πρόσθεση όπως μάθαμε.

$$(-6) - (+7) = (-6) + (-7) = -13.$$

$$(-6) - (-7) = (-6) + (+7) = -1$$

Οι παραπάνω τρόποι είναι κάπως πιο απλοϊκοί από την βιβλιογραφία των σχολείων. Εκεί, οι παραπάνω πράξεις ορίζονται με την βοήθεια της απόλυτης τιμής, η οποία ουσιαστικά, αναφέρεται στην απόσταση σημείου από την αρχή των αξόνων. Για περισσότερες λεπτομέρειες μπορείτε να δείτε το βιβλίο μαθηματικών Α΄ Γυμνασίου, κεφάλαιο 7.1.

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ-ΔΙΑΙΡΕΣΗ

- ➔ Για να πολλαπλασιάσουμε ή να διαιρέσουμε ομόσημους αριθμούς, εκτελούμε την πράξη κανονικά, αγνοώντας τα πρόσημα, και στο τελικό αποτέλεσμα βάζουμε πάντα “ + ”
- ➔ Για να πολλαπλασιάσουμε ή να διαιρέσουμε ετερόσημους αριθμούς, εκτελούμε την πράξη κανονικά, αγνοώντας τα πρόσημα, και στο τελικό αποτέλεσμα βάζουμε πάντα “ - ”

$$(-5) \cdot (-4) = + 20, \quad (-3) \cdot (+6) = - 18$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Να εκτελέσετε τις παρακάτω προσθέσεις ομόσημων αριθμών.

α) $(-3) + (-20)$ β) $(-6) + (-12)$ γ) $(-19) + (-20,5)$ δ) $(-12,5) + (-7,4)$

ε) $(-21) + (-32,5)$ στ) $(-0,45) + (-1,75)$ ζ) $(-34) + (-20)$ η) $(-0,05) + (-3,6)$

2) Να εκτελέσετε τις παρακάτω προσθέσεις ετερόσημων αριθμών.

α) $(+3) + (-20)$ β) $(-6) + (+12)$ γ) $(-19) + (+20,5)$ δ) $(+12,5) + (-7,4)$

ε) $(-21) + (+32,5)$ στ) $(-0,45) + (-1,75)$ ζ) $(+34) + (-20)$ η) $(-0,05) + (+3,6)$

3) Να εκτελέσετε τις παρακάτω αφαιρέσεις ομόσημων αριθμών.

α) $(-3) - (-20)$ β) $(-6) - (-12)$ γ) $(-19) - (-20,5)$ δ) $(-12,5) - (-7,4)$

ε) $(-21) - (-32,5)$ στ) $(-0,45) - (-1,75)$ ζ) $(-34) - (-20)$ η) $(-0,05) - (-3,6)$

4) Να εκτελέσετε τις παρακάτω αφαιρέσεις ετερόσημων αριθμών.

α) $(+3) - (-20)$ β) $(-6) - (+12)$ γ) $(-19) - (+20,5)$ δ) $(+12,5) - (-7,4)$

ε) $(-21) - (+32,5)$ στ) $(-0,45) - (-1,75)$ ζ) $(+34) - (-20)$ η) $(-0,05) - (+3,6)$

3) ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΟΥΣ ΑΠΟ ΔΥΟ ΑΡΙΘΜΟΥΣ

ΠΡΟΣΘΕΣΗ-ΑΦΑΙΡΕΣΗ

Είναι δυνατόν να έχουμε πρόσθεση και αφαίρεση πολλών αριθμών ταυτόχρονα. Στην περίπτωση αυτή, εκτελούμε τις πράξεις ανά δύο, ξεκινώντας (συνήθως) από αριστερά, εφαρμόζοντας τους κανόνες της πρόσθεσης και της αφαίρεσης που μάθαμε. Για παράδειγμα :

$$\begin{aligned} & \boxed{(-3) + (+5)} + (-6) - (-8) + (+4) - (+7) = \\ & \quad \downarrow \\ & (+2) + \boxed{(-6) - (-8)} + (+4) - (+7) = \\ & \quad \downarrow \\ & \boxed{(-4) - (-8)} + (+4) - (+7) = \\ & \quad \downarrow \\ & \boxed{(+4) + (+4)} - (+7) = \\ & \quad \downarrow \\ & (+8) - (+7) = +1 \end{aligned}$$

Ένας άλλος τρόπος είναι, να μετατρέψουμε αρχικώς όλες τις πράξεις σε προσθέσεις, όπως μάθαμε πριν, κι έπειτα να “μαζέψουμε” όλους τους θετικούς μαζί και όλους τους αρνητικούς μαζί. Δηλαδή:

$$(-3) + (+5) + (-6) - (-8) + (+4) - (+7) =$$

$$(-3) + (+5) + (-6) + (+8) + (+4) + (-7) =$$

$$\boxed{(+5) + (+8) + (+4)} + \boxed{(-3) + (-6) + (-7)} =$$

$$(+17) + (-16) = +1$$

Και οι δύο τρόποι είναι αποδεκτοί και οδηγούν στο ίδιο αποτέλεσμα. Επιλέγουμε όποιον μας είναι βολικότερος.

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΙ

Όταν έχουμε πολλούς πολλαπλασιασμούς ταυτόχρονα, τότε μπορούμε να τους κάνουμε ανά δύο, όπως και στην πρόσθεση, ή μπορούμε να μετρήσουμε το πλήθος των αρνητικών αριθμών και στην περίπτωση που είναι μονός αριθμός (περιττός) το αποτέλεσμα θα είναι αρνητικό, στην περίπτωση που είναι ζυγός αριθμός (άρτιος) το αποτέλεσμα θα είναι θετικό. Ας δούμε τα παρακάτω παραδείγματα.

(-3)