

# ΑΛΓΕΒΡΑ

## Συναρτήσεις

Οι λύσεις

### Συναρτήσεις γενικά

1. Με τη βοήθεια της παρακάτω γραφικής παράστασης, να βρείτε:

α. τις τεταγμένες των σημείων με τετμημένες :

$$-9, -\sqrt{9}, 0, 1, \frac{5}{2} \text{ και } 4$$

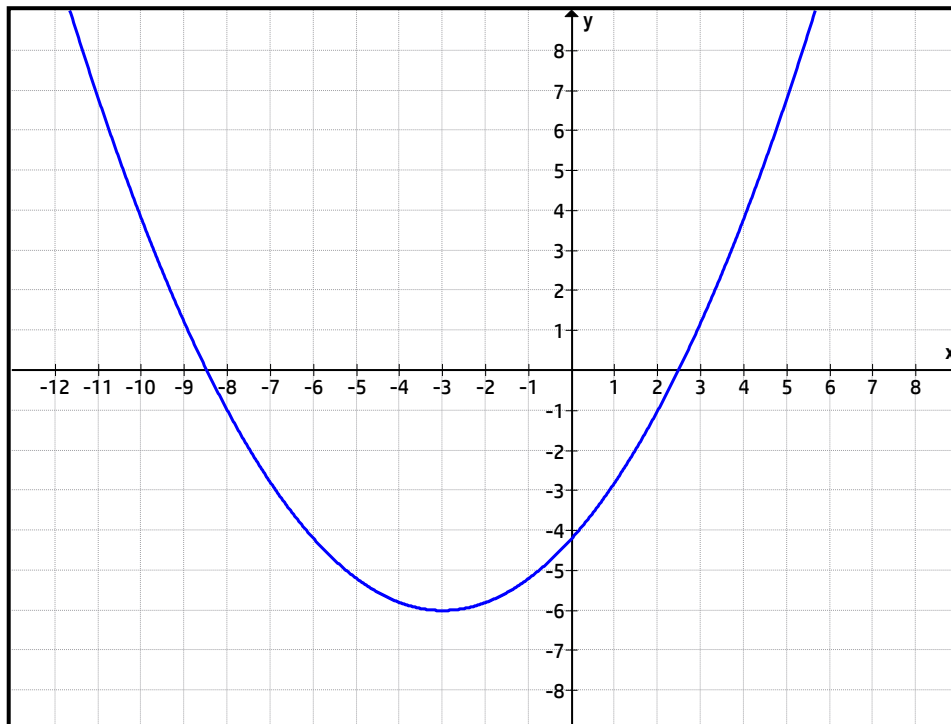
Τετμημένη	-9	$-\sqrt{9} = -3$	0	1	$\frac{5}{2} = 2,5$	4
Τεταγμένη	<b>1</b>	<b>-6</b>	<b>-4</b>	<b>-3</b>	<b>0</b>	<b>4</b>

β. τις τετμημένες των σημείων με τεταγμένη 4

Τετμημένη	<b>-10</b>	<b>4</b>
Τεταγμένη	4	4

γ. την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης

Η συνάρτηση παίρνει ελάχιστη τιμή την  $y = -6$  για  $x = -3$ .



## Εύρεση τύπου

2. Ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι τριπλάσιος από τον παρονομαστή του. Να εκφράσετε τον αριθμητή ως συνάρτηση του παρονομαστή και μετά, αντίστροφα, τον παρονομαστή ως συνάρτηση του αριθμητή. Με τι είναι ίσο το κλάσμα, τελικά;

Αν  $x$  είναι ο αριθμητής του κλάσματος και  $y$  ο παρονομαστής τότε:

$$x=3y \text{ και } y=\frac{x}{3}. \text{ Είναι } \frac{x}{y}=\frac{3y}{y}=\frac{3}{1}=3$$

3. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει α)περίμετρο 14 και β)εμβαδό 12. Να εκφράσετε το μήκος του  $y$  ως συνάρτηση του πλάτους  $x$ .

Αν  $x,y$  είναι οι διαστάσεις του ορθογωνίου παραλληλογράμμου τότε  
α)από την περίμετρο

$$2x+2y=14 \Rightarrow 2(x+y)=14 \Rightarrow \frac{2(x+y)}{2}=\frac{14}{2} \Rightarrow x+y=7 \Rightarrow y=7-x,$$

β) από το εμβαδόν  $x \cdot y=12 \Rightarrow y=\frac{12}{x}$ .

4. Ένα τραπέζιο έχει τη μεγάλη του βάση διπλάσια της μικρής και ύψος 4 cm. Να εκφράσετε το εμβαδό του τραpezίου, ως συνάρτηση της μικρής του βάσης.

Αν  $x$  η μικρή του βάση τότε η μεγάλη θα είναι  $2x$  έτσι το εμβαδόν του θα

είναι  $E=\frac{(x+2x) \cdot 4}{2}=\frac{(3x) \cdot 4}{2}=3x \cdot 2$

$$E=6x$$

5. Ένα τρίγωνο έχει βάση 3 cm και ύψος 8 cm. Αν η βάση του αυξηθεί κατά  $x$ , ενώ το ύψος του παραμένει σταθερό, να εκφράσετε το εμβαδό  $E$  του τριγώνου, ως συνάρτηση του  $x$ . Να κάνετε το ίδιο και στην περίπτωση που το ύψος μειωθεί, ταυτόχρονα, κατά  $x$ .

α)Αν η βάση του αυξηθεί κατά  $x$  θα γίνει  $3+x$  οπότε το εμβαδόν του θα

είναι  $E=\frac{(3+x) \cdot 8}{2}=4(3+x)$

$$E=12+4x$$

β)Αν το ύψος του αυξηθεί κατά  $x$  θα γίνει  $8+x$  οπότε το εμβαδόν του

θα είναι  $E=\frac{3 \cdot (8+x)}{2}$

6. Σ' ένα ορθογώνιο τρίγωνο, η μία κάθετη πλευρά έχει μήκος 5 και η άλλη  $x$ . Να γράψετε το μήκος της υποτείνουσας  $y$ , ως συνάρτηση της κάθετης  $x$ .

$$y^2 = x^2 + 5^2$$

Με χρήση του Πυθαγορείου Θεωρήματος έχουμε  $y^2 = x^2 + 25$

$$y = \sqrt{x^2 + 25}$$

7. Για την παρακολούθηση μιας συναυλίας, πληρώνουμε 5 ευρώ για κάθε εισιτήριο και 1,30 ευρώ για κάθε αναψυκτικό. Ποιος είναι ο τύπος της συνάρτησης, που μας δίνει το ποσό που θα πληρώσει κάθε άτομο στη συναυλία αυτή;

Αν  $x$  είναι ο αριθμός των ατόμων που θα παρακολουθήσουν την συναυλία

και  $y$  το ποσό που θα πληρώσει κάθε άτομο τότε  $y = (5+1,3) \cdot x$   
 $y = 6,3x$

8. Ο μισθός ενός υπαλλήλου αυξήθηκε κατά 10 %. Να εκφράσετε τις νέες αποδοχές του ως συνάρτηση των προηγούμενων. Αν οι νέες αποδοχές του είναι 1650 ευρώ να βρείτε τις προηγούμενες.

α) Αν θέσω  $x$  τον μισθό πριν την αύξηση και  $y$  τον μισθό μετά την

αύξηση τότε είναι  $y = x + \frac{10}{100} \cdot x = x + 0,1x = (1+0,1)x$   
 $y = 1,1x$

β) Αν  $y=1650$  τότε έχω  $1650 = 1,1x \Rightarrow \frac{1650}{1,1} = \frac{1,1x}{1,1} \Rightarrow x = 1500$  ευρώ

9. Ένας πωλητής παίρνει μισθό 750 ευρώ το μήνα και 5 % επί των πωλήσεων, που κάνει. Να εκφράσετε τις μηνιαίες αποδοχές του  $y$ , ως συνάρτηση των πωλήσεων  $x$ .

Αν θέσω  $x$  το ποσό των πωλήσεων και  $y$  τις μηνιαίες αποδοχές του τότε έχω  $y = 750 + \frac{5}{100} \cdot x \Rightarrow y = 750 + 0,05x$

10. Ένα κατάστημα κάνει εκπτώσεις 30 % στις αναγραφόμενες τιμές. Να εκφράσετε το ποσό που θα πληρώσουμε στο ταμείο, για ένα προϊόν, ως συνάρτηση της αναγραφόμενης τιμής.

Αν θέσω  $x$  την αναγραφόμενη τιμή πριν την έκπτωση και  $y$  την τιμή μετά

την έκπτωση τότε έχω  $y = x - \frac{30}{100} \cdot x = x - 0,3x = (1-0,3)x$   
 $y = 0,7x$

11. Τα έσοδα  $y$  και τα έξοδα  $z$  (σε ευρώ) μιας οικογένειας εκφράζονται συναρτήσει του χρόνου  $t$  (σε ημέρες) από τους τύπους:

$$y = 1800 \cdot t + 2400 \quad \text{και} \quad z = 600 \cdot t + 1800$$

- α. Να εκφράσετε την αποταμίευση  $x$  της οικογένειας, συναρτήσει του χρόνου.

Η αποταμίευση  $x$  της οικογένειας είναι

$$x = y - z \Rightarrow x = (1800t + 2400) - (600t + 1800) \Rightarrow x = 1800t + 2400 - 600t - 1800 \Rightarrow$$

$$x = x = 1800t - 600t + 2400 - 1800 \Rightarrow x = 1200t + 600$$

**β.** Να βρείτε σε πόσο χρόνο η οικογένεια θα έχει αποταμιεύσει 20.000 ευρώ.

Για  $x=20.000$  έχω

$$x = 1200t + 600 \Rightarrow 20000 = 1200t + 600 \Rightarrow -1200t = -20000 + 600 \Rightarrow$$

$$-1200t = -19400 \Rightarrow \frac{-1200t}{-1200} = \frac{-19400}{-1200} \Rightarrow t = \frac{194}{12} \Rightarrow t = 16\frac{4}{12} \Rightarrow t = 16\frac{8}{24}$$

Η οικογένεια θα έχει αποταμιεύσει 20.000 ευρώ σε 16 ημέρες και 8 ώρες.

## Ποσά Ανάλογα

**12.** Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

**α.**  $\frac{x}{5} \times \frac{48}{3} \Rightarrow 3x = 5 \cdot 48 \Rightarrow 3x = 240 \Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{240}{3} \Rightarrow x = 80$

**β.**  $\frac{-x}{2} \times \frac{x+7}{5} \Rightarrow 5 \cdot (-x) = 2 \cdot (x+7) \Rightarrow -5x = 2x+14 \Rightarrow -5x-2x = +14 \Rightarrow$

$-7x = 14 \Rightarrow \frac{-7x}{-7} = \frac{14}{-7} \Rightarrow x = -2$

**γ.**  $\frac{6}{4x-1} \times \frac{28}{9x+5} \Rightarrow 6(9x+5) = 28(4x-1) \Rightarrow 54x+30 = 112x-28 \Rightarrow$

$54x-112x = -30-28 \Rightarrow -58x = -58 \Rightarrow \frac{-58x}{-58} = \frac{-58}{-58} \Rightarrow x = 1$

**13.** Δίνεται ο πιο κάτω πίνακας τιμών δυο μεταβλητών μεγεθών  $x$  και  $y$ . Να εξετάσετε εάν τα μεγέθη είναι ανάλογα και στην περίπτωση που είναι, να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης που τα συνδέει.

$x$	2	4	10	40
$y$	1,6	3,2	8	32
$\frac{y}{x}$	$\frac{1,6}{2} = 0,8$	$\frac{3,2}{4} = 0,8$	$\frac{8}{10} = 0,8$	$\frac{32}{40} = 0,8$

Αφού τα ποσά  $x, y$  έχουν σταθερό πηλίκιο  $\frac{y}{x} = 0,8$  είναι ανάλογα και η

συνάρτηση του  $y$  ως προς το  $x$  είναι  $\frac{y}{x} \times \frac{0,8}{1} \Rightarrow y = 0,8x$ .

14. Μια δεξαμενή νερού, σε 2 ώρες δέχεται 150 λίτρα νερό. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της δεξαμενής :

t	Χρόνος (σε ώρες)	2	4	5	12	24
y	Νερό (σε λίτρα)	150	300	375	900	1800

Αν συμβολίσω με t τον χρόνο και με y την ποσότητα του νερού τα ποσά αυτά είναι ανάλογα άρα θα έχουν σταθερό πηλίκιο οπότε

$$\frac{y}{t} = \frac{150}{2} \Rightarrow \frac{y}{t} = \frac{75}{1} \Rightarrow y = 75t \quad (1) \quad \text{ή} \quad t = \frac{y}{75} \quad (2)$$

Για την πρώτη στήλη  $y=150$  άρα  $t = \frac{150}{75} = 2$

Για την δεύτερη στήλη  $y=300$  άρα  $t = \frac{300}{75} = 4$

Για την τρίτη στήλη  $t=5$  άρα  $y = 75 \cdot 5 = 375$

Για την τέταρτη στήλη  $t=12$  άρα  $y = 75 \cdot 12 = 900$

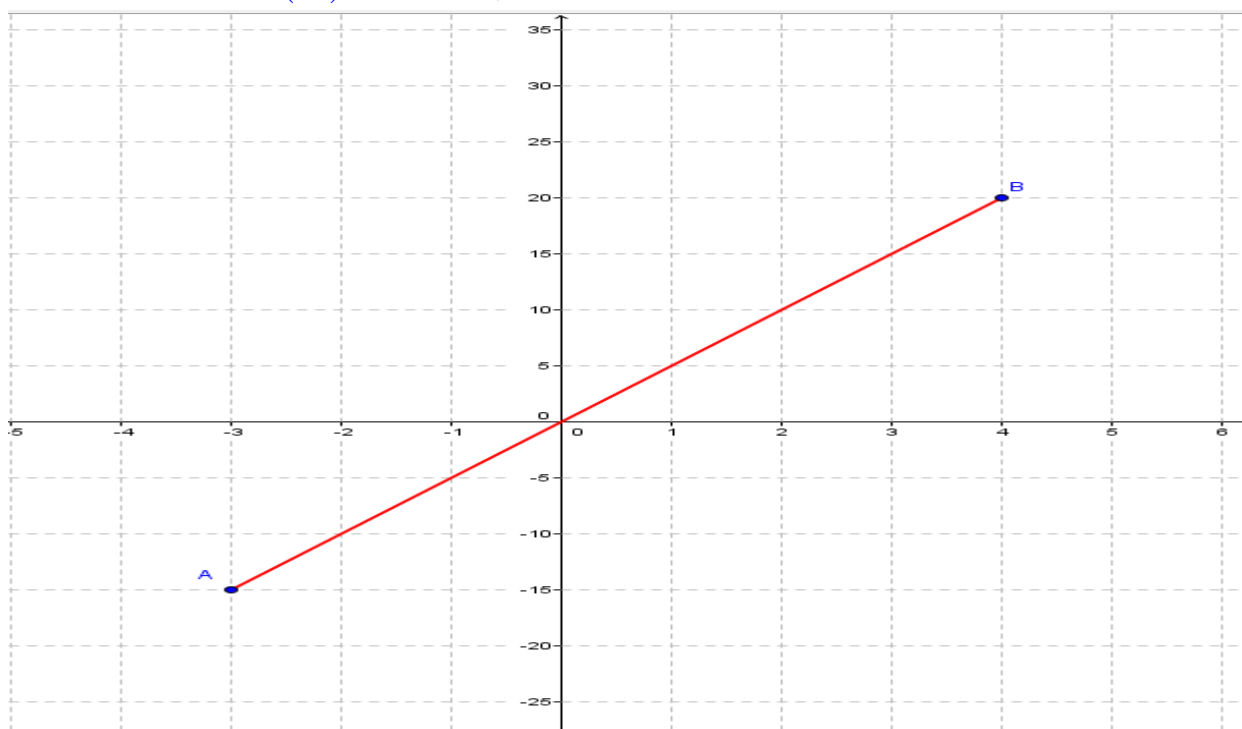
Για την πέμπτη στήλη  $y=1800$  άρα  $t = \frac{1800}{75} = 24$ .

15. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της  $y = 5x$  σε καθεμία από τις περιπτώσεις :

α. Αν ο x είναι ακέραιος, από -3 έως και 4 .

x	-3	4
y	-15	20

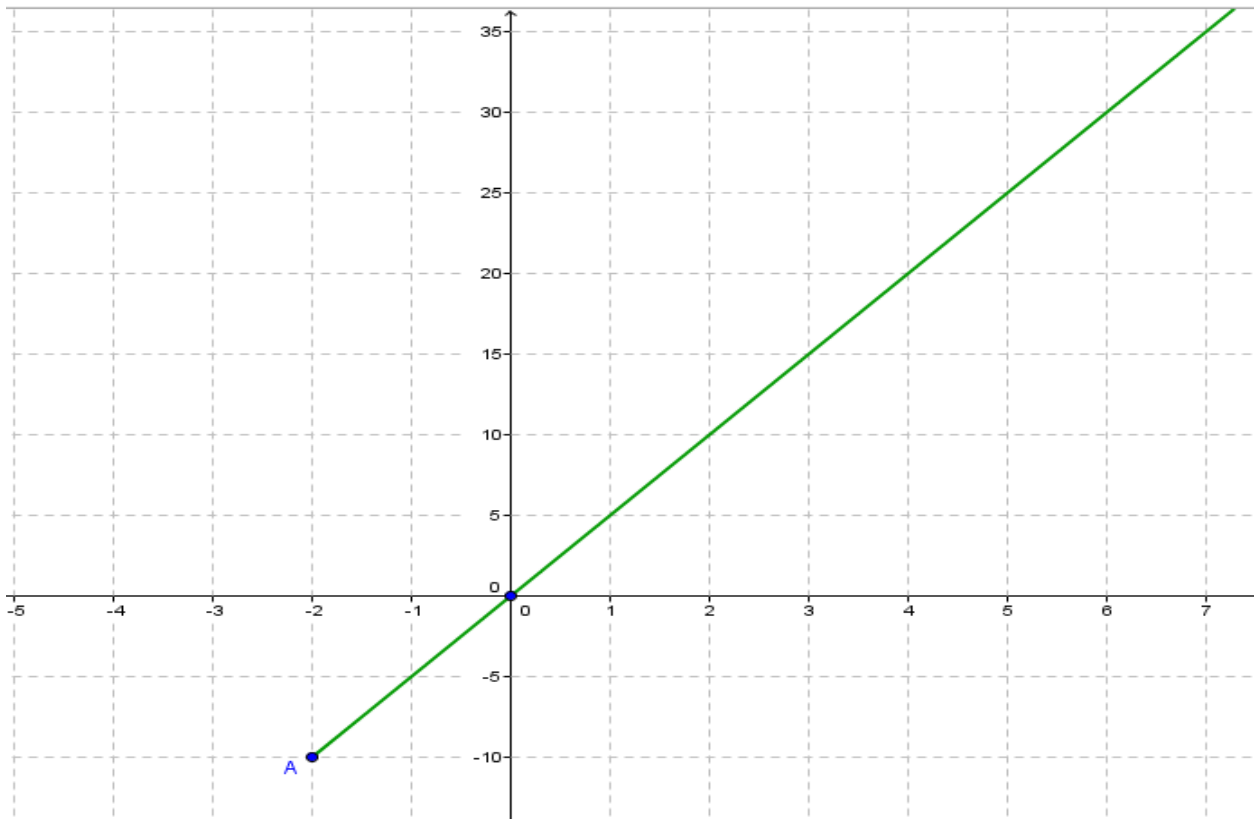
Για  $x=-3$  το  $y=5(-3)=-15$  και για  $x=4$  το  $y=5 \cdot 4=20$



β. Αν ο  $x$  είναι πραγματικός, μεγαλύτερος του  $-2$ .

$x$	$-2$	$0$
$y$	$-10$	$0$

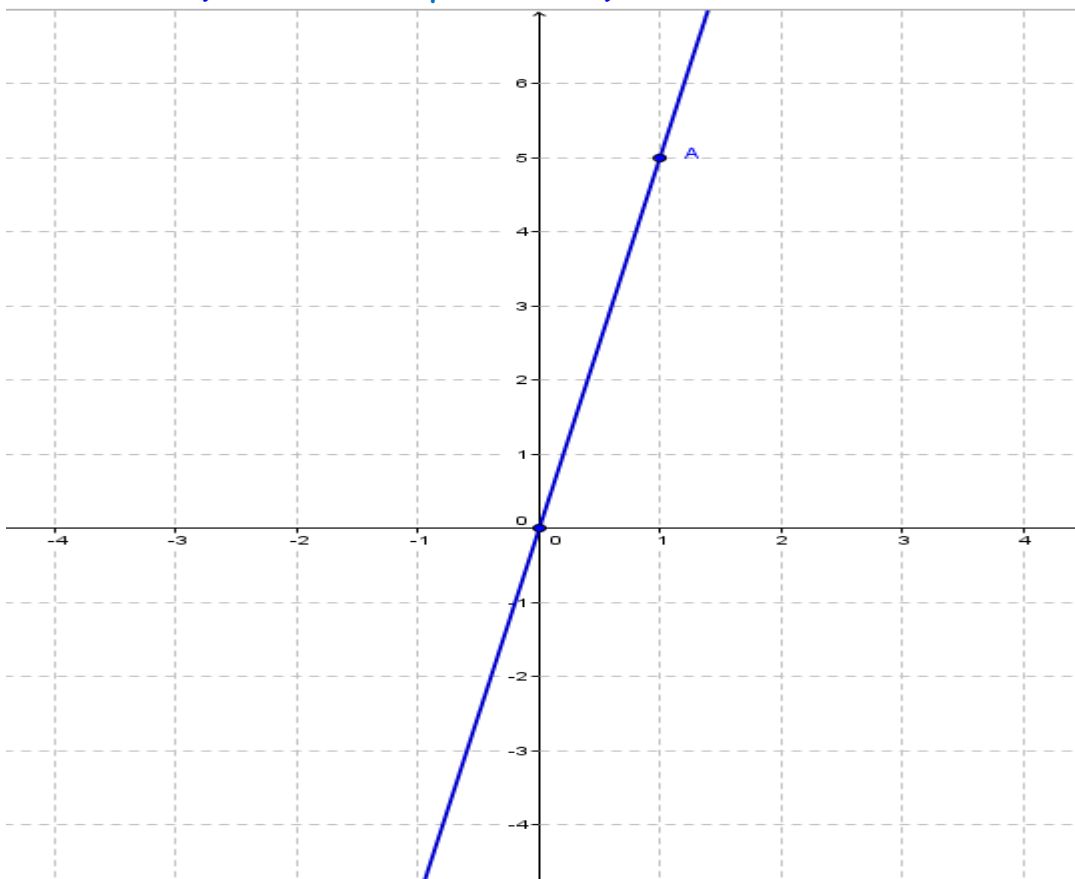
Για  $x=-2$  το  $y=5(-2)=-10$  και για  $x=0$  το  $y=5\cdot 0=0$



γ. Αν ο  $x$  είναι οποισδήποτε αριθμός.

$x$	$0$	$1$
$y$	$0$	$5$

Για  $x=0$  το  $y=5\cdot 0=0$  και για  $x=1$  το  $y=5\cdot 1=5$



16. Να κάνετε τη γραφική παράσταση των συναρτήσεων :

α.  $y = 5$

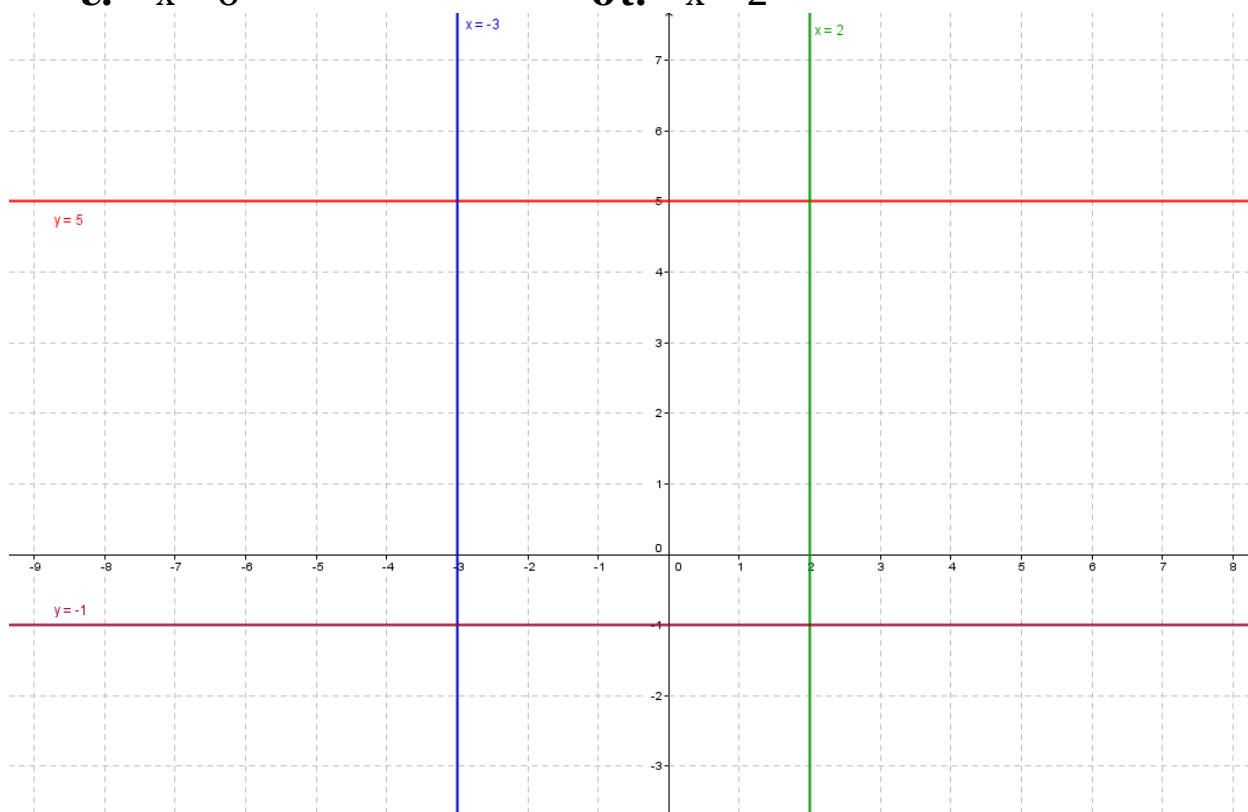
β.  $y = 0$

γ.  $y = -1$

δ.  $x = -3$

ε.  $x = 0$

στ.  $x = 2$



Οι ευθείες  $x=0$  είναι ο άξονας  $y'y$  και  $y=0$  ο άξονας  $x'x$ .

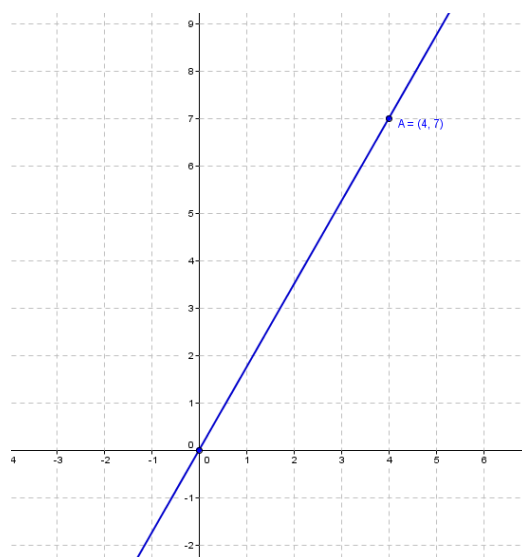
17. Μια ευθεία περνάει από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $A(4, 7)$ . Να βρείτε τη συνάρτηση που έχει την παραπάνω ευθεία για γραφική παράσταση.

Αφού η ευθεία περνάει από την αρχή των αξόνων είναι της μορφής  $y=ax$ , και επειδή περνάει και από το σημείο  $A(4,7)$  τότε

$$7 = \alpha \cdot 4 \Rightarrow \frac{7}{4} = \frac{\alpha \cdot \cancel{4}}{\cancel{4}} \Rightarrow \alpha = \frac{7}{4}. \text{ Άρα η}$$

ζητούμενη συνάρτηση είναι η

$$y = \frac{7}{4}x.$$



18. Μια ευθεία περνάει από την αρχή των αξόνων και από το σημείο A  $(x - 3, 4 - 3x)$ . Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, αν γνωρίζουμε ότι η τεταγμένη του σημείου είναι διπλάσια από την τετμημένη.

Αφού η τεταγμένη του σημείου είναι διπλάσια από την τετμημένη τότε  $4 - 3x = 2 \cdot (x - 3) \Rightarrow 4 - 3x = 2x - 6 \Rightarrow -3x - 2x = -6 - 4 \Rightarrow -5x = -10 \Rightarrow$

$$\frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}} = \frac{-10}{-5} \Rightarrow x = 2$$

Άρα  $A(2-3, 4-3 \cdot 2)$  δηλαδή  $A(-1, -2)$

Αφού η ευθεία περνάει από την αρχή των αξόνων είναι της μορφής  $y = ax$ , και επειδή περνάει και από το σημείο  $A(-1, -2)$  τότε

$$-2 = a \cdot (-1) \Rightarrow \frac{-2}{-1} = \frac{a \cdot (\cancel{-1})}{\cancel{-1}} \Rightarrow a = 2. \text{ Άρα η ζητούμενη συνάρτηση είναι η } y = 2x.$$

## Ποσά Ανάλογα

19. Μια συνάρτηση με τύπο  $y = a \cdot x + \beta$  έχει τον παρακάτω πίνακα τιμών. Να βρείτε για ποια συνάρτηση πρόκειται.

x	0	2
ψ	2	-2

Για  $x=0$  και  $y=2$  έχουμε  $2 = a \cdot 0 + \beta \Rightarrow \beta = 2$  άρα  $y = a \cdot x + 2$

Επίσης για  $x=2$  και  $y=-2$  έχουμε

$$-2 = a \cdot 2 + 2 \Rightarrow -2 = 2a + 2 \Rightarrow -2a = 2 + 2 \Rightarrow -2a = 4 \Rightarrow \frac{\cancel{2}a}{\cancel{2}} = \frac{4}{-2} \Rightarrow a = -2$$

άρα  $y = -2x + 2$

20. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, που διέρχεται από τα σημεία A  $(0, -5)$  και B  $(2, 3)$ . Τα σημεία Γ  $(1, -1)$  και Δ  $(-1, 9)$  βρίσκονται, επίσης, πάνω στην ευθεία αυτή;

Για  $x=0$  και  $y=-5$  έχουμε  $-5 = a \cdot 0 + \beta \Rightarrow \beta = -5$  άρα  $y = a \cdot x - 5$

Επίσης για  $x=2$  και  $y=3$  έχουμε

$$3 = a \cdot 2 - 5 \Rightarrow 3 = 2a - 5 \Rightarrow -2a = -5 - 3 \Rightarrow -2a = -8 \Rightarrow \frac{\cancel{2}a}{\cancel{2}} = \frac{-8}{-2} \Rightarrow a = 4$$

άρα  $y = 4x - 5$

Για  $x=1$  και  $y=-1$  έχουμε  $-1 = 4 \cdot 1 - 5 \Rightarrow -1 = 4 - 5 \Rightarrow -1 = -1$  αληθεύει άρα το σημείο Γ είναι πάνω σε αυτήν την ευθεία.

Για  $x=-1$  και  $y=9$  έχουμε  $9 = 4 \cdot (-1) - 5 \Rightarrow 9 = -4 - 5 \Rightarrow 9 = -9$  **δεν** αληθεύει άρα το σημείο Δ **δεν** είναι πάνω σε αυτήν την ευθεία.

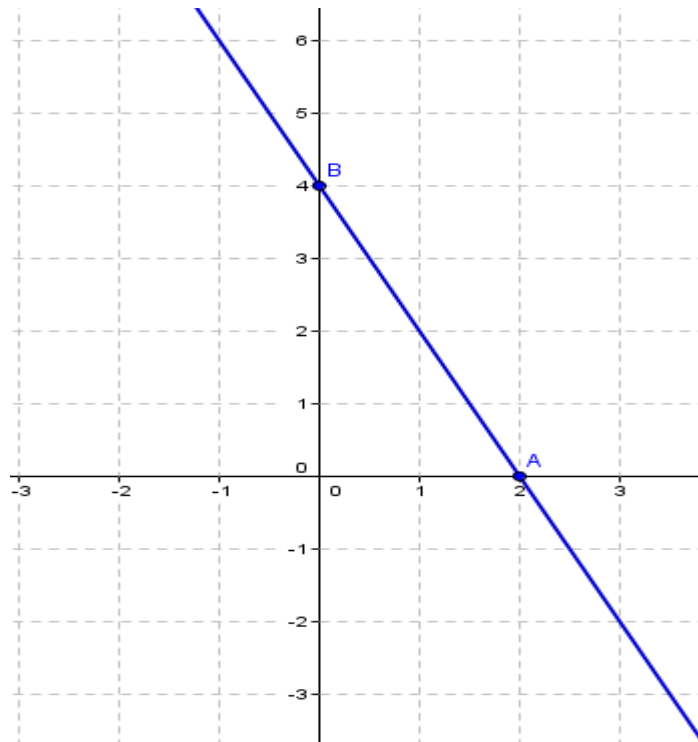


- 21.** Δίνεται η συνάρτηση  $y = -2x + 4$ . Αν η γραφική της παράσταση τέμνει τον άξονα  $Ox$  στο  $A$  και τον  $Oy$  στο  $B$ , να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου  $OAB$ .

Για να βρω το σημείο τομής της  $y = -2x + 4$  με τον  $Ox$  θέτω  $y = 0$  και έχω

$$0 = -2x + 4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{4}{2} \Rightarrow x = 2 \text{ άρα } A(2, 0)$$

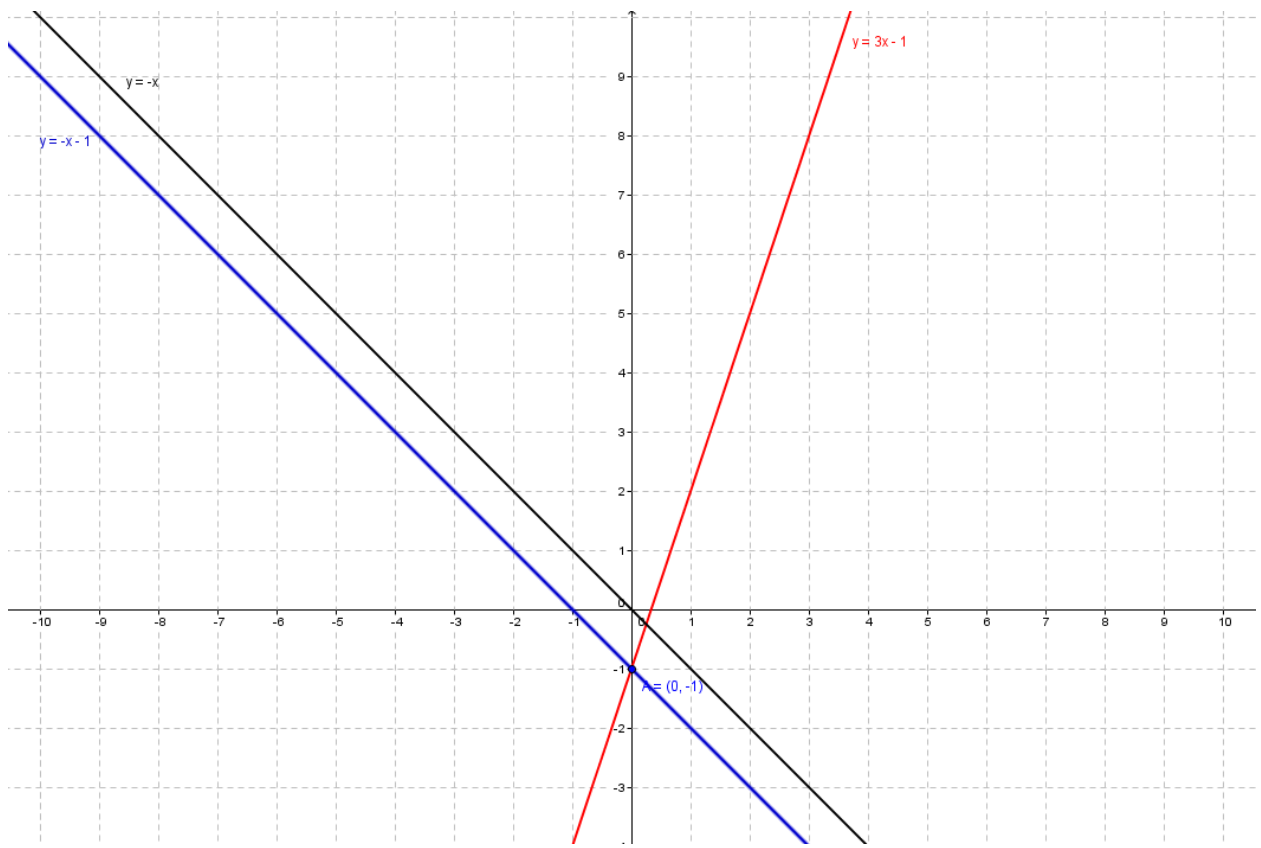
Για να βρώ το σημείο τομής της  $y = -2x + 4$  με τον  $Oy$  θέτω  $x = 0$  και έχω  
 $y = -2 \cdot 0 + 4 \Rightarrow y = 4$  άρα  $B(0, 4)$



$$\text{Το εμβαδόν του τριγώνου } (OAB) = \frac{OA \cdot OB}{2} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \text{ τμ}$$

- 22.** Να γράψετε την ευθεία η οποία διέρχεται απ' το σημείο, στο οποίο η  $y = 3x - 1$  τέμνει τον άξονα  $y'y$  και είναι παράλληλη στην  $y = -x$ .

Για να βρώ το σημείο τομής της  $y = 3x - 1$  με τον  $y'y$  θέτω  $x = 0$  και έχω  
 $y = 3 \cdot 0 - 1 \Rightarrow y = -1$  άρα  $A(0, -1)$ . Η ζητούμενη ευθεία είναι της μορφής  $y = ax + \beta$  και επειδή είναι παράλληλη προς την ευθεία  $y = -x$  πρέπει το  $a = -1$  άρα η ζητούμενη ευθεία είναι  $y = -x + \beta$ . Όμως η ζητούμενη ευθεία διέρχεται από το σημείο  $A(0, -1)$  άρα πρέπει να είναι το  $\beta = -1$ , επομένως θα έχει εξίσωση την  $y = -x - 1$



### Ποσά Αντιστρόφως Ανάλογα

**23.** Να εξετάσετε αν οι παρακάτω πίνακες αντιστοιχούν σε ποσά αντιστρόφως ανάλογα :

x	1,5	4,5	9
y	3	9	18
xy	4,5	40,5	162

Εδώ τα ποσά  $x, y$  δεν έχουν σταθερό γινόμενο άρα δεν είναι αντιστρόφως ανάλογα.

x	2	4	8
ψ	6	3	1,5
xy	12	12	12

Εδώ τα ποσά  $x, y$  έχουν σταθερό γινόμενο  $x \cdot y = 12$  άρα είναι αντιστρόφως ανάλογα.

- 24.** Η μέση ταχύτητα  $u$  ενός κινητού και ο χρόνος  $t$ , που απαιτείται για να διανύσει μια απόσταση  $s$ , είναι ποσά ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα; Με την απάντησή σας κατά νου, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα :

$u$ (σε km/h)	60	72	45	40	100
$t$ (σε h)	6	5	8	9	6,6

Η μέση ταχύτητα  $u$  ενός κινητού και ο χρόνος  $t$ , που απαιτείται για να διανύσει μια απόσταση  $S$ , είναι ποσά αντιστρόφως ανάλογα διότι με διπλάσια ταχύτητα το κινητό θα χρειαστεί τον μισό χρόνο για να καλύψει την ίδια απόσταση  $S$ . Από την συμπληρωμένη στήλη του πίνακα βρίσουμε το σταθερό γινόμενο τους, έτσι  $u \cdot t = 45 \cdot 8 = 360$  οπότε θα είναι  $u = \frac{360}{t}$  ή  $t = \frac{360}{u}$

Για την πρώτη στήλη  $u=60$  άρα  $t = \frac{360}{60} = 6$

Για την δεύτερη στήλη  $t=5$  άρα  $u = \frac{360}{5} = 72$

Για την τέταρτη στήλη  $t=9$  άρα  $u = \frac{360}{9} = 40$

Για την πέμπτη στήλη  $u=100$  άρα  $t = \frac{360}{100} = 3,6$ .

- 25.** Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό  $\alpha$ , όταν η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = \frac{\alpha}{x}$  διέρχεται από το σημείο  $A(1/2, 6)$ .

Αφού η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = \frac{\alpha}{x}$  διέρχεται από το

σημείο  $A(1/2, 6)$  τότε πρέπει  $6 = \frac{\alpha}{1/2} \Rightarrow 6 = \frac{\alpha}{1/2} \Rightarrow 6 = \frac{2\alpha}{1} \Rightarrow 6 = 2\alpha \Rightarrow \frac{6}{2} = \frac{2\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = 3$

## Προβλήματα

- 26.** Αν για 3 κιλά πορτοκάλια πληρώνουμε 3,60 ευρώ, να βρείτε πόσο θα πληρώσουμε για τα 7 κιλά.

Κιλά πορτοκάλια $x$	3	7
Κόστος σε ευρώ $y$	3,6	;

Τα ποσά  $x, y$  είναι ανάλογα άρα θα έχουν σταθερό πηλίκο  $\frac{y}{x} = \frac{3,6}{3} = 1,2$

Για  $x=7$  έχουμε  $\frac{y}{7} \times \frac{1,2}{1} \Rightarrow y = 7 \cdot 1,2 = 8,4 \text{ €}$ .

27. Οι τρεις γωνίες ενός τριγώνου είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 5, 6 και 7. Να υπολογίσετε τις γωνίες αυτές.

Αν  $x, y, z$  είναι τα μέτρα των γωνιών του τριγώνου τότε ισχύει  $x+y+z=180^\circ$  και επειδή αυτές είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 5,6,7 τότε θα ισχύει  $\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{7}$ . Από ιδιότητα των αναλογιών έχουμε

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{7} = \frac{x+y+z}{5+6+7} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{7} = \frac{180^\circ}{18} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{6} = \frac{z}{7} = \frac{10^\circ}{1}$$

Από το πρώτο και τέταρτο κλάσμα έχουμε  $\frac{x}{5} \times \frac{10^\circ}{1} \Rightarrow 1 \cdot x = 5 \cdot 10^\circ \Rightarrow x = 50^\circ$

Από το δεύτερο και τέταρτο κλάσμα έχουμε  $\frac{y}{6} \times \frac{10^\circ}{1} \Rightarrow 1 \cdot y = 6 \cdot 10^\circ \Rightarrow y = 60^\circ$

Από το τρίτο και τέταρτο κλάσμα έχουμε  $\frac{z}{7} \times \frac{10^\circ}{1} \Rightarrow 1 \cdot z = 7 \cdot 10^\circ \Rightarrow z = 70^\circ$

28. Η κλίμακα ενός χάρτη είναι 1 : 1.500.000. Να βρείτε την απόσταση δύο πόλεων στο χάρτη, αν η πραγματική τους απόσταση είναι 169 km.

Κλίμακα	Μήκος στο χάρτη	Πραγματικό μήκος
1 : 1500000	x cm	169 km

$169km = 169000m = 169000 \cdot 100cm = 16900000cm$  για να είναι τα ποσά στην ίδια μονάδα μέτρησης.

Το μήκος στο χάρτη και το πραγματικό μήκος είναι ποσά ανάλογα με σταθερό λόγο την κλίμακα άρα

$$\frac{x}{16900000} \times \frac{1}{1500000} \Rightarrow 1500000x = 1 \cdot 16900000 \Rightarrow \frac{1500000x}{1500000} = \frac{16900000}{1500000} \Rightarrow x = 11,27cm$$

29. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Κλίμακα	Μήκος σχεδίου	Πραγματικό μήκος
1 : 4	6 cm	y=24cm
5 : 3	x=10 cm	6 cm
7 : 200	x=1,4 cm	40 cm
1:500000	8 cm	40 km

Το μήκος στο χάρτη και το πραγματικό μήκος είναι ποσά ανάλογα με σταθερό λόγο την κλίμακα.

Για την πρώτη γραμμή του πίνακα  $\frac{6}{y} \times \frac{1}{4} \Rightarrow 1 \cdot y = 4 \cdot 6 \Rightarrow y = 24cm$

Για την δεύτερη γραμμή του πίνακα  $\frac{x}{6} \times \frac{5}{3} \Rightarrow 3 \cdot x = 5 \cdot 6 \Rightarrow \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{30}{3} \Rightarrow x = 10cm$

Για την τρίτη γραμμή του πίνακα

$$\frac{x}{40} \times \frac{7}{200} \Rightarrow 200 \cdot x = 7 \cdot 40 \Rightarrow \frac{200x}{200} = \frac{280}{200} \Rightarrow x = 1,4cm$$

Για την τέταρτη γραμμή του πίνακα  $40km = 40000m = 40000 \cdot 100cm = 4000000cm$

$$\text{Άρα κλίμακα} = \frac{8}{4000000} = \frac{8:8}{4000000:8} = \frac{1}{500000} = 1:500000$$

- 30.** Αν ο Γιώργος ξοδεύει 72 ευρώ την ημέρα, τότε θα μπορέσει να κάνει καλοκαιρινές διακοπές για 20 μέρες. Να υπολογίσετε πόσες ημέρες διακοπών μπορεί να κάνει με τα ίδια χρήματα, αν ξοδεύει 80 ευρώ την ημέρα.

Έστω  $x$  τα χρήματα που ξοδεύει την ημέρα ο Γιώργος και  $y$  οι μέρες των διακοπών του. Τα ποσά αυτά είναι αντιστρόφως ανάλογα διότι αν ξοδεύει τα διπλάσια χρήματα θα κάνει τις μισές μέρες διακοπών. Άρα θα έχουμε σταθερό γινόμενο οπότε  $x \cdot y = 72 \cdot 20 = 1440$ . Αν  $x = 80$  € έχουμε

$$\frac{80 \cdot y}{80} = \frac{1440}{80} \Rightarrow y = 18 \text{ ημέρες διακοπών.}$$

- 31.** Ένα αυτοκίνητο κινείται σε μια διαδρομή με 95 km/h και φτάνει στον προορισμό του σε 4 ώρες. Στο γυρισμό κάνει την ίδια διαδρομή σε 5 ώρες. Ποια ήταν η ταχύτητά του, κατά την επιστροφή;

Έστω  $u$  η ταχύτητα του αυτοκινήτου και  $t$  ο χρόνος που χρειάζεται για να καλύψει την διαδρομή. Τα ποσά αυτά είναι αντιστρόφως ανάλογα διότι αν κινείται με διπλάσια ταχύτητα θα κάνει το μισό χρόνο για να φτάσει στον προορισμό του. Άρα θα έχουμε σταθερό γινόμενο οπότε  $u \cdot t = 95 \cdot 4 = 380km$ . Αν

$$t = 5 \text{ ώρες έχουμε } \frac{u \cdot \cancel{t}}{\cancel{t}} = \frac{380}{5} \Rightarrow u = 76km/h$$