
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

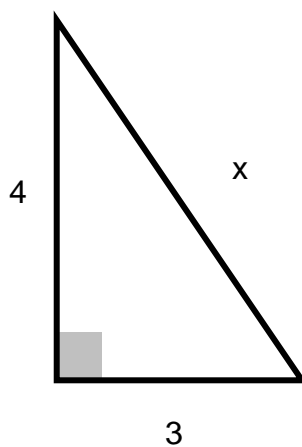
Πυθαγόρειο Θεώρημα

Ασκήσεις

● ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

1. Να υπολογίσετε το μήκος x , σε καθένα από τα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα:

α.



$$x^2 = 4^2 + 3^2$$

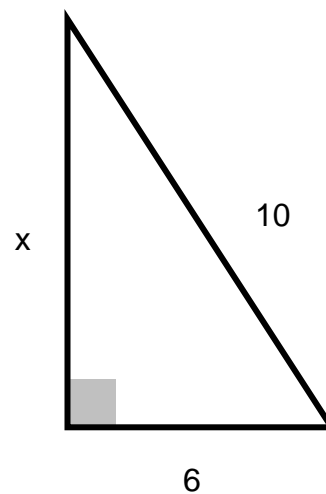
$$x^2 = 16 + 9$$

α. $x^2 = 25$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = 5$$

β.



$$x^2 + 6^2 = 10^2$$

$$x^2 + 36 = 100$$

β. $x^2 = 100 - 36$

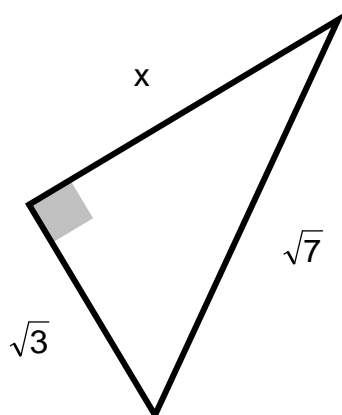
$$x^2 = 64$$

$$x = \sqrt{64}$$

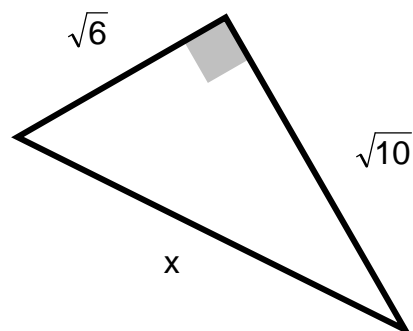
$$x = 8$$

2. Να υπολογίσετε το μήκος x , σε καθένα από τα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα:

α.



β.



α.

$$x^2 + \sqrt{6}^2 = \sqrt{10}^2$$

$$x^2 + 6 = 10$$

$$x^2 = 10 - 6$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \sqrt{4}$$

$$x = 2$$

β.

$$x^2 = \sqrt{6}^2 + \sqrt{10}^2$$

$$x^2 = 6 + 10$$

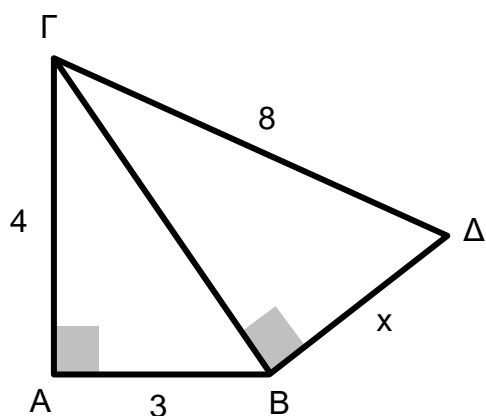
$$x^2 = 16$$

$$x = \sqrt{16}$$

$$x = 4$$

3. Να υπολογίσετε την πλευρά x σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα:

α.



α. πρώτα υπολογίζω με Π.Θ. την υποτείνουσα BG στο τρίγωνο $\triangle ABG$:

$$BG^2 = 4^2 + 3^2$$

$$BG^2 = 16 + 9$$

$$BG^2 = 25$$

$$BG = \sqrt{25}$$

$$BG = 5$$

και μετά υπολογίζω με Π.Θ. το x στο τρίγωνο $\triangle BGD$:

$$x^2 + 5^2 = 8^2$$

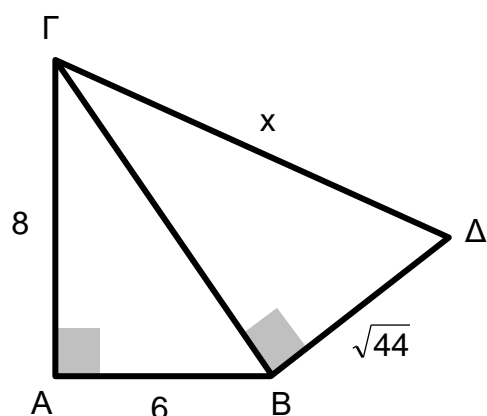
$$x^2 + 25 = 64$$

$$x^2 = 64 - 25$$

$$x^2 = 39$$

$$x = \sqrt{39}$$

β.



β. πρώτα υπολογίζω με Π.Θ. την υποτείνουσα BG στο τρίγωνο $\triangle ABG$:

$$BG^2 = 8^2 + 6^2$$

$$BG^2 = 64 + 36$$

$$BG^2 = 100$$

$$BG = \sqrt{100}$$

$$BG = 10$$

και μετά υπολογίζω με Π.Θ. το x στο τρίγωνο $\triangle BGD$:

$$x^2 = \sqrt{44}^2 + 10^2$$

$$x^2 = 44 + 100$$

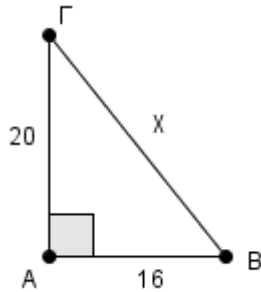
$$x^2 = 144$$

$$x = \sqrt{144}$$

$$x = 12$$

4. Μία πλευρά ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι 20 cm και μια άλλη πλευρά του 16 cm. Να υπολογίσετε το μήκος της τρίτης πλευράς (Υπόδειξη: Να εξετάσετε δύο περιπτώσεις).

α.



$$x^2 = 20^2 + 16^2$$

$$x^2 = 400 + 256$$

$$x^2 = 656$$

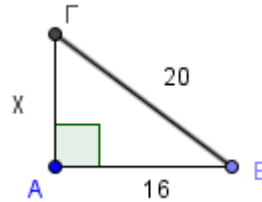
$$x = \sqrt{656}$$

$$x = \sqrt{16 \cdot 41}$$

$$x = \sqrt{16} \cdot \sqrt{41}$$

$$x = 4\sqrt{41} = 4 \cdot 6,403 = 25,612$$

β.



$$x^2 + 16^2 = 20^2$$

$$x^2 + 256 = 400$$

$$x^2 = 400 - 256$$

$$x^2 = 144$$

$$x = \sqrt{144}$$

$$x = 12$$

5. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB = AG = 13$ και $BΓ = 10$. Να υπολογίσετε το ύψος από την κορυφή A.

Το ύψος προς την βάση στο ισοσκελές τρίγωνο είναι και διάμεσος, άρα το Δ είναι μέσο του BΓ οπότε $BΔ = ΔΓ = 5$.

Υπολογίζω με Π.Θ. το χ στο τρίγωνο $AΔΓ$:

$$x^2 + 5^2 = 13^2$$

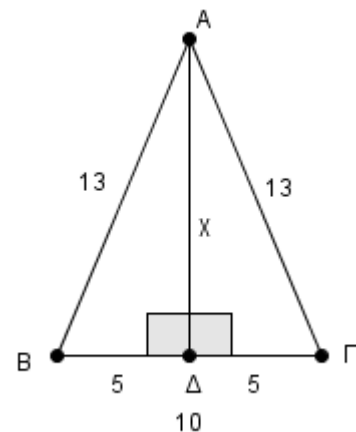
$$x^2 + 25 = 169$$

$$x^2 = 169 - 25$$

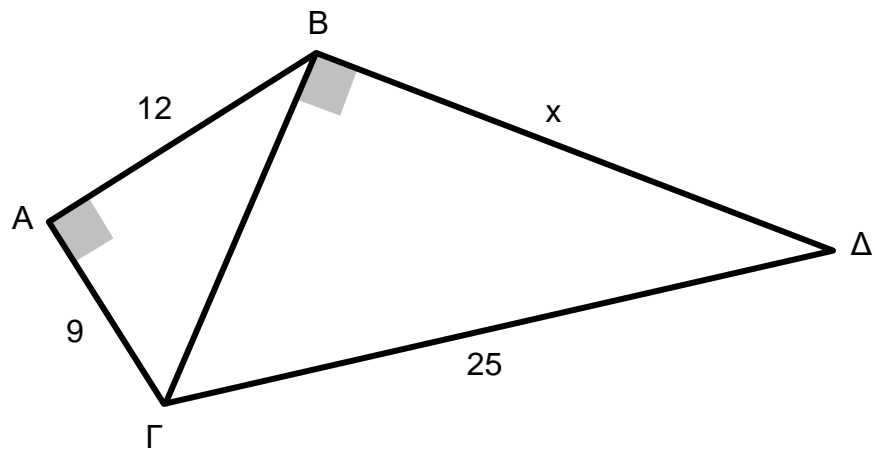
$$x^2 = 144$$

$$x = \sqrt{144}$$

$$x = 12$$



6. Να υπολογίσετε την πλευρά x στο παρακάτω σχήμα:



α. πρώτα υπολογίζω με Π.Θ. την
υποτείνουσα BΓ στο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$:

$$B\Gamma^2 = 9^2 + 12^2$$

$$B\Gamma^2 = 81 + 144$$

$$B\Gamma^2 = 225$$

$$B\Gamma = \sqrt{225}$$

$$B\Gamma = 15$$

και μετά υπολογίζω με Π.Θ. το x
στο τρίγωνο $\triangle B\Gamma\Delta$:

$$x^2 + 15^2 = 25^2$$

$$x^2 + 225 = 625$$

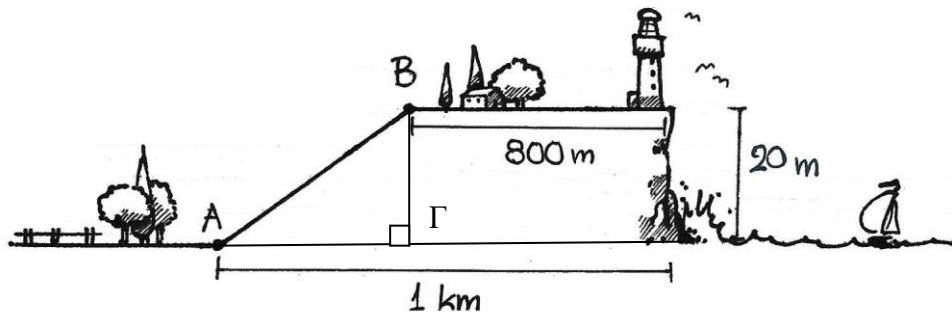
$$x^2 = 625 - 225$$

$$x^2 = 400$$

$$x = \sqrt{400}$$

$$x = 20$$

7. Μπορείτε να υπολογίσετε το μήκος του δρόμου AB;



Είναι $ΑΓ=1000-800=200\text{m}$ και $ΒΓ=20\text{m}$. Υπολογίζω με Π.Θ. την υποτείνουσα AB στο

τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$:

$$ΑΓ^2 = 20^2 + 200^2$$

$$ΑΓ^2 = 400 + 40000$$

$$ΑΓ^2 = 40400$$

$$ΑΓ = \sqrt{40400}$$

$$ΑΓ = \sqrt{400 \cdot 101}$$

$$ΑΓ = \sqrt{400} \cdot \sqrt{101}$$

$$ΑΓ = 20\sqrt{101}$$

$$ΑΓ = 20 \cdot 10,05$$

$$ΑΓ = 201\text{m}$$

● ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ

8. Να εξετάσετε εάν είναι ορθογώνια τα εξής τρίγωνα ABΓ με πλευρές:

α. $\alpha = 25 \text{ cm}, \beta = 20 \text{ cm}, \gamma = 15 \text{ cm}$

β. $\alpha = 10 \text{ m}, \beta = 12 \text{ m}, \gamma = 14 \text{ m}$

α. Παίρνω το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς $\alpha^2 = 25^2 = 625$

μετά παίρνω το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών

$$\beta^2 + \gamma^2 = 20^2 + 15^2 = 400 + 225 = 625$$

επειδή ισχύει $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$ σύμφωνα με το αντίστροφο του Π.Θ. το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά α και ορθή την γωνία \hat{A} .

β. Παίρνω το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς $\gamma^2 = 14^2 = 196$

μετά παίρνω το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών

$$\alpha^2 + \beta^2 = 10^2 + 12^2 = 100 + 144 = 244$$

επειδή δεν ισχύει $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$ σύμφωνα με το αντίστροφο του Π.Θ. το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ δεν είναι ορθογώνιο.

9. Να εξετάσετε εάν είναι ορθογώνια τα εξής τρίγωνα ABΓ με πλευρές:

α. $AB = 1$, $B\Gamma = \sqrt{2}$, $\Gamma A = \sqrt{3}$

β. $AB = \sqrt{10}$, $A\Gamma = \sqrt{12}$, $B\Gamma = \sqrt{23}$

α. Παίρνω το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς $\Gamma A^2 = \sqrt{3}^2 = 3$

μετά παίρνω το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών

$$AB^2 + B\Gamma^2 = 1^2 + \sqrt{2}^2 = 1 + 2 = 3$$

επειδή ισχύει $\Gamma A^2 = AB^2 + B\Gamma^2$ σύμφωνα με το αντίστροφο του Π.Θ. το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά ΓΑ και ορθή την γωνία \hat{B} .

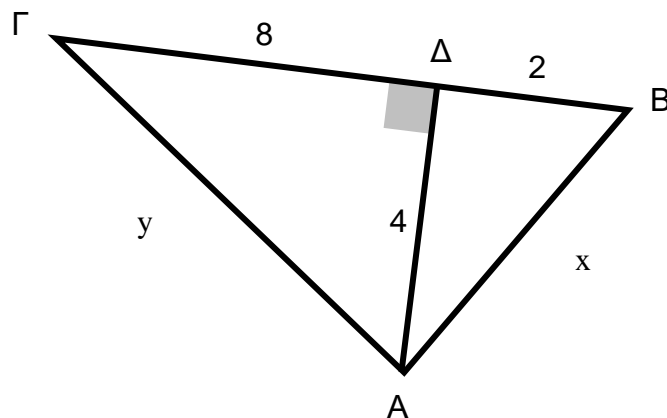
β. Παίρνω το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς $B\Gamma^2 = \sqrt{23}^2 = 23$

μετά παίρνω το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών

$$AB^2 + A\Gamma^2 = \sqrt{10}^2 + \sqrt{12}^2 = 10 + 12 = 22$$

επειδή δεν ισχύει $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$ σύμφωνα με το αντίστροφο του Π.Θ. το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ δεν είναι ορθογώνιο.

10. Να εξετάσετε αν το παρακάτω τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο. Αν δεν είναι δεν πειράζει.



α. Πρώτα υπολογίζω με Π.Θ. την υποτείνουσα $AB=x$ στο τρίγωνο $\triangle A\Delta B$: και μετά υπολογίζω με Π.Θ. την υποτείνουσα $AG=y$ στο τρίγωνο $\triangle A\Delta\Gamma$:

$$x^2 = 4^2 + 2^2$$

$$x^2 = 16 + 4$$

$$x^2 = 20$$

$$x = \sqrt{20}$$

$$y^2 = 4^2 + 8^2$$

$$y^2 = 16 + 64$$

$$y^2 = 80$$

$$y = \sqrt{80}$$

Στην συνέχεια στο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ παίρνω το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς
 $B\Gamma^2 = 10^2 = 100$

μετά παίρνω το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών

$$AB^2 + A\Gamma^2 = \sqrt{20}^2 + \sqrt{80}^2 = 20 + 80 = 100$$

επειδή ισχύει $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$ σύμφωνα με το αντίστροφο του Π.Θ. το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με υποτεινούσα την πλευρά $B\Gamma$ και ορθή την γωνία \hat{A} .