

Επαναληπτικό φυλλάδιο στην Άλγεβρα Γ΄ Γυμνασίου
Ασκήσεις στις ταυτότητες
Λύσεις

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(x + 5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$

β) $(3\alpha - \beta)^2 = (3\alpha)^2 - 2 \cdot 3\alpha \cdot \beta + \beta^2 = 9\alpha^2 - 6\alpha\beta + \beta^2$

γ) $(5x + 4)(5x - 4) = (5x)^2 - 4^2 = 25x^2 - 16$

δ) $(\psi + 2)^3 = \psi^3 + 3 \cdot \psi^2 \cdot 2 + 3 \cdot \psi \cdot 2^2 + 2^3 = \psi^3 + 6\psi^2 + 3 \cdot \psi \cdot 4 + 8 =$
 $\psi^3 + 6\psi^2 + 12\psi + 8$

ε) $(2x - 3)^3 = (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot (2x) \cdot 3^2 - 3^3 = 2^3 x^3 - 3 \cdot 2^2 \cdot x^2 \cdot 3$
 $+ 3 \cdot 2x \cdot 3^2 - 27 = 8x^3 - 3 \cdot 4 \cdot x^2 \cdot 3 + 6x \cdot 9 - 27 = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$

στ) $(x + \psi - 3\omega)^2 = [(x + \psi) - 3\omega]^2 = (x + \psi)^2 - 2(x + \psi) \cdot 3\omega + (3\omega)^2 =$
 $x^2 + 2x\psi + \psi^2 - 6\omega(x + \psi) + 9\omega^2 = x^2 + 2x\psi + \psi^2 - 6\omega x - 6\omega\psi + 9\omega^2$

η) $(3\alpha^2 - \beta^3)(\beta^3 + 3\alpha^2) = (3\alpha^2 - \beta^3)(3\alpha^2 + \beta^3) = (3\alpha^2)^2 - (\beta^3)^2 =$
 $= 3^2(\alpha^2)^2 - (\beta^3)^2 = 9\alpha^4 - \beta^6$

2. Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να ισχύουν οι ταυτότητες:

α) $(3x - 5)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5 + 25$

β) $(x + 7\psi)(x - 7\psi) = x^2 - (7\psi)^2$

γ) $(3 + 6\psi^3)^2 = 3^2 + 36x\psi^3 + (6\psi^3)^2$

3. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$(\alpha - \beta)^3 - 3\alpha\beta(\beta - \alpha) = \alpha^3 - \beta^3$

Απόδειξη:

$(\alpha - \beta)^3 - 3\alpha\beta(\beta - \alpha) = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3 - 3\alpha\beta^2 + 3\alpha^2\beta = \alpha^3 - \beta^3$

4. Χρησιμοποιήστε την κατάλληλη ταυτότητα για να υπολογίσετε το γινόμενο $31 \cdot 29 =$

$31 \cdot 29 = (30 + 1)(30 - 1) = 30^2 - 1^2 = 900 - 1 = 899$

5. Αφού κάνετε τις πράξεις να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της πιο κάτω παράστασης για $x = -3$.

$$\begin{aligned} A &= (3x + 1)^2 - (2x - 1)(2x + 1) - 3x(x - 2) = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 1 + 1^2 - [(2x)^2 - 1^2] - 3x^2 + 6x = \\ &= 3^2 x^2 + 6x + 1 - (2^2 x^2 - 1) - 3x^2 + 6x = 9x^2 + 6x + 1 - (4x^2 - 1) - 3x^2 + 6x = 9x^2 + 6x + 1 - 4x^2 + \\ &= 1 - 3x^2 + 6x = 9x^2 - 3x^2 - 4x^2 + 6x + 6x + 1 + 1 = 2x^2 + 12x + 2 \end{aligned}$$

Οπότε για $x = -3$ έχουμε:

$$\begin{aligned} A &= 2x^2 + 12x + 2 = 2(-3)^2 + 12(-3) + 2 = 2 \cdot 9 - 36 + 2 = 18 - 36 + 2 = \\ &= 18 + 2 - 36 = 20 - 36 = -16 \end{aligned}$$