3ο Επαναληπτικό φυλλάδιο στην Άλγεβρα Γ΄ Γυμνασίου
Ασκήσεις στη παραγοντοποίηση

Κοινός Παράγοντας

1. Να παραγοντοποιηθούν οι παρακάτω παραστάσεις :

i. $8x^2 - 4x = 4x(2x-1)$

ii. $12x^2y + 6xy^2 - 3xy = 3xy(4x+2y-1)$

iii. $4\kappa\lambda^2 - 10\kappa^2\lambda + 13\kappa\lambda = \kappa\lambda(4\lambda - 10\kappa + 13)$

iv. $9x^2y^2 - 15xy^3 + 21x^3y = 3xy(xy - 5y^2 + 7x^2)$

v. $15\alpha^3\beta^3\gamma^2 - 5\alpha^2\beta^3\gamma + 20\alpha^2\beta^3\gamma\delta = 5\alpha^2\beta^3\gamma(3\alpha\gamma - 1 + 4\delta)$

vi. $\beta(x+2y) + \gamma(x+2y) = (x+2y)(\beta+\gamma)$

vii. $2\alpha(\alpha-2\beta) + \alpha - 2\beta = 2\alpha(\alpha-2\beta) + (\alpha-2\beta) = (\alpha-2\beta)(2\alpha+1)$

viii. $5(x-2)(x-3) - x + 3 = 5(x-2)(x-3) - (x-3) = (x-3)[5(x-2)-1] =$
$= (x-3)(5x-10-1) = (x-3)(5x-11)$

ix. $3\kappa(\alpha-\beta+\gamma) - \lambda(\beta-\gamma-\alpha) = 3\kappa(\alpha-\beta+\gamma) + \lambda(-\beta+\gamma+\alpha) =$
$= 3\kappa(\alpha-\beta+\gamma) + \lambda(\alpha-\beta+\gamma) = (\alpha-\beta+\gamma)(3\kappa+\lambda)$

x.

xi. $(\alpha-\beta)(2x-y) - 2(\beta-\alpha)(y-2x) = (\alpha-\beta)(2x-y) + 2(-\beta+\alpha)(y-2x) =$
$(\alpha-\beta)(2x-y) + 2(\alpha-\beta)(y-2x) = (\alpha-\beta)[(2x-y)+2(y-2x)] =$
$(\alpha-\beta)(2x-y+2y-4x) = (\alpha-\beta)(-2x+y)$

xii. $2x^2y^3(\alpha-5\beta) - 4xy^2(5\beta-\alpha) = 2x^2y^3(\alpha-5\beta) + 4xy^2(-5\beta+\alpha) =$
$2x^2y^3(\alpha-5\beta) + 4xy^2(\alpha-5\beta) = 2xy^2(\alpha-5\beta)(xy+2)$

Ομαδοποίηση

2. Να παραγοντοποιηθούν οι παρακάτω παραστάσεις :

i. $3\chi - \alpha\psi - \alpha\chi + 3\psi = 3\chi - \alpha\chi + 3\psi - \alpha\psi = \chi(3-\alpha) + \psi(3-\alpha) = (3-\alpha)(\chi+\psi)$

ii. $\chi^3 - 5\chi^2 + 2\chi - 10 = \chi^2(\chi-5) + 2(\chi-5) = (\chi-5)(\chi^2+2)$

iii. $\alpha^2\gamma^2 - \alpha\gamma\delta + \alpha\beta\gamma - \beta\delta = \alpha\gamma(\alpha\gamma-\delta) + \beta(\alpha\gamma-\delta) = (\alpha\gamma-\delta)(\alpha\gamma+\beta)$

iv. $5\alpha x - 4\beta y + 5\alpha y - 4\beta x = 5\alpha x + 5\alpha y - 4\beta x - 4\beta y =$
$5\alpha(x+y) - 4\beta(x+y) = (x+y)(5\alpha-4\beta)$

v. $4\alpha y - 2\beta y + 2\alpha\omega - \beta\omega = 4\alpha y + 2\alpha\omega - 2\beta y - \beta\omega =$
$2\alpha(2y+\omega) - \beta(2y+\omega) = (2y+\omega)(2\alpha-\beta)$

vi. $x^3 - 5x^2 + 2x - 10 = x^2(x-5) + 2(x-5) = (x-5)(x^2+2)$

Διαφορά Τετραγώνων

3. Να γίνουν γινόμενο οι παραστάσεις :

i. $\alpha^2\text{-}16=\alpha^2\text{-}4^2=(\alpha-4)(\alpha+4)$

ii. $25-x^2=5^2-x^2=(5-x)(5+x)$

iii. $4x^2-9=2^2x^2-3^2=(2x)^2-3^2=(2x-3)(2x+3)$

iv. $36\psi^2-\ 0,49\psi^2=6^2\psi^2-\ 0,7^2\psi^2=(6\psi)^2-\ (0,7\psi)^2=$
$=(6\psi-0,7\psi)(6\psi+0,7\psi)=5,3\psi\cdot 6,7\psi=35,51\psi^2$

v. $36x^4-121y^2=6^2\left(x^2\right)^2-11^2y^2=\left[6\left(x^2\right)\right]^2-(11y)^2=\left(6x^2-11\right)\left(6x^2+11\right)=$
$\left(\sqrt{6}^2x^2-\sqrt{11}^2\right)\left(6x^2+11\right)=\left[\left(\sqrt{6}x\right)^2-\sqrt{11}^2\right]\left(6x^2+11\right)=$
$\left(\sqrt{6}x-\sqrt{11}\right)\left(\sqrt{6}x+\sqrt{11}\right)\left(6x^2+11\right)$

vi. $25\alpha^2x^2-16\beta^4=5^2\alpha^2x^2-4^2\left(\beta^2\right)^2=(5\alpha x)^2-\left(4\beta^2\right)^2=$
$\left(5\alpha x-4\beta^2\right)\left(5\alpha x+4\beta^2\right)$

vii. $\frac{49}{64}x^2-9=\frac{7^2}{8^2}x^2-3^2=\left(\frac{7}{8}\right)^2x^2-3^2=\left(\frac{7}{8}x\right)^2-3^2=$
$\left(\frac{7}{8}x-3\right)\left(\frac{7}{8}x+3\right)$

viii. $\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{25}y^2=\frac{1}{3^2}x^2-\frac{1}{5^2}y^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2x^2-\left(\frac{1}{5}\right)^2y^2=\left(\frac{1}{3}x\right)^2-\left(\frac{1}{5}y\right)^2=$
$\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{5}y\right)\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{5}y\right)$

ix. $(2x-3)^2-16=(2x-3)^2-4^2=(2x-3-4)(2x-3+4)=$
$(2x-7)(2x+1)$

x. $\kappa^2\lambda^4-9\mu^6=\kappa^2\left(\lambda^2\right)^2-3^2\left(\mu^3\right)^2=\left[\kappa\left(\lambda^2\right)\right]^2-\left[3\left(\mu^3\right)\right]^2=$
$\left(\kappa\lambda^2-3\mu^3\right)\left(\kappa\lambda^2+3\mu^3\right)$

xi. $(x\ -\ 3y)^2-\ (-x\ +\ 2y)^2=\left[(x\ -\ 3y)-(-x\ +\ 2y)\right]\left[(x\ -\ 3y)+(-x\ +\ 2y)\right]=$
$(x-3y+x-2y)(x-3y-x+2y)=(2x-5y)(-y)=-y(2x-5y)$

Τέλειο Τετράγωνο (1η και 2η ταυτότητα)

4. Να γίνουν γινόμενο οι παραστάσεις :

i. $x^2+2x+1=x^2+2\cdot x\cdot +1^2=(x+1)^2$

ii. $x^2-4x+4=x^2-2\cdot x\cdot 2+2^2=(x-2)^2$

iii. $-4x^2-4x-1=-(4x^2+4x+1)=-(2^2x^2+2\cdot 2x\cdot 1+1^2)=$
$-\left[(2x)^2+2\cdot 2x\cdot 1+1^2\right]=-(2x+1)^2$

iv. $\kappa^2-2\kappa\lambda+\lambda^2=(\kappa-\lambda)^2$

v. $4\alpha^2+12\alpha+9=2^2\alpha^2+2\cdot 2\alpha\cdot 3+3^2=(2\alpha+3)^2$

vi. $25\alpha^2-20\alpha\beta+4\beta^2=5^2\alpha^2-20\alpha\beta+2^2\beta^2=$
$(5\alpha)^2-2\cdot 5\alpha\cdot 2\beta+(2\beta)^2=(5\alpha-2\beta)^2$

vii. $100\alpha^2+\frac{45}{2}\alpha+\frac{81}{64}=10^2\alpha^2+\frac{45}{2}\alpha+\frac{9^2}{8^2}=$
$(10\alpha)^2+2\cdot 10\alpha\cdot\frac{9}{8}+\left(\frac{9}{8}\right)^2=\left(10\alpha+\frac{9}{8}\right)^2$

Κύβος Αθροίσματος / Διαφοράς

5. Να γίνουν γινόμενο οι παραστάσεις :

i. $x^3-3x^2+3x-1=x^3-3\cdot x^2\cdot 1+3\cdot x\cdot 1^2-1^3=(x-1)^3$

ii. $\alpha^3+6\alpha^2+12\alpha+8=\alpha^3+3\cdot\alpha^2\cdot 2+3\cdot\alpha\cdot 2^2+2^3=(a+2)^3$

iii. $8\alpha^3-12\alpha^2+6\alpha-1=2^3\alpha^3-3\cdot 2^2\alpha^2\cdot 1+3\cdot 2\alpha\cdot 1-1^3=$
$(2\alpha)^3-3\cdot(2\alpha)^2\cdot 1+3\cdot 2\alpha\cdot 1^2-1^3=(2a-1)^3$

iv. $\kappa^3+9\kappa^2+27\kappa+27=\kappa^3+3\cdot\kappa^2\cdot 3+3\cdot\kappa\cdot 3^2+3^3=(\kappa+3)^3$

v. $\psi^6+3\psi^4+3\psi^2+1=(\psi^2)^3+3\cdot(\psi^2)^2\cdot 1+3\cdot\psi^2\cdot 1^2+1^3=(\psi^2+1)^3$

vi. $(x+1)^3+3(x+1)^2+3(x+1)+1=$
$(x+1)^3+3\cdot(x+1)^2\cdot 1+3\cdot(x+1)\cdot 1^2+1^3=\left[(x+1)+1\right]^3=$
$(x+1+1)^3=(x+2)^3$

Τριώνυμο

6. Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα που ακολουθούν :

i. $x^2+6x-7=x^2+\left[7+(-1)\right]x+7(-1)=(x+7)\left[x+(-1)\right]=(x+7)(x-1)$

ii. x ² – 3x +2=

Βρίσκω την διακρίνουσα $\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=(-3)^2-4\cdot1\cdot2=9-8=1$

Βρίσκω τις ρίζες του τριωνύμου $\rho_{1,2}=\dfrac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{1}}{2\cdot1}=\dfrac{3\pm1}{2}=\begin{cases}\nearrow \dfrac{3+1}{2}=\dfrac{4}{2}=2\\ \searrow \dfrac{3-1}{2}=\dfrac{2}{2}=1\end{cases}$

Άρα $x^2-\ 3x\ +2=(x-2)(x-1)$

iii. $6x^2-5x+1=$

Βρίσκω την διακρίνουσα $\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma=(-5)^2-4\cdot6\cdot1=25-24=1$

Βρίσκω τις ρίζες του τριωνύμου

$$\rho_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{1}}{2\cdot6}=\frac{5\pm1}{12}=\begin{cases}\nearrow \dfrac{5+1}{12}=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}\\ \searrow \dfrac{5-1}{12}=\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}\end{cases}$$

Άρα

$$6x^2-5x+1=6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=2\left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot3\left(x-\frac{1}{3}\right)=$$
$$\left(2\cdot x-2\cdot\frac{1}{2}\right)\left(3\cdot x-3\cdot\frac{1}{3}\right)=(2x-1)(3x-1)$$

iv.

$$3x^2+12x+9=3\left(x^2+4x+3\right)=3\left(x^2+3x+x+3\right)=$$
$$3\left[x(x+3)+(x+3)\right]=3(x+3)(x+1)$$