ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κεφάλαιο 1ο Εξισώσεις - Ανισώσεις

1. Τι ονομάζεται Αριθμητική και τι Αλγεβρική παράσταση;

- Ονομάζεται Αριθμητική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις μεταξύ αριθμών.
- Ονομάζεται αλγεβρική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις μεταξύ αριθμών και μεταβλητών.

2. Τι ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης και τι αναγωγή ομοίων όρων της;

- Ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης τους προσθετέους της.
- Ονομάζουμε αναγωγή ομοίων όρων τη διαδικασία με την οποία γράφουμε σε απλούστερη μορφή μια αλγεβρική παράσταση.

3. Ποιες είναι οι οι τρείς πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α, β.

Οι τρείς πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α, β είναι:

$$\alpha=\beta,\quad \alpha<\beta,\quad \alpha>\beta$$

4. Ποιοι κανόνες ισχύουν για την ισότητα δύο αριθμών;

- Αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας προσθέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι ισότητα. Δηλαδή: *Αν* $\alpha=\beta$ *τότε* $\alpha+\gamma=\beta+\gamma$
- Αν από τα δυο μέλη μιας ισότητας αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι ισότητα. Δηλαδή: *Αν* $\alpha=\beta$ *τότε* $\alpha-\gamma=\beta-\gamma$
- Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας πολλαπλασιαστούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή: *Αν* $\alpha=\beta$ *τότε* $\alpha\cdot\gamma=\beta\cdot\gamma$
- Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας διαιρεθούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή: *Αν* $\alpha=\beta$ *και* $\gamma\neq 0$ *τότε* $\alpha:\gamma=\beta:\gamma$

5. Τι ονομάζουμε:

i. **εξίσωση;**

ii. **πρώτο και δεύτερο μέλος μιας εξίσωσης;**

iii. **γνωστούς και άγνωστους όρους μιας εξίσωσης;**

iv. **λύση (*ή ρίζα*) μιας εξίσωσης;**

v. **επίλυση μιας εξίσωσης;**

i. Ονομάζουμε εξίσωση μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα άγνωστο (μια μεταβλητή).

ii. Ονομάζουμε πρώτο μέλος της εξίσωσης το μέρος της που βρίσκεται αριστερά του ίσον και δεύτερο μέλος της εξίσωσης το μέρος της που βρίσκεται δεξιά του ίσον.

iii. Ονομάζουμε γνωστούς όρους μιας εξίσωσης τους όρους που δεν περιέχουν τον άγνωστο και άγνωστους όρους αυτούς που τον περιέχουν.

iv. Ονομάζουμε λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης την τιμή του αγνώστου που επαληθεύει την εξίσωση.

v. Ονομάζουμε επίλυση μιας εξίσωσης την διαδικασία που κάνουμε για να βρούμε την λύση (ρίζα) της.

12. Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε αόριστη(ή ταυτότητα);

- Μια εξίσωση λέγεται αδύνατη όταν η τελική μορφή της είναι

$$0 \cdot x = \beta \ (\beta \neq 0)$$

- Μια εξίσωση λέγεται αόριστη (ή ταυτότητα) όταν η τελική μορφή της είναι:

$$0 \cdot x = 0$$

13. Τί εννοούμε όταν γράφουμε $\alpha \leq \beta$, και πως το διαβάζουμε;

Γράφουμε $\alpha \leq \beta$, όταν $\alpha = \beta$ ή $\alpha < \beta$ και διαβάζουμε « το α είναι μικρότερο ή ίσο του β»

14. Τι συμπέρασμα βγάζετε αν σας πουν ότι ισχύουν συγχρόνως οι σχέσεις:

$\alpha \leq \beta$ και $\alpha \geq \beta$

$$Αν\ \alpha \leq \beta,\ και\ \alpha \geq \beta\ \ τότε\ \alpha = \beta$$

15. Να διατυπώσετε τις ιδιότητες των ανισοτήτων

- Αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό προκύπτει ανισότητα ίδιας φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

Αν $\alpha < \beta$ τότε $\alpha + \gamma < \beta + \gamma$ και $\alpha - \gamma < \beta - \gamma$

- Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο θετικό αριθμό προκύπτει ανισότητα ίδιας φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma > 0$ τότε $\alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$

Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma > 0$ τότε $\alpha : \gamma < \beta : \gamma$

- Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο αρνητικό αριθμό προκύπτει ανισότητα αντίθετης φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $\alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$

Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $\alpha : \gamma > \beta : \gamma$

10. Τι ονομάζουμε ανίσωση και τι λύσεις της ανίσωσης ;

- Ονομάζουμε ανίσωση μια ανισότητα που περιέχει μια μεταβλητή και επαληθεύετε για ένα σύνολο τιμών της μεταβλητής αυτής.
- Ονομάζουμε λύσεις της ανίσωσης τις τιμές της μεταβλητής που επαληθεύουν την ανίσωση.

Κεφάλαιο 2ο Πραγματικοί αριθμοί

11. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού και ποιες οι ιδιότητες της;

Ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α και συμβολίζεται $\sqrt{\alpha}$ ένας θετικός αριθμός **x** που όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον αριθμό α Δηλαδή:

Αν $\sqrt{\alpha} = x$, όπου $\alpha \geq 0$ τότε $x \geq 0$ και $x^2 = \alpha$

Οι ιδιότητες της ρίζας είναι:

i. $\sqrt{0} = 0$

ii. $\sqrt{\alpha}^2 = \alpha \qquad (\alpha \geq 0)$

iii. $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} \quad (\alpha, \beta \geq 0)$

iv. $\sqrt{\dfrac{\alpha}{\beta}} = \dfrac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} \qquad (\alpha \geq 0, \beta > 0)$

v. $\sqrt{\alpha^2} = |\alpha| \qquad (\alpha \geq 0)$

12. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ρητοί, άρρητοι, πραγματικοί;

- Ονομάζονται ***ρητοί*** οι αριθμοί της μορφής $\dfrac{\mu}{\nu}$, όπου μ, ν ακέραιοι και $\nu \neq 0$.
- Ονομάζονται ***άρρητοι*** οι αριθμοί που δεν είναι ρητοί.
- Ονομάζονται ***πραγματικοί*** οι ***ρητοί*** και οι ***άρρητοι*** μαζί.

13. Πότε μια ευθεία ονομάζεται άξονας των πραγματικών αριθμών;

Ονομάζεται άξονας των πραγματικών αριθμών μια ευθεία σε κάθε σημείο της οποίας αντιστοιχεί ένας πραγματικός αριθμός και σε κάθε πραγματικό αριθμό αντιστοιχεί ένα σημείο της ευθείας.

Κεφάλαιο 3ο Συναρτήσεις

14. Τι ονομάζεται συνάρτηση και τη πίνακας τιμών της;

- Ονομάζεται συνάρτηση μια σχέση δύο μεταβλητών ***x, y*** τέτοια ώστε ***κάθε τιμή της μεταβλητής x*** να αντιστοιχίζεται ***σε μια μόνο τιμή της μεταβλητής y.***
- Ονομάζεται ***πίνακας τιμών μιας συνάρτησης*** ο πίνακας που περιέχει ζεύγη αντιστοίχων τιμών των μεταβλητών της.

15. Τι ονομάζεται ορθοκανονικό σύστημα αξόνων (Σύστημα ορθογωνίων αξόνων) και τι συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη) σημείου;

- Ονομάζεται ***ορθοκανονικό σύστημα αξόνων*** (Σύστημα ορθογωνίων αξόνων) ένα σύστημα από δύο κάθετους άξονες με κοινή αρχή στους οποίους οι μονάδες έχουν το ίδιο μήκος.

- Ονομάζονται ***συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη)*** σημείου ένα μοναδικό για κάθε σημείο ζευγάρι αριθμών ***(α, β)*** που αντιστοιχίζεται στο σημείο και μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε την θέση του στο επίπεδο που είναι εφοδιασμένο με ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Το ***α*** ονομάζεται ***τετμημένη*** και το ***β τεταγμένη*** του σημείου.

16. Τι ονομάζουμε τεταρτημόρια;

Τεταρτημόρια ονομάζουμε τις ***4 ορθές γωνίες*** που ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων χωρίζει το επίπεδο.

17. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;

Έστω ότι έχουμε μία συνάρτηση με την οποία ένα μέγεθος y εκφράζεται ως συνάρτηση ενός άλλου μεγέθους x. Ονομάζουμε ***γραφική παράσταση*** της συνάρτησης αυτής σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου με συντεταγμένες (x, y).

18. Τι γνωρίζετε για τις συντεταγμένες των σημείων των αξόνων x΄x και y΄y σ' ένα ορθοκανονικό σύστημα;

Τα σημεία του x΄x έχουν τεταγμένη μηδέν και τα σημεία του y΄y έχουν τετμημένη μηδέν.

19. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;

Δύο ποσά λέγονται ***ανάλογα,*** *εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.*

20. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης y = αx και από που διέρχεται;

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha x$ είναι μία ευθεία που διέρχεται την αρχή Ο των αξόνων.

21. Τι εννοούμε όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση y = αx ή πιο απλά η ευθεία y = αx ;

Όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y = \alpha x$ ή πιο απλά η ευθεία $y = \alpha x$ εννοούμε την ευθεία που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha x$.

22. Ποια είναι η εξίσωση του άξονα x΄x;

Ο άξονας x΄x είναι η ευθεία με εξίσωση y = 0x, δηλαδή y = **0**.

23. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας y = αx ;

Ονομάζεται ***κλίση της ευθείας*** $y = \alpha x$ ο σταθερός λόγος $\frac{y}{x} = \alpha$ με $x \neq 0$.

24. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης y = αx + β και από που διέρχεται ;

Η γραφική παράσταση της $y = \alpha x + \beta$, $\beta \neq 0$ είναι μια ευθεία παράλληλη της ευθείας με εξίσωση $y = \alpha \chi$, που διέρχεται από το σημείο $(0, \beta)$ του άξονα *y΄y*.

25. Τι εννοούμε όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση y=αx+β ή απλούστερα η ευθεία y=αx+β;

Όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y = \alpha x + \beta$ ή πιο απλά η ευθεία $y = \alpha x + \beta$ εννοούμε την ευθεία που είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \alpha x + \beta$.

26. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας y = αx + β;

Ονομάζεται ***κλίση της ευθείας*** $y = \alpha x + \beta$ ο αριθμός α.

27. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$;

Μα εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$ παριστάνει ευθεία.

28. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής:

i. $\alpha x + \beta y = \gamma$ ($\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$); ii. $y = \kappa$; iii. $x = \lambda$; iv. $x = 0$ v. $y = 0$

i. Μα εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta y = \gamma$ παριστάνει ευθεία.

ii. *Η ΕΞΙΣΩΣΗ* $y = \mathrm{K}$ *ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΕΥΘΕΙΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ* $x'x$

iii. *Η ΕΞΙΣΩΣΗ* $x = \Lambda$ *ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΕΥΘΕΙΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ* $y'y$

iv. *Η ΕΥΘΕΙΑ* $y = 0$ *ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ* $x'x$.

iv. *Η ΕΥΘΕΙΑ* $x = 0$ *ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ* $y'y$.

29. Ποια είναι τα σημεία τομής της ευθείας $\alpha x + \beta y = \gamma$ με $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$ με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

ΤΑ ΣΗΜΕΙΑ Α *ΚΑΙ* Β *ΣΤΑ ΟΠΟΙΑ Η ΕΥΘΕΙΑ* $\alpha x + \beta y = \gamma$ *ΜΕ* $\alpha \neq 0$ *και* $\beta \neq 0$ *ΤΕΜΝΕΙ ΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ* $x'x$, *ΚΑΙ* $y'y$, *ΕΧΟΥΝ:*

ΤΟ Α *ΕΧΕΙ ΤΕΤΑΓΜΕΝΗ* $y = 0$ *ΚΑΙ ΤΕΤΜΗΜΕΝΗ* x με $\alpha x + \beta \cdot 0 = \gamma$ ή $x = \dfrac{\gamma}{\alpha}$.

ΤΟ Β *ΕΧΕΙ ΤΕΤΜΗΜΕΝΗ* $x = 0$ *ΚΑΙ ΤΕΤΑΓΜΕΝΗ* y με $\alpha \cdot 0 + \beta \cdot y = \gamma$ ή $y = \dfrac{\gamma}{\beta}$.

30. Πότε δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα;

*Δύο ποσά λέγονται **αντιστρόφως ανάλογα,** εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να διαιρούνται με τον ίδιο αριθμό.*

31. Πότε δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα και τι προκύπτει απ' αυτό;

*Δύο ποσά **x** και **y** είναι **αντιστρόφως ανάλογα** το γινόμενο των αντίστοιχων τιμών τους είναι σταθερό. Δηλαδή* $x \cdot y = \alpha$. ($\alpha \neq 0$).

Από τη σχέση $x \cdot y = \alpha$ *με* $\alpha \neq 0$ προκύπτει ότι το $y = \dfrac{\alpha}{x}$ εκφράζεται ως συνάρτηση του x.

32. Πως λέγεται η γραφική της συνάρτησης $y = \dfrac{\alpha}{x}$ με $\alpha \neq 0$;

Η γραφική της συνάρτησης $y = \dfrac{\alpha}{x}$ **με** $\alpha \neq 0$ **είναι** μια καμπύλη γραμμή που

ονομάζεται *υπερβολή* και αποτελείται ***από δύο κλάδους*** που βρίσκονται:

- Στο ***1ο*** και στο ***3ο*** τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $\alpha > 0$.
- Στο ***2ο*** και στο ***4ο*** τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $\alpha < 0$.

33. Ποιες είναι οι ιδιότητες της υπερβολής;

Η υπερβολή:

- δεν τέμνει ποτέ τους ***ημιάξονες Οx και Οy,*** διότι οι συντεταγμένες των σημείων της δεν παίρνουν ποτέ την τιμή ***0***.
- Έχει ***κέντρο συμμετρίας*** την αρχή ***Ο*** των αξόνων.
- ***Άξονες συμμετρίας*** τις διχοτόμους των γωνιών των αξόνων, δηλαδή τις ευθείες με εξισώσεις $y = x$ και $y = -x$.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ –ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

Κεφάλαιο 1ο Εμβαδά επιπέδων σχημάτων

34. Τι ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας και από τι εξαρτάται;

Ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας ο θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

35. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης εμβαδού και ποια η σχέση που τις συνδέει;

Μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:

- Το τετραγωνικό μέτρο, (m^2) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1m.
- Το τετραγωνικό δεκατόμετρο, ($1dm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1dm.
- Το τετραγωνικό εκατοστόμετρο, ($1cm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1cm.
- Το τετραγωνικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1mm.

$$1m^2 = 100dm^2 = 10000cm^2 = 1000000mm^2$$

Άλλες μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:

- Το τετραγωνικό χιλιόμετρο, ($1km^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά 1km.

$$1km^2 = 1km \cdot 1km = 1000m \cdot 1000m = 1.000.000m^2$$

- Το στρέμμα το οποίο ισούται με $1000m^2$ και χρησιμοποιείται κυρίως για τη μέτρηση των εμβαδών οικοπέδων και κτημάτων.

36. Με τι ισούται το εμβαδόν τετραγώνου, ορθογωνίου, παραλληλογράμμου, τριγώνου, ορθογωνίου τριγώνου, τραπεζίου;

- Το εμβαδόν ενός ***τετραγώνου*** πλευράς α ισούται με $α^2$.
- Το εμβαδόν ενός ***ορθογωνίου*** με πλευρές ***α, β*** ισούται με ***α · β***.
- Το εμβαδόν ενός ***παραλληλογράμμου*** είναι ίσο με ***ΤΟ*** γινόμενο μίας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.
- Το εμβαδόν ενός ***τριγώνου*** είναι ίσο με το μισό του γινομένου μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύφος.
- Το εμβαδόν ενός ***ορθογωνίου τριγώνου*** είναι ίσο με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών του.
- Το εμβαδόν ενός ***τραπεζίου*** είναι ίσο με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του με το ύψος του.

37. Τι λέει το Πυθαγόρειο θεώρημα και τι το αντίστροφο του;

- Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο καθέτων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας .
- Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.

Κεφάλαιο 2ο Τριγωνομετρία Διανύσματα

38. Τι ονομάζουμε λόγο δύο ευθυγράμμων τμημάτων;

Ονομάζουμε λόγο δύο ευθυγράμμων τμημάτων, που έχουν μετρηθεί με την ίδια μονάδα μέτρησης, τον λόγο των μηκών τους.

39. Τι ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ο λόγος της απέναντι στην οξεία κάθετης πλευράς προς την προσκείμενη στην οξεία κάθετη πλευρά.

40. Με τι ισούται η κλίση α της ευθείας με εξίσωση $y = αx$.

Η κλίση α της ευθείας με εξίσωση $y = αx$ είναι ίση με την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα x΄x.

41. Τι ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ο λόγος της απέναντι στην οξεία κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.

42. Τι ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ο λόγος της προσκείμενης στην οξεία κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.

43. **Πως μεταβάλλεται το συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου όταν μεταβάλλεται η γωνία; *(Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας)***

- Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία ελαττώνεται το συνημίτονο της.

Αιτιολόγηση

- Στα ορθογώνια τρίγωνα ΔΑΟ ($\hat{\Delta} = 90°$), ΕΒΟ($\hat{E} = 90°$), ΖΓΟ($\hat{Z} = 90°$), έχουμε:

$\omega < \varphi < \theta$

και

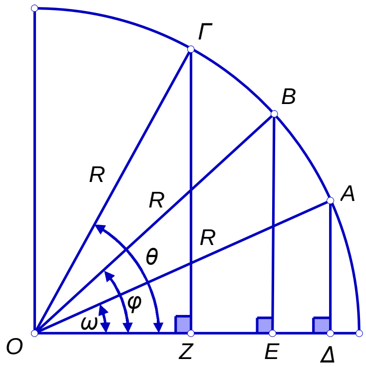
$συνω = \frac{ΟΔ}{ΟΑ}$, $συνφ = \frac{ΟΕ}{ΟΒ}$, $συνθ = \frac{ΟΖ}{ΟΓ}$

Επειδή

ΟΑ = ΟΒ = ΟΓ = R και ΟΔ > ΟΕ > ΟΖ

θα είναι

$\frac{ΟΔ}{R} > \frac{ΟΕ}{R} > \frac{ΟΖ}{R}$, άρα συνω > συνφ > συνθ



44. **Πως μεταβάλλεται το ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου όταν μεταβάλλεται η γωνία; *(Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας)***

- Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία αυξάνεται και το ημίτονο της.

Αιτιολόγηση

- Στα ορθογώνια τρίγωνα ΔΑΟ ($\hat{\Delta} = 90°$), ΕΒΟ($\hat{E} = 90°$), ΖΓΟ($\hat{Z} = 90°$), έχουμε:

$\omega < \varphi < \theta$

και

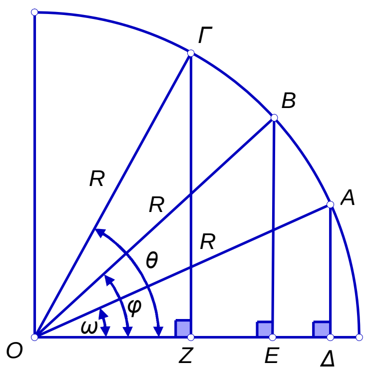
$ημω = \frac{ΑΔ}{ΟΑ}$, $ημφ = \frac{ΒΕ}{ΟΒ}$, $ημθ = \frac{ΓΖ}{ΟΓ}$

Επειδή

ΟΑ = ΟΒ = ΟΓ = R και ΑΔ < ΒΕ < ΓΖ

θα είναι

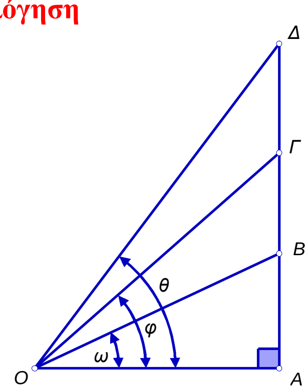
$\frac{ΑΔ}{R} < \frac{ΒΕ}{R} < \frac{ΓΖ}{R}$, άρα ημω < ημφ < ημθ



45. **Πως μεταβάλλεται η εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου όταν μεταβάλλεται η γωνία; *(Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας)***

- Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία αυξάνεται και η εφαπτομένη της.

Αιτιολόγηση



- Στα ορθογώνια τρίγωνα ΑΟΒ($\hat{A} = 90°$), ΑΟΓ($\hat{A} = 90°$), ΑΟΔ($\hat{A} = 90°$), έχουμε:

  $\omega < \varphi < \theta$

  και

  $\frac{AB}{AO} < \frac{A\Gamma}{AO} < \frac{A\Delta}{AO} <$ δηλαδή

  εφω< εφφ < εφθ

46. Τι τιμές παίρνει το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου και γιατί;

Για το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ω ισχύουν οι ανισότητες:

$$0 < \eta\mu\omega < 1 \quad \text{και} \quad 0 < \sigma\upsilon\nu\omega < 1$$

Αυτό συμβαίνει γιατί κάθε κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου είναι μικρότερη από την υποτείνουσα οπότε οι λόγοι:

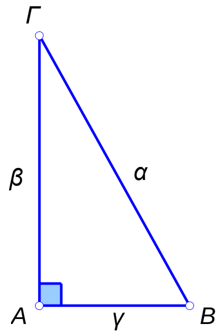
$$\frac{\textit{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\textit{υποτείνουσα}} \quad \text{και} \quad \frac{\textit{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\textit{υποτείνουσα}}$$

είναι μικρότεροι της μονάδας για οποιαδήποτε οξεία γωνία.

47. Να δείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90°$)

α. $\eta\mu^2 B + \sigma\upsilon\nu^2 B = 1$ **β.** $\varepsilon\varphi B = \frac{\eta\mu B}{\sigma\upsilon\nu B}$

Αιτιολόγηση



α. $\eta\mu^2 B + \sigma\upsilon\nu^2 B = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^2 = \frac{\beta^2}{\alpha^2} + \frac{\gamma^2}{\alpha^2} = \frac{\beta^2+\gamma^2}{\alpha^2} = 1$

β. $\frac{\eta\mu B}{\sigma\upsilon\nu B} = \frac{\frac{\beta}{\alpha}}{\frac{\gamma}{\alpha}} = \frac{\alpha\beta}{\alpha\gamma} = \frac{\beta}{\gamma} = \varepsilon\varphi B$

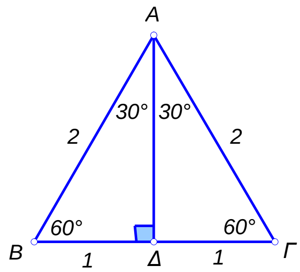
48. Πως υπολογίζουμε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των 30° 45° 60°;

- ***Υπολογισμός των τριγωνομετρικών αριθμών των 30° 60°***

Κατασκευάζουμε ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές ΑΒ = ΒΓ = ΑΓ = 2 .

Φέρνουμε το ύψος ΑΔ που είναι και διάμεσος οπότε ΒΔ = ΔΓ = 1

και διχοτόμος της γωνίας Α οπότε $\widehat{BA\Delta} = \widehat{\Gamma A\Delta} = 30^o$



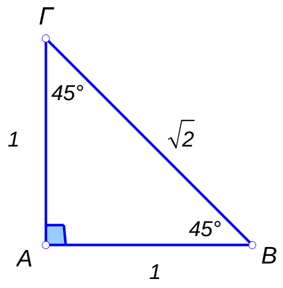
Στο τρίγωνο ΑΒΔ($\hat{\Delta} = 90°$) έχουμε:

$A\Delta^2 = AB^2 - A\Delta^2 \Leftrightarrow A\Delta^2 = 2^2 - 1^2 \Leftrightarrow A\Delta^2 = 3 \Leftrightarrow A\Delta = \sqrt{3}$

$\eta\mu 30° = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\varepsilon\varphi 30° = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\eta\mu 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\ 60° = \frac{1}{2}$, $\varepsilon\varphi 30° = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

♦ ***Υπολογισμός των τριγωνομετρικών αριθμών των 45°***



Κατασκευάζουμε ορθογώνιο και ισοσκελές

τρίγωνο ΑΒΓ με ($\widehat{A} = 90°$) , ΑΒ = ΑΓ = 1

τότε $ΒΓ^2 = ΑΒ^2 + ΑΓ^2 \Leftrightarrow$

$ΒΓ^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow ΒΓ^2 = 2 \Leftrightarrow ΒΓ = \sqrt{2}$

$ημ\,45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $συν\,45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $εφ45° = \dfrac{1}{1} = 1$

49. Ποια μεγέθη ονομάζονται βαθμωτά ή μονόμετρα και ποια διανυσματικά;

Ονομάζονται βαθμωτά ή μονόμετρα τα μεγέθη που προσδιορίζονται πλήρως αν δοθεί μόνο το μέτρο τους.

Ονομάζονται διανυσματικά τα μεγέθη που προσδιορίζονται πλήρως αν δοθεί το μέτρο τους και η κατεύθυνση τους.

50. Τι είναι διάνυσμα πως παριστάνεται και πως συμβολίζεται;

Το διάνυσμα είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα με ορισμένη αρχή και ορισμένο τέλος.

Το διάνυσμα με αρχή το σημείο Α και τέλος το σημείο Β παριστάνεται με ένα βέλος που η μεν αρχή του συμπίπτει με το σημείο Α και ονομάζεται σημείο εφαρμογής του διανύσματος το δε τέλος του (μύτη του βέλους) με το σημείο Β.

Το διάνυσμα με αρχή το σημείο Α και τέλος το σημείο Β συμβολίζεται με $\overrightarrow{AB}$

51. Ποια είναι τα στοιχεία ενός διανύσματος;

Σε ένα διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ διακρίνουμε:

- Τη ***διεύθυνση*** που είναι η ευθεία που ορίζουν τα άκρα Α, Β του διανύσματος και κάθε άλλη ευθεία παράλληλη προς αυτή.
- Τη ***φορά*** που είναι ο τρόπος που κινούμαστε για να πάμε από την αρχή Α στο τέλος του Β διανύσματος.
- Το ***μέτρο*** του που συμβολίζεται με $|\overrightarrow{AB}|$ και είναι το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ.
- Η ***διεύθυνση*** και η ***φορά*** μαζί καθορίζουν την ***κατεύθυνση*** του διανύσματος

52. Πότε δύο διανύσματα λέγονται ίσα και πότε αντίθετα;

- Δύο διανύσματα λέγονται ίσα, όταν έχουν την ίδια διεύθυνση, την ίδια φορά και ίσα μέτρα.
- Δύο διανύσματα είναι αντίθετα, όταν έχουν την ίδια διεύθυνση, ίσα μέτρα και αντίθετη φορά.

53. Τι ονομάζεται μηδενικό διάνυσμα και ποιες οι ιδιότητες του;

- Ονομάζεται **μηδενικό διάνυσμα ΚΑΙ ΣΥΜΒΟΛΙΖΕΤΑΙ $\vec{0}$ ΕΝΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑ ΤΟΥ ΟΠΟΙΟΥ Η ΑΡΧΗ ΚΑΙ ΤΟ ΤΕΛΟΣ (ΠΕΡΑΣ) ΤΑΥΤΙΖΟΝΤΑΙ.**

- **ΤΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΔΥΟ ΑΝΤΙΘΕΤΩΝ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ ΕΙΝΑΙ ΜΗΔΕΝΙΚΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑ.**
- **ΤΟ ΜΗΔΕΝΙΚΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑ ΕΙΝΑΙ ΕΝΑ ΣΗΜΕΙΟ, ΟΠΟΤΕ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΟΥΤΕ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΟΥΤΕ ΦΟΡΑ. ΤΟ ΜΕΤΡΟ ΤΟΥ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟ ΜΕ 0. ΔΗΛΑΔΗ:** $|\vec{0}| = 0$.

Κεφάλαιο 3^{o} Μέτρηση κύκλου

54. Τι ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία και τι αντίστοιχο τόξο της;

- Ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία η γωνία που η κορυφή της είναι σημείο του κύκλου και οι πλευρές της τέμνουν τον κύκλο.
- Ονομάζεται αντίστοιχο τόξο εγγεγραμμένης γωνίας το τόξο που περιέχεται στις πλευρές της. (Λέμε ακόμη ότι η γωνία βαίνει στο τόξο αυτό)

55. Ποιες προτάσεις ισχύουν για τις εγγεγραμμένες γωνίες;

- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με το μισό της επίκεντρης γωνίας που έχει ίσο με αυτή αντίστοιχο τόξο.
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία σε μοίρες είναι ίση με το μισό του αντίστοιχου τόξου της.
- Εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι ίσες.
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.

56. Τι ονομάζεται:

i. **κανονικό πολύγωνο;**

ii. **περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολυγώνου;**

iii. **κέντρο κανονικού πολυγώνου;**

iv. **κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου;**

v. **απόστημα κανονικού πολυγώνου;**

i. Ονομάζεται κανονικό πολύγωνο το πολύγωνο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ίσες.

ii. Ονομάζεται περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολυγώνου ο κύκλος που περνά απ' όλες τις κορυφές του.

iii. Ονομάζεται κέντρο κανονικού πολυγώνου το κέντρο του περιγεγραμμένου του κύκλου.

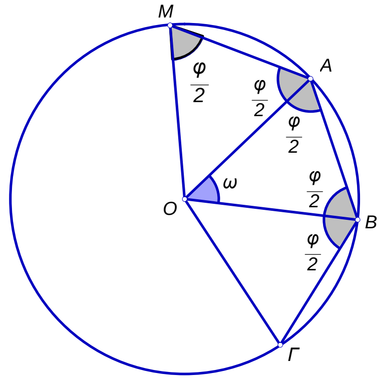
iv. Ονομάζεται κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου (ν - γώνου) κάθε μια από τις ν ίσες επίκεντρες γωνίες (ω) με τις οποίες χωρίζουμε τον περιγεγραμμένο στο πολύγωνο κύκλο. Δηλαδή είναι $\omega = \frac{360°}{\nu}$

v. Ονομάζεται απόστημα κανονικού πολυγώνου η απόσταση του κέντρου του από την πλευρά του.

57. Ποια σχέση συνδέει τη γωνία φ και την κεντρική γωνία ω ενός κανονικού **πολυγώνου (ν - γώνου).** ***(Αιτιολόγηση)***

Η ΓΩΝΙΑ Φ ΕΝΟΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΥ Ν-ΓΩΝΟΥ ΕΙΝΑΙ ΠΑΡΑΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΗ ΤΗΣ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΓΩΝΙΑΣ Ω ΤΟΥ.

Αιτιολόγηση



Ενώνουμε το κέντρο του ν - γώνου με τις κορυφές του, οπότε σχηματίζονται ν ίσα ισοσκελή τρίγωνα.

Σε καθένα από τα τρίγωνα αυτά οι προσκείμενες στη βάση γωνίες είναι ίσες με $\frac{\varphi}{2}$. Στο τρίγωνο ΟΑΒ θα έχουμε:

$\omega + \frac{\varphi}{2} + \frac{\varphi}{2} = 180°$, οπότε $\omega + \varphi = 180°$.

58. Ποιοι οι τύποι που μας δίνουν το μήκος (L) του κύκλου (Ο, ρ).

$L = 2\pi\rho$ ή $L = \delta\pi$ όπου δ η διάμετρος του κύκλου (Ο, ρ)

59. Τι ονομάζουμε ακτίνιο (rad) σε κύκλο (Ο, ρ);

Ονομάζουμε ακτίνιο (rad) σε κύκλο (Ο, ρ) **το τόξο μήκους ίσο με την ακτίνα ρ του κύκλου.**

60. Να υπολογιστεί το μήκος l ενός τόξου μ°.

Υπολογισμός

Το τόξο 360 ° έχει μήκος 2πρ

Το τόξο μ° έχει μήκος ℓ

Τα ποσά είναι ανάλογα και επομένως έχουμε :

$$\frac{\mu}{360} = \frac{\ell}{2\pi\rho} \text{ ή } \ell = \frac{\pi\rho\mu}{180}$$

61. Ποιος τύπος που μας δίνει το μήκος l ενός τόξου α rad;

Το μήκος **l** ενός τόξου μετρημένο σε ακτίνια δίνεται από τον τύπο **l** = αρ

62. Ποια σχέση συνδέει τις μοίρες με τα ακτίνια του ίδιου τόξου; *(Αιτιολόγηση)*

Το μέτρο ℓ ενός τόξου μ° και α ακτινίων(rad) είναι αντίστοιχα:

$$\ell = \frac{\pi\rho\mu}{180} \qquad (1)$$

$$\ell = \alpha\rho \qquad (2)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει ότι $\frac{\pi\rho\mu}{180} = \alpha\rho$ οπότε $\frac{\mu}{180} = \frac{\alpha}{\pi}$

63. Ποιοι οι τύποι για το εμβαδόν (Ε) του κυκλικού δίσκου (Ο, ρ);

και $E = \pi\rho^2$ ή $E = \pi \dfrac{\delta^2}{4}$ όπου δ η διάμετρος του κύκλου (Ο, ρ)

64. Τι ονομάζεται κυκλικός τομέας;

Ονομάζεται κυκλικός τομέας το μέρος του κυκλικού δίσκου που περικλείετε από μια επίκεντρη γωνία του και το αντίστοιχο της τόξο.

65. Να υπολογιστεί το εμβαδόν κυκλικού τομέα *ε* επίκεντρης γωνίας (μ°)

Υπολογισμός

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 360 ° έχει εμβαδόν $\pi\rho^2$

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία μ° έχει εμβαδόν *ε*

Τα ποσά είναι ανάλογα και επομένως έχουμε, $\dfrac{\varepsilon}{\mu} = \dfrac{\pi\rho^2}{360}$ ή $\varepsilon = \dfrac{\pi\rho^2\mu}{360}$

66. Να υπολογιστεί το εμβαδόν κυκλικού τομέα επίκεντρης γωνίας (α^{rad})

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία $2\pi^{rad}$ έχει εμβαδόν $\pi\rho^2$

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία α^{rad} έχει εμβαδόν *ε*

Τα ποσά είναι ανάλογα και επομένως έχουμε, $\dfrac{\varepsilon}{\alpha} = \dfrac{\pi\rho^2}{2\pi}$ ή $\varepsilon = \dfrac{\alpha\rho^2}{2}$ (1)

Κεφάλαιο 4^{o} Γεωμετρικά Στερεά. Μέτρηση Γεωμετρικών Στερεών

67. Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών επιπέδων;

Οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών επιπέδων είναι:

- *Να είναι παράλληλα,*
- *Να τέμνονται κατά μία ευθεία.*
-

68. Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών ευθειών;

Οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών ευθειών είναι:

- *Να είναι παράλληλες, δηλαδή να ανήκουν στο ίδιο επίπεδο και να μην έχουν κανένα κοινό σημείο.*
- *Να τέμνονται, δηλαδή να έχουν μόνο ένα κοινό σημείο.*
- *Να είναι ασύμβατες, δηλαδή να ανήκουν σε διαφορετικά επίπεδα και να μην έχουν κανένα κοινό σημείο.*

69. Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις μιας ευθείας και ενός επιπέδου;

Οι δυνατές θέσεις μιας ευθείας και ενός επιπέδου είναι:

- *Η ευθεία να περιέχεται στο επίπεδο.*
- *Η ευθεία να είναι παράλληλη στο επίπεδο.*
- *Η ευθεία να τέμνει το επίπεδο σε ένα σημείο.*

70. Πότε μια ευθεία είναι κάθετη σε επίπεδο;

Μια ευθεία είναι κάθετη σε ένα επίπεδο, όταν είναι κάθετη σε δύο ευθείες του που διέρχονται από το ίχνος της.

71. Τι ονομάζεται απόσταση σημείου από επίπεδο;

*Ονομάζεται **απόσταση** σημείου από επίπεδο το μήκος του κάθετου ευθύγραμμου τμήματος που φέρνουμε από το σημείο προς το επίπεδο.*

72. Τι ονομάζεται απόσταση δύο παραλλήλων επιπέδων;

*Ονομάζεται **απόσταση** δύο παραλλήλων επιπέδων το μήκος του κάθετου ευθύγραμμου τμήματος που φέρνουμε από ένα σημείο του ενός επιπέδου προς το άλλο επίπεδο.*

73. Ποιο είναι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας E_π και το ολικό εμβαδόν $E_{ολ}$ ενός πρίσματος ;

- Το εμβαδόν E_π της παράπλευρης επιφάνειας ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο της περιμέτρου της βάσης του επί το ύφος του πρίσματος.
  Δηλαδή:

$$E_\pi = (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

- Το ολικό εμβαδόν ενός πρίσματος $E_{ολ}$ είναι το άθροισμα του εμβαδού της παράπλευρης επιφάνειας και των εμβαδών E_β των δύο βάσεων. Δηλαδή:

$$E_{ολ} = E_\pi + 2E_\beta$$

74. Ποιο είναι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας E_π και το ολικό εμβαδόν $E_{ολ}$ ενός κυλίνδρου;

Το εμβαδόν E_π της παράπλευρης επιφάνειας ενός κυλίνδρου ισούται με την περίμετρο της βάσης (που είναι ίση με 2πρ) επί το ύψος του κυλίνδρου. Δηλαδή:

$$E_\pi = (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot (\text{ύψος}) \text{ ή } E_\pi = 2\pi\rho \cdot \upsilon$$

Το ολικό εμβαδόν $E_{ολ}$ ενός κυλίνδρου ισούται με το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας E_π και τα εμβαδά E_β των δύο βάσεων. Δηλαδή:

$$E_{ολ} = E_\pi + 2E_\beta$$

75. Τι ονομάζεται όγκος ενός στερεού σώματος;

Ονομάζεται όγκος ενός στερεού σώματος ο θετικός αριθμός που δηλώνει με πόσες επαναλήψεις ενός κύβου ή μέρους του κύβου με ακμή μήκους μία μονάδα σχηματίζεται το στερεό σώμα Σ.

76. Ποιες είναι οι μονάδες όγκου και πως συνδέονται μεταξύ τους;

Μονάδες όγκου είναι το κυβικό μέτρο, το κυβικό δεκατόμετρο, το κυβικό εκατοστόμετρο, το κυβικό χιλιοστόμετρο.

- Ονομάζεται κυβικό μέτρο, ($1m^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1m.
- Ονομάζεται κυβικό δεκατόμετρο, ($1dm^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1dm.
- Ονομάζεται κυβικό εκατοστόμετρο, ($1cm^3$) ο όγκος ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1cm.
- Ονομάζεται κυβικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1mm.

$$1m^3 = 1000dm^3 = 1000000cm^3 = 1000000000mm^3$$

77. Ποιες μονάδες χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση του όγκου των υγρών;

Στη μέτρηση όγκου των υγρών συνηθίζουμε να ονομάζουμε το dm^3 ως λίτρο (l). Τότε, το $\mathbf{cm^3}$ *λέγεται χιλιοστόλιτρο (ml).*

78. Με τι ισούται ο όγκος ενός πρίσματος;

Ο όγκος $V_π$ ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:

$$V_π = (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

79. Με τι ισούται ο όγκος ενός κυλίνδρου;

Ο όγκος $V_κ$ ενός κυλίνδρου ισούται με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:

$$V_κ = (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

80. Τι ονομάζεται πυραμίδα και ποια είναι τα στοιχεία της;

- Ονομάζεται **πυραμίδα** ένα στερεό, που μία έδρα του είναι ένα πολύγωνο και όλες οι άλλες έδρες του είναι τρίγωνα με κοινή κορυφή.

Τα στοιχεία της πυραμίδας είναι:

- *Η έδρα που είναι πολύγωνο και λέγεται* ***βάση*** *της πυραμίδας.*
- *Τα τρίγωνα με κοινή κορυφή που λέγονται* ***παράπλευρες έδρες*** *της πυραμίδας.*
- *Το κοινό σημείο των παράπλευρων εδρών που λέγεται* ***κορυφή*** *της πυραμίδας.*
- *Το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από την κορυφή προς τη βάση, που λέγεται* ***ύψος*** *της πυραμίδας.*

81. Πως ονομάζεται μια πυραμίδα;

- *Μια πυραμίδα που έχει ως βάση ένα τρίγωνο, λέγεται* ***τριγωνική****.*
- *Την τριγωνική πυραμίδα που έχει τέσσερις* **τριγωνικές έδρες** *και οποιαδήποτε έδρα της μπορεί να θεωρηθεί ως βάση, τη λέμε και* ***τετράεδρο****.*
- *Μια πυραμίδα που έχει βάση τετράπλευρο λέγεται* ***τετραπλευρική****.*
- *Μια πυραμίδα που έχει βάση πεντάγωνο λέγεται* ***πενταγωνική*** *κ.ο.κ.*

82. ΠΟΙΑ ΠΥΡΑΜΙΔΑ ΟΝΟΜΑΖΕΤΑΙ ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΙ ΠΟΙΕΣ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ;

Μια πυραμίδα ονομάζεται ***κανονική,*** *αν η βάση της είναι κανονικό πολύγωνο και η προβολή της κορυφής της στη βάση είναι το κέντρο του κανονικού πολυγώνου.*

- *Σε οποιαδήποτε κανονική πυραμίδα οι παράπλευρες έδρες είναι ισοσκελή τρίγωνα ίσα μεταξύ τους.*
- *Αντίστροφα, αν οι παράπλευρες έδρες μίας πυραμίδας με βάση κανονικό πολύγωνο είναι ίσα μεταξύ τους ισοσκελή τρίγωνα, τότε η πυραμίδα είναι κανονική.*

83. ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΗΣ ΟΛΙΚΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΜΙΑΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ;

Η ολική επιφάνεια της πυραμίδας αποτελείται από δύο μέρη την επιφάνεια των παράπλευρων εδρών της, που ονομάζεται παράπλευρη *επιφάνεια και την επιφάνεια της βάσης της.*

- *Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας* $\mathbf{E_Π}$ *μιας πυραμίδας, υπολογίζουμε το εμβαδόν κάθε παράπλευρης έδρας (που είναι τρίγωνο) και προσθέτουμε τα εμβαδά αυτά.*

- *Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας* $E_{ολ}$ *της πυραμίδας, προσθέτουμε στο εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας το εμβαδόν της βάσης* $E_β$.

Δηλαδή: $E_{ολ} = E_Π + E_β$

84. ΠΟΙΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΗΣ ΠΑΡΑΠΛΕΥΡΗΣ ΚΑΙ ΠΟΙΟ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΗΣ ΟΛΙΚΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΜΙΑΣ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ;

Όταν η πυραμίδα είναι κανονική, τότε η παράπλευρη επιφάνεια της αποτελείται από ίσα μεταξύ τους ισοσκελή τρίγωνα, τα οποία έχουν όλα ίσες βάσεις και ίσα ύψη. Καθένα από αυτά τα ύψη λέγεται **απόστημα** *της κανονικής πυραμίδας.*

Έτσι:

Το ΕΜΒΑΔΟΝ $E_Π$ *ΤΗΣ ΠΑΡΑΠΛΕΥΡΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΜΙΑΣ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ ΕΙΝΑΙ:*

$$E_Π = \frac{1}{2}(\text{περίμετρος βάσης})\cdot\text{απόστημα}$$

Το εμβαδόν $E_{ολ}$ *της ολικής επιφάνειας της κανονικής πυραμίδας είναι, το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας* $E_Π$ *και το εμβαδόν* $E_β$ *του κανονικού πολυγώνου, που αποτελεί τη βάση της κανονικής πυραμίδας. Δηλαδή:*

$$E_{ολ} = E_Π + E_β$$

85. Με τι ισούται ο όγκος μιας πυραμίδας;

Ο όγκος $V_π$ μιας πυραμίδας ισούται με το $\frac{1}{3}$ του γινομένου του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:

$$V_π = \frac{1}{3}\ (\text{Εμβαδόν βάσης})\cdot(\text{ύψος})$$

86. Τι λέγεται κώνος;

Κώνος λέγεται το στερεό σχήμα που παράγεται από την περιστροφή ενός ορθογωνίου τριγώνου ΚΟΑ γύρω από μία κάθετη πλευρά του ΚΟ.

87. ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ;

Στοιχεία του κώνου είναι:

Η ***βάση*** του που είναι ένας κυκλικός δίσκος με κέντρο Ο και ακτίνα ΟΑ, την άλλη κάθετη πλευρά του ορθογωνίου ΚΟΑ. Η ακτίνα ΟΑ = ρ λέγεται ακτίνα του κώνου.

Η κάθετη πλευρά ΚΟ γύρω από την οποία περιστρέψαμε το ορθογώνιο τρίγωνο, που λέγεται ***ύψος*** του κώνου.

Η υποτείνουσα ΚΑ του ορθογωνίου τριγώνου που λέγεται ***γενέτειρα*** του κώνου και το μήκος της συμβολίζεται με λ.

Η επιφάνεια που παράγεται από την περιστροφή της γενέτειρας ΚΑ και είναι η ***παράπλευρη επιφάνεια*** του κώνου.

88. Με τι ισούται το εμβαδόν $E_π$ της παράπλευρης επιφάνειας ενός κώνου;

Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ενός κώνου είναι ίσο με το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα, που έχει ακτίνα τη γενέτειρα λ του κώνου και μήκος τόξου το μήκος του κύκλου της βάσης του κώνου. Δηλαδή :

$$E_π = \frac{1}{2}\cdot(2\pi\rho)\cdot\lambda \quad \text{ή} \quad E_π = \pi\rho\lambda$$

89. ΜΕ τι ισούται το ο όγκος ενός κώνου;

Ο όγκος V_κ ενός κώνου ισούται με το $\frac{1}{3}$ του γινομένου του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:

$$V_\kappa = \frac{1}{3}\ (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος}) = \frac{1}{3} \cdot \pi\rho^2 \cdot \upsilon$$

90. Τι λέγεται σφαίρα και τη διακρίνουμε σ' αυτή;

Σφαίρα λέγεται το στερεό σώμα το οποίο παράγεται, αν περιστρέψουμε ένα κυκλικό δίσκο ***(Ο, ρ)*** γύρω από μία διάμετρο του.

Η απόσταση ενός οποιουδήποτε σημείου της επιφάνειας μιας σφαίρας από το κέντρο Ο είναι ίση με την ακτίνα ρ. Το σημείο Ο λέγεται ***κέντρο*** της σφαίρας και η ακτίνα ρ του κύκλου λέγεται ***ακτίνα*** της σφαίρας.

91. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις ενός επιπέδου και μιας σφαίρας;

Οι σχετικές θέσεις ενός επιπέδου και μιας σφαίρας στο χώρο **είναι**

α. Να μην τέμνονται μεταξύ τους.

β. Να εφάπτονται σε ένα σημείο,

γ. Να τέμνονται σε κυκλικό δίσκο. Ο κύκλος που αποτελεί την τομή του επιπέδου με τη σφαίρα, ***«μεγαλώνει»*** όσο το επίπεδο ***«πλησιάζει»*** στο κέντρο της σφαίρας. Όταν το κέντρο της σφαίρας ανήκει στο επίπεδο, τότε ο κύκλος στον οποίο τέμνονται ονομάζεται ***μέγιστος κύκλος*** της σφαίρας.

92. Τι είναι η επιφάνεια μιας σφαίρας και με τι ισούται το εμβαδόν της $E_{\sigma\varphi}$;

- Η επιφάνεια που δημιουργείται από την περιστροφή ενός κύκλου (Ο, ρ) γύρω από μια διάμετρο του, αποτελεί την ***επιφάνεια της σφαίρας***.
- Το ***εμβαδόν της επιφάνειας μιας σφαίρας*** $\mathbf{E_{\sigma\varphi}}$ ισούται με το εμβαδόν τεσσάρων μεγίστων κύκλων της. Δηλαδή $\mathbf{E_{\sigma\varphi}=4\pi\rho^2}$

93. ΜΕ τι ισούται το ο όγκος $V_{\sigma\varphi}$ μιας σφαίρας;

Ο όγκος $V_{\sigma\varphi}$ μιας σφαίρας ισούται με τα $\frac{4}{3}$ του γινομένου του εμβαδού ενός μέγιστου κύκλου της επί την ακτίνα της δηλαδή: $V_{\sigma\varphi} = \frac{4}{3}\pi\rho^3$