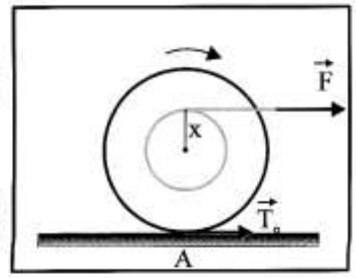
ΜΕΛΕΤΗ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΡΟΧΟΥ



- Η δύναμη $\vec{F}$ ασκείται μέσω νήματος που μπορεί να τυλίγεται στον τροχό ή σε άξονά του. Έστω ότι η δύναμη ασκείται σε απόσταση x από τον άξονα περιστροφής.
- Ο τροχός θέλουμε να κυλάει, χωρίς να ολισθαίνει.
- Η στατική τριβή που ασκείται στο σημείο Α, θεωρούμε αρχικά ότι έχει φορά όπως στο σχήμα, γιατί καθώς ο τροχός κυλάει, το σημείο Α τείνει να κινηθεί (ως προς το δάπεδο) προς τα αριστερά. Όμως όπως θα δούμε παρακάτω, η φορά της T_σ μπορεί να είναι και διαφορετική.

Για την κίνηση του τροχού εφαρμόζουμε τους νόμους της μηχανικής για την μεταφορική και την στροφική κίνηση:

$$\Sigma F = m\alpha_{cm} \quad (1)$$

$$\Sigma \tau_{cm} = I_{cm}\alpha \quad (2)$$

Από την (1): $F + T_\sigma = m\alpha_{cm}$

(2): $F \cdot x - T_\sigma \cdot R = I_{cm}\alpha$

Επειδή θέλουμε ο τροχός να μην ολισθαίνει, πρέπει η γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας να είναι ίση (κατά μέτρο) με την ταχύτητα του κέντρου μάζας: $\upsilon = \upsilon_{cm}$

Άρα $\alpha_{cm} = \alpha \cdot R$ και αντικαθιστώντας στις προηγούμενες παίρνουμε :

$$F \cdot x - T_\sigma R = I_{cm}\frac{\alpha_{cm}}{R}$$

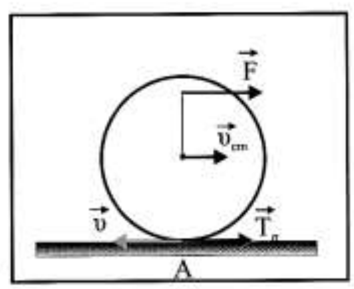
Από την (1) προκύπτει: $\alpha_{cm} = \dfrac{F + T_\sigma}{m}$

Τελικά: $F \cdot x - T_\sigma R = I_{cm}\dfrac{F + T_\sigma}{mR} \Rightarrow F \cdot m \cdot R \cdot x - F \cdot I_{cm} = T_\sigma\left(mR^2 + I_{cm}\right)$ ή

$$\boxed{T_\sigma = F\frac{\left(mRx - I_{cm}\right)}{mR^2 + I_{cm}}}$$

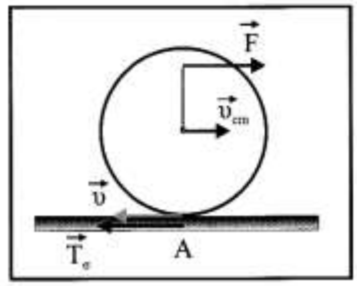
Συμπεράσματα:

α. Η τελευταία εξίσωση δείχνει ότι το πρόσημο (φορά) της στατικής τριβής εξαρτάται από την ροπή αδράνειας του τροχού και το σημείο εφαρμογής της $\vec{F}$, δηλαδή την απόσταση x. Αυτό συμβαίνει γιατί:



Η δύναμη $\vec{F}$ ασκεί ροπή δεξιόστροφη προκαλώντας περιστροφή στον τροχό, άρα μια γραμμική ταχύτητα $\vec{\upsilon}$. Ταυτόχρονα προκαλεί και μεταφορική κίνηση με $\vec{\upsilon}_{cm}$. Αν η $\vec{\upsilon}$ που προκαλεί είναι **μεγαλύτερη** της $\vec{\upsilon}_{cm}$ ο τροχός ολισθαίνει, άρα χρειάζεται στατική τριβή με φορά προς τα μπροστά, που θα ελαττώσει την $\vec{\upsilon}$ (ασκώντας ροπή αντίθετη της ροπής της $\vec{F}$ και θα αυξήσει την $\vec{\upsilon}_{cm}$ (συνεισφέροντας θετικά στη $\Sigma\vec{F}$), έτσι ώστε οι δύο ταχύτητες να εξισωθούν.

- Αν η $\vec{\upsilon}$ που προκαλεί η $\vec{F}$ είναι **μικρότερη** της $\vec{\upsilon}_{cm}$, χρειάζεται στατική τριβή προς τα πίσω η οποία θα αυξήσει την $\vec{\upsilon}$ και θα ελαττώσει την $\vec{\upsilon}_{cm}$, ώστε πάλι οι δύο ταχύτητες να γίνουν ίσες και ο τροχός να μην ολισθαίνει. Αυτό μεταφράζεται ως αλλαγή προσήμου της $\vec{T}_{\sigma}$.



- Η επιτάχυνση που θα προκαλούσε η $\vec{F}$ αν ασκούνταν μόνη της, εξαρτάται από τη μάζα και τη ροπή αδράνειας του τροχού.

β. Στην περίπτωση που ο τροχός έχει ροπή αδράνειας $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$, αντικαθιστούμε στην γενική εξίσωση και προκύπτει: $\boxed{T_{\sigma} = \frac{2}{3}\frac{F}{R}\left(x - \frac{R}{2}\right)}$

Σύμφωνα με αυτήν:

- για $x > \frac{R}{2}$: $T_{\sigma} > 0$ άρα η T_{σ} έχει φορά προς τα μπροστά.

- για $x = \frac{R}{2}$: $T_{\sigma} = 0$ άρα δεν "χρειάζεται" στατική τριβή.

- για $x < \frac{R}{2}$: Η $T_{\sigma} < 0$ άρα η T_{σ} έχει φορά προς τα πίσω.

γ. Εφαρμογή στην περίπτωση όπου $x = R$: $T_{\sigma} = \frac{2}{3}\frac{F}{R}\left(R - \frac{R}{2}\right) = \frac{F}{3}$