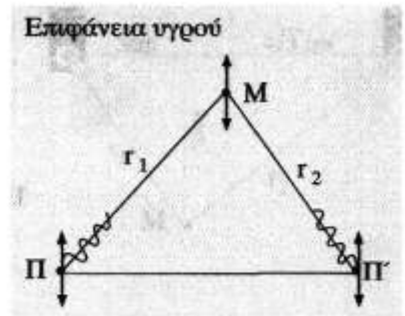
Σε δύο σημεία Π, Π΄ της ήρεμης επιφάνειας ενός υγρού, από δύο σύγχρονες πηγές δημιουργούνται δύο αρμονικές ταλαντώσεις της ίδιας περιόδου $T = 0,2$ s και του ίδιου πλάτους $A=1$ cm.



Ένα μικρό κομμάτι φελλού τοποθετείται σε σημείο Μ της επιφάνειας του υγρού και απέχει από τα Π, Π΄ αντίστοιχα $r_1=28$ cm και $r_2=44$ cm.

Αν η ταχύτητα διάδοσης των εγκάρσιων κυμάτων που δημιουργούνται στην επιφάνεια του υγρού, είναι $\upsilon = 40$ cm/s να προσδιοριστούν:

α. Η εξίσωση που δίνει την απομάκρυνση του σημείου Μ σε συνάρτηση με το χρόνο.

β. Η απομάκρυνση του Μ τις χρονικές στιγμές $t_1=0,5$ s, $t_2=0,95$ s και $t_3=2$ s.

γ. Μετά από πόσο χρόνο το σημείο Μ θα έχει μέγιστη ταχύτητα για 1η φορά, από τη χρονική στιγμή που άρχισε η σύνθετη κίνηση του;

δ. Να γράψετε την εξίσωση της $\upsilon=f(t)$ του σημείου Μ, από τη χρονική στιγμή που άρχισε η σύνθετη κίνηση του;

Λύση

α. Τα κύματα φτάνουν στο σημείο Μ σε χρόνους:

$\tau_1 = \frac{r_1}{\upsilon} = \mathbf{0,7\ s}$ και $\tau_2 = \frac{r_2}{\upsilon} = \mathbf{1,1\ s}$ αντίστοιχα.

Το μήκος κύματος των παραγομένων κυμάτων είναι:

$\lambda = \upsilon \cdot T = \mathbf{8\ cm}$

i. $\mathbf{0<t<0,7s}$ $\quad y=0 \qquad (1)$

ii. $0,7s \le t < 1,1s$ το **Μ κάνει γ.α.τ. λόγω του 1ου κύματος,**

$$y_1 = A \cdot \eta\mu\, 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) \qquad ή$$

$$\mathbf{y_1 = 1 \cdot \eta\mu\, 2\pi\left(5t - \frac{7}{2}\right)} \quad (y_1 \text{ σε cm, t σε s}) \qquad (2)$$

iii. $1,2s \le t$ το **Μ κάνει γ.α.τ. λόγω και των δύο κυμάτων,**

$$y = A'ημ2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1+r_2}{2λ}\right) \quad ή \quad y = A'ημ2π\left(5t - \frac{9}{2}\right)$$

όπου A΄είναι το πλάτος της κίνησης:

$$A' = 2A \cdot συν\left(π\frac{r_1 - r_2}{λ}\right) \quad ή \quad A' = 2 \cdot συν\left(π\frac{28-44}{8}\right) = \mathbf{2cm}$$

Επειδή **A΄=2cm=2A** στο Μ έχουμε **ενισχυτική συμβολή**.

Τελικά έχουμε:

$$\mathbf{y = 2 \cdot ημ(10πt - 9π)} \quad (y \text{ σε cm, t σε s}) \qquad (3)$$

β. Τη στιγμή $\mathbf{t_1 = 0{,}5\ s < τ_1}$, το Μ είναι ακίνητο (**y=0**).
Τη στιγμή $\mathbf{τ_1 < t_2 = 0{,}95\ s < τ_2}$, η απομάκρυνση του Μ θα βρεθεί από την εξίσωση (2).

$$y_1 = 1 \cdot ημ2π\left(5 \cdot 0{,}95 - \frac{7}{2}\right) = 1 \cdot ημ2{,}5π = \mathbf{1\ cm}$$

Τη στιγμή $\mathbf{τ_2 < t_3 = 2s}$, η απομάκρυνση του Μ θα βρεθεί από την εξίσωση (3).

$$y = 2 \cdot ημ(10π \cdot 2 - 9π) = 2 \cdot ημ11π = \mathbf{0}$$

γ. Το σημείο Μ θα έχει μέγιστη ταχύτητα, όταν περνά από τη Θ.Ι. του. Από τη σχέση (3) για y=0 έχουμε:

$$ημ(10πt - 9π) = 0 \quad ή \quad 10πt - 9π = k \cdot π \qquad (4)$$

Για $k = 0 \overset{(4)}{\Rightarrow} t = 0{,}9s$ απορρίπτεται

Για $k = 1 \overset{(4)}{\Rightarrow} t = 1s$ απορρίπτεται

Για $k = 2 \overset{(4)}{\Rightarrow} t = 1{,}1s$ απορρίπτεται τότε αρχίζει η σύνθετη κίνηση

Για $k = 3 \overset{(4)}{\Rightarrow} \mathbf{t = 1{,}2s}$ **δεκτή** (πρέπει **t>1,1** s)

δ. Η ζητούμενη εξίσωση είναι:

$$V = ω \cdot A' συν2π\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1+r_2}{2λ}\right) \quad ή$$

$$\mathbf{V = 20π \cdot συν(10πt - 9π)} \quad (V \text{ σε cm/s, t σε s})$$