ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

- Για να προσθέσουμε δύο ή περισσότερα κλάσματα θα πρέπει να είναι **ομώνυμα**.

- Το άθροισμα ομώνυμων κλασμάτων ισούται με ένα κλάσμα που έχει για αριθμητή το άθροισμα των αριθμητών των κλασμάτων και για παρονομαστή τον κοινό παρονομαστή των ομώνυμων κλασμάτων.

$$\frac{\alpha}{\nu}+\frac{\beta}{\nu}=\frac{\alpha+\beta}{\nu}.$$

- Για να προσθέσουμε **ετερώνυμα** κλάσματα, τα μετατρέπουμε σε **ομώνυμα** και στη συνέχεια ακολουθούμε τα παραπάνω.

- Αν για δύο κλάσματα ισχύει $\frac{\alpha}{\beta}<\frac{\gamma}{\delta}$ τότε $\frac{\alpha}{\beta}<\frac{\alpha+\gamma}{\beta+\delta}<\frac{\gamma}{\delta}$.

ΜΙΚΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

- Το άθροισμα ενός κλάσματος και ενός φυσικού αριθμού $\nu+\frac{\alpha}{\beta}$ γράφεται σε συντομία και ως $\nu\frac{\alpha}{\beta}$ και ονομάζεται **μικτός αριθμός**.

- Ο μικτός αριθμός έχει ένα ακέραιο μέρος (ν) και ένα κλασματικό μέρος ($\frac{\alpha}{\beta}$).

- Για να μετατρέψουμε ένα μικτό αριθμό σε κλάσμα πολλαπλασιάζουμε το ακέραιο μέρος του με τον παρονομαστή και τον προσθέτουμε στον αριθμητή:

$$\nu\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\nu\cdot\beta+\alpha}{\beta}$$

- Για να μετατρέψουμε ένα κλάσμα σε μικτό αριθμό διαιρούμε τον αριθμητή με τον παρονομαστή και γράφουμε το πηλίκο ως ακέραιο μέρος και το υπόλοιπο ως αριθμητή:

$$\frac{\Delta}{\delta} = \pi\frac{\upsilon}{\delta}, \quad \Delta = \delta * \pi + \upsilon$$

Πρόσθεση – αφαίρεση κλασμάτων

Το κλάσμα $\frac{\Delta}{\delta}$ πρέπει να είναι μεγαλύτερο της μονάδας, δηλαδή $\Delta > \delta$.

ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

- Για να αφαιρέσουμε δύο ή περισσότερα κλάσματα θα πρέπει να είναι **ομώνυμα**.
- Η διαφορά ομώνυμων κλασμάτων ισούται με ένα κλάσμα που έχει για αριθμητή τη διαφορά των αριθμητών των κλασμάτων και για παρονομαστή τον κοινό παρονομαστή των ομώνυμων κλασμάτων.

$$\frac{\alpha}{\nu} - \frac{\beta}{\nu} = \frac{\alpha - \beta}{\nu}.$$

- Για να αφαιρέσουμε **ετερώνυμα** κλάσματα, τα μετατρέπουμε σε **ομώνυμα** και στη συνέχεια ακολουθούμε τα παραπάνω.

- Η πρόσθεση και η αφαίρεση κλασμάτων είναι στην ουσία πράξεις των αριθμητών δηλαδή φυσικών αριθμών, συνεπώς ισχύουν όλες οι **ιδιότητες** και τηρείται η **προτεραιότητα** κατά τα γνωστά.

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. *Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:* Α. $\frac{15}{8}+\frac{29}{8}+\frac{31}{8}$, Β. $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{3}{2}$.

Ελέγχουμε αν τα κλάσματα είναι ομώνυμα. Αν είναι τότε προσθέτουμε τους αριθμητές, διαφορετικά τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και στη συνέχεια προσθέτουμε τους αριθμητές.

Α. Τα κλάσματα είναι ομώνυμα, άρα προσθέτουμε τους εκθέτες:

$$\frac{15}{8}+\frac{29}{8}+\frac{31}{8}=\frac{15+29+31}{8}=\frac{75}{8}.$$

Β. Τα κλάσματα είναι ετερώνυμα, άρα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα:

ΕΚΠ$(2,4,6)=12$, άρα: $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$, $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$, $\frac{3}{2}=\frac{18}{12}$.

Το άθροισμα είναι: $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{3}{2}=\frac{9}{12}+\frac{10}{12}+\frac{18}{12}=\frac{9+10+18}{12}=\frac{37}{12}$.

2. *Να υπολογίσετε τις διαφορές:* Α. $\frac{41}{7}-\frac{29}{7}-\frac{11}{7}$, Β. $\frac{5}{3}-\frac{1}{6}-\frac{2}{9}$.

Ελέγχουμε αν τα κλάσματα είναι ομώνυμα. Αν είναι τότε αφαιρούμε τους αριθμητές, διαφορετικά τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και στη συνέχεια αφαιρούμε τους αριθμητές.

Α. Τα κλάσματα είναι ομώνυμα, άρα αφαιρούμε τους εκθέτες:

$$\frac{41}{7}-\frac{29}{7}-\frac{11}{7}=\frac{41-29-11}{7}=\frac{1}{7}.$$

Β. Τα κλάσματα είναι ετερώνυμα, άρα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα:

ΕΚΠ$(3,6,9)=18$, άρα: $\frac{5}{3}=\frac{30}{18}$, $\frac{1}{6}=\frac{3}{18}$, $\frac{2}{9}=\frac{4}{18}$.

Η διαφορά είναι: $$\frac{5}{3}-\frac{1}{6}-\frac{2}{9}=\frac{30}{18}-\frac{3}{18}-\frac{4}{18}=\frac{30-3-4}{12}=\frac{23}{12}.$$

3. *Να μετατρέψετε σε κλάσμα το μικτό αριθμό* $7\frac{3}{10}$.

Πολλαπλασιάζουμε το ακέραιο μέρος με τον παρονομαστή και προσθέτουμε το γινόμενο στον αριθμητή.

Είναι: $7\frac{3}{10}=\frac{7\cdot 10+3}{10}=\frac{70+3}{10}=\frac{73}{10}$.

4. *Να μετατρέψετε σε μικτό αριθμό το κλάσμα* $\frac{22}{7}$

Διαιρούμε τον αριθμητή με τον παρονομαστή και γράφουμε το πηλίκο ως ακέραιο μέρος και το υπόλοιπο ως αριθμητή.

Είναι: $22=3\cdot 7+1$, άρα: $\frac{22}{7}=3\frac{1}{7}$

5. *Να υπολογίσετε την παράσταση* $\frac{3}{8}+4\frac{1}{8}+2$.

Όταν σε μαθηματικές παραστάσεις υπάρχουν μικτοί αριθμοί, πρώτα τους μετατρέπουμε σε κλάσματα.

1. Α. $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}=\frac{5+2}{3}=\frac{7}{3}$.

Β. $\frac{11}{13}+\frac{2}{13}=\frac{11+2}{13}=\frac{13}{13}=1$.

Γ. $\frac{4}{9}+\frac{2}{3}=\frac{4}{9}+\frac{2\cdot 3}{3\cdot 3}=\frac{4}{9}+\frac{6}{9}=\frac{4+6}{9}=\frac{10}{9}$.

Δ. $\frac{8}{12}+\frac{2}{3}=\frac{8}{12}+\frac{2\cdot 4}{3\cdot 4}=\frac{8}{12}+\frac{8}{12}=\frac{8+8}{12}=\frac{16}{12}=\frac{4}{3}$.

Ε. $\frac{17}{20}+\frac{3}{15}=\frac{17\cdot 3}{20\cdot 3}+\frac{3\cdot 4}{15\cdot 4}=\frac{51}{60}+\frac{12}{60}=\frac{51+12}{60}=\frac{63}{60}=\frac{21}{20}$.

ΣΤ. $\frac{15}{12}+\frac{5}{4}=\frac{15}{12}+\frac{5\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{15}{12}+\frac{15}{12}=\frac{15+15}{12}=\frac{30}{12}=\frac{5}{2}$.

2. Α. $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=\frac{3-1}{2}=\frac{2}{2}=1$.

Β. $\frac{8}{9}-\frac{3}{9}=\frac{8-3}{9}=\frac{5}{9}$.

Γ. $\frac{10}{8}-\frac{3}{4}=\frac{10}{8}-\frac{3\cdot 2}{4\cdot 2}=\frac{10}{8}-\frac{6}{8}=\frac{10-6}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$.

Δ. $\frac{4}{9}-\frac{2}{27}=\frac{4\cdot 3}{9\cdot 3}-\frac{2}{27}=\frac{12}{27}-\frac{2}{27}=\frac{12-2}{27}=\frac{10}{27}$.

Ε. $\frac{7}{3}-\frac{5}{8}=\frac{7\cdot 8}{3\cdot 8}-\frac{5\cdot 3}{8\cdot 3}=\frac{56}{24}-\frac{15}{24}=\frac{56-15}{24}=\frac{41}{24}$.

ΣΤ. $3\frac{3}{7}-\frac{3}{11}=\frac{3\cdot 11}{7\cdot 11}-\frac{3\cdot 7}{11\cdot 7}=\frac{33}{77}-\frac{21}{77}=\frac{33-21}{77}=\frac{12}{77}$.

4. Α. $15=4\cdot3+3=12+3$, άρα: 15/4 $\frac{15}{4}=\frac{12+3}{4}=\frac{12}{4}+\frac{3}{4}=3+\frac{3}{4}=3\frac{3}{4}$.

Β. $5=2\cdot2+1=4+1$, άρα: $\frac{5}{2}=\frac{4+1}{2}=\frac{4}{2}+\frac{1}{2}=2+\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$.

Γ. $38=3\cdot12+2=36+2$. άρα: $\frac{38}{12}=\frac{36+2}{12}=\frac{36}{12}+\frac{2}{12}=3+\frac{2}{12}=3\frac{2}{12}$.

5. Α. $\frac{3}{8}+2=\frac{3}{8}+\frac{2}{1}=\frac{3}{8}+\frac{2\cdot8}{1\cdot8}=\frac{3}{8}+\frac{16}{8}=\frac{3+16}{8}=\frac{19}{8}$.

Β. $\frac{12}{15}+1=\frac{12}{15}+\frac{1}{1}=\frac{12}{15}+\frac{15\cdot1}{15\cdot1}=\frac{12}{15}+\frac{15}{15}=\frac{12+15}{15}=\frac{27}{15}=\frac{9}{5}$.

Γ. $\frac{16}{20}+\frac{3}{10}+5=\frac{16}{20}+\frac{3\cdot2}{10\cdot2}+\frac{5\cdot20}{1\cdot20}=\frac{16}{20}+\frac{6}{20}+\frac{100}{20}=\frac{16+6+100}{20}=\frac{122}{100}=\frac{61}{10}$.

2.

+	5/7	3/2	1	3/5
5/7	5/7 + 5/7 = 10/7	5/7 + 3/2 = 31/14	5/7 + 1 = 12/7	5/7 + 3/5 = 46/35
3/2	3/2 + 5/7 = 31/4	3/2 + 3/2 = 3	3/2 + 1 = 5/2	3/2 + 3/5 = 21/10
1	1+5/7 = 12/7	1 + 3/2 = 5/2	1 + 1 = 2	1 + 3/5 = 8/5
3/5	3/5 + 5/7 = 46/35	3/5 + 3/2 = 21/10	3/5 + 1 = 8/5	3/5 + 3/5 = 6/5

2. Να υπολογίσετε τις παρακάτω διαφορές απλοποιώντας, οπού είναι δυνατό, το τελικό κλάσμα:

Α. $\frac{17}{8}-\frac{9}{8}$ Β. $\frac{32}{15}-\frac{23}{15}-\frac{4}{15}$ Γ. $\frac{8}{5}-\frac{2}{6}$ Δ. $\frac{5}{4}-\frac{1}{8}-\frac{4}{6}$.

3. Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω αριθμητικών παραστάσεων:

Α. $\left(4-\frac{5}{3}\right)+\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)-\left(\frac{3^2}{5}-\frac{9}{15}\right)$ Β. $\left(2^3-\frac{3^2}{2^3}\right)+\left(\frac{2\cdot 4^2}{16}-9/24\right)$.