

1. Η Κβαντική θεωρία του φωτός

Εδάφια:

[1.a. Κλασική θεωρία - Ηλεκτρομαγνητικά κύματα](#)

[1.b. Ακτινοβολία μέλανος σώματος](#)

[1.c. Νόμος του Planck](#)

[1.d. Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο και φωτόνια](#)

[1.e. Φαινόμενο Compton](#)

[1.f. Ο κυματοσωματιδιακός δυισμός του φωτός](#)

[1.g. Χρήσιμοι μαθηματικοί τύποι](#)

1.a Κλασική θεωρία - Ηλεκτρομαγνητικά (ΗΜ) κύματα

Κλασική θεωρία:

- Νευτώνια μηχανική: $F=ma$ (αναθεωρήθηκε από τη θεωρία της Ειδικής Σχετικότητας του Αϊνστάιν)
- Κλασικός ηλεκτρομαγνητισμός: Εξισώσεις του Maxwell. (Τα ΗΜ κύματα διαδίδονται στο κενό. Παραγονται από κάθε εναλασσόμενη ροή ρεύματος (ή ταλάντωση φορτίων) και η συχνότητά τους ίση με εκείνη των ταλαντώσεων του ρεύματος. Η ενέργειά τους είναι ανεξάρτητη από τη συχνότητα και μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή.)
- Κλασική στατιστική: Θεώρημα ισοκατανομής (σε κάθε βαθμό ελευθερίας που εμφανίζεται με το τετράγωνό του στην έκφραση της ενέργειας αντιστοιχεί μέση ενέργεια $k_B T/2$, $k_B=8.6 \times 10^{-5} \text{eV K}^{-1}$ η σταθερά του Boltzmann.)

1.b Ακτινοβολία μέλανος σώματος

Κάθε σώμα που θερμαίνεται εκπέμπει ακτινοβολία, η οποία σε χαμηλές θερμοκρασίες είναι στο υπέρυθρο (άρα αόρατη) και όσο αυξάνεται η θερμοκρασία μετατοπίζεται προς το ορατό.

Η εκπεμπόμενη θερμική ακτινοβολία εξαρτάται από τη συχνότητα, τη θερμοκρασία και την απορροφούμενη ισχύ (όσο περισσότερο απορροφά ένα σώμα τόσο περισσότερο εκπέμπει).

Το **μέλαν σώμα** ορίζεται ως ένα αντικείμενο που απορροφά όλη την ακτινοβολία που πέφτει πάνω του, σε όλες τις συχνότητες (για αυτό και φαίνεται μαύρο), Για μέλαν σώμα η εκπεμπόμενη ισχύς είναι συνάρτηση **μόνο** της συχνότητας (f) και της θερμοκρασίας (T) και είναι μέγιστη. Άρα το μέλαν σώμα είναι ένας ιδανικός εκπομπός, το πρότυπο για να μελετήσει κανείς τη θερμική εκπομπή των σωμάτων (οι τύποι είναι απλούστεροι).

Η καλύτερη αναπαράσταση μέλανος σώματος είναι μια θερμαινόμενη κοιλότητα (π.χ. ένας φούρνος). Αν ανοίξει κανείς μια οπή σε φούρνο, η εκπεμπόμενη ακτινοβολία έχει όλα τα χαρακτηριστικά της ακτινοβολίας μέλανος σώματος.

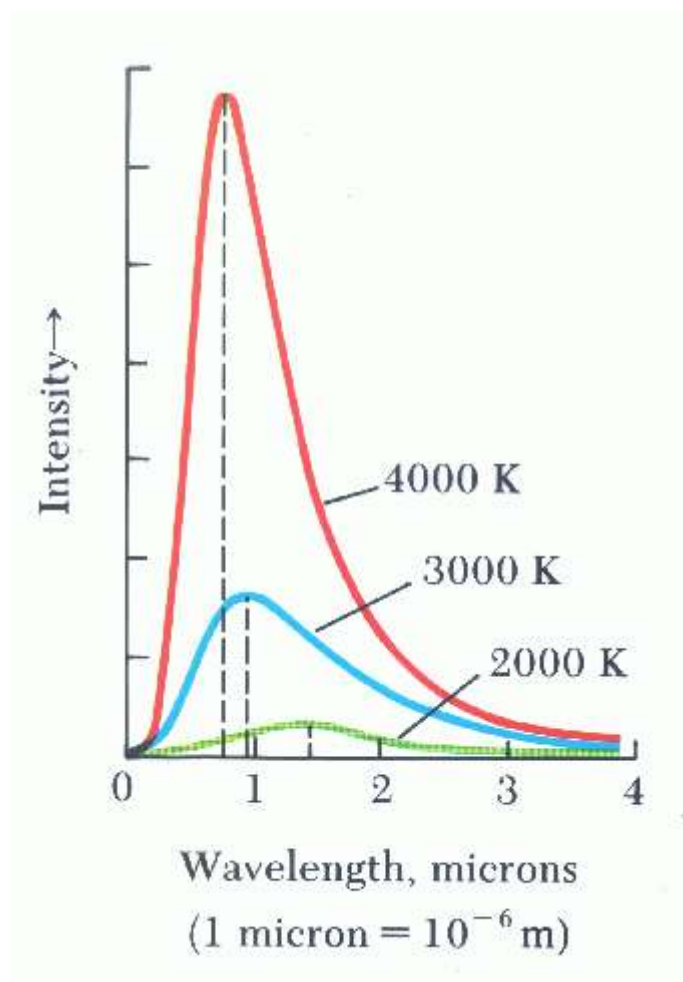
Σύμφωνα με την **κλασική φυσική** η ακτινοβολία της κοιλότητας προέρχεται από τις ταλαντώσεις των φορτισμένων σωματιδίων στα τοιχώματα της κοιλότητας και η συχνότητά της είναι ίση με τη συχνότητα των ταλαντώσεων αυτών. Η ενέργεια της ακτινοβολίας μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή.

Μεγέθη για την περιγραφή της ακτινοβολίας:

- $I(f, T)$ είναι η εκπεμπόμενη ισχύς (ενέργεια/χρόνο) ανά μονάδα επιφάνειας και συχνότητας.
- $u(f, T)$ είναι η φασματική πυκνότητα ενέργειας, δηλ. η ενέργεια ανά μονάδα συχνότητας και όγκου στην κοιλότητα που αναπαριστά το μέλαν σώμα.
 $I(f, T) = u(f, T) c/4$, όπου c η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

Τα μεγέθη αυτά μπορούν να γραφούν και ως συνάρτηση του μήκους κύματος, λ , χρησιμοποιώντας τις $I(\lambda, T)d\lambda = I(f, T)df$, $u(\lambda, T)d\lambda = u(f, T)df$, $\lambda f = c$.

Η ακτινοβολία μέλανος σώματος, $I(\lambda, T)$, ως συνάρτηση του μήκους κύματος και της θερμοκρασίας έχει τη μορφή που φαίνεται στο Σχ. 1.



Σχ. 1. Ένταση της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από μέλαν σώμα ως συνάρτηση της συχνότητας και της θερμοκρασίας.

Βασικά χαρ/κά της ακτινοβολίας μέλανος σώματος - Εμπειρικοί νόμοι

1. Το φάσμα (εκπεμπόμενη ακτινοβολία ως συνάρτηση της συχνότητας) του μέλανος σώματος είναι συνεχές με ένα ευρύ μέγιστο. Εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία.
2. Η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας, $I(T)$, $(I(f,T))$ ολοκληρωμένο ως προς συχνότητα) είναι ανάλογη προς την τέταρτη δύναμη της απόλυτης θερμοκρασίας: $I_{total} = \sigma T^4$. Νόμος Stefan-Boltzmann. ($\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ είναι η σταθερά των Stefan-Boltzmann.)
3. Καθώς η θερμοκρασία αυξάνει το μέγιστο της καμπύλης εκπομπής μετακινείται προς υψηλότερες συχνότητες (μικρότερα μήκη κύματος). Η μετακίνηση αυτή περιγράφεται από τον Νόμο μετατόπισης του Wien: $\lambda_{max} T = 0.2898 \text{ cm K}$ (λ_{max} είναι το μήκος κύματος το οποίο η εκπομπή ακτινοβολίας γίνεται μέγιστη).
4. Για χαμηλές συχνότητες (μεγάλα μήκη κύματος) η εκπομπή μέλανος σώματος περιγράφεται από τον νόμο των Rayleigh-Jeans: $I(\lambda, T) = E_{av} 2\pi c/\lambda^4$, όπου $E_{av} = k_B T$ (σύμφωνα με τον Boltzmann) είναι η μέση ενέργεια (ανά ταλαντωτή) των ταλαντωτών που εκπέμπουν την ακτινοβολία. k_B είναι η σταθερά του Boltzmann.
5. Για υψηλές συχνότητες (μικρά μήκη κύματος) η εκπομπή μέλανος σώματος περιγράφεται από τον εκθετικό νόμο του Wien (πειραματικός νόμος): $I(\lambda, T) = (A/\lambda^5) e^{-B/\lambda T}$, A, B σταθερές.

Πρόβλημα: Η ακτινοβολία μέλανος σώματος δεν μπορούσε να περιγραφεί με βάση την υπάρχουσα κλασική θεωρία, κατά την οποία οι υπεύθυνοι για την ακτινοβολία ταλαντωτές (άρα και η ακτινοβολία της κοιλότητας) μπορούν να έχουν οποιαδήποτε ενέργεια, ανεξάρτητα από τη συχνότητά τους.

1.ε. Νόμος του Planck

Το παραπάνω πρόβλημα λύθηκε από τον Planck, ο οποίος έδωσε τον τύπο που περιγράφει σωστά την ακτινοβολία μέλανος σώματος για κάθε περιοχή συχνοτήτων (Για την εργασία του αυτή πήρε το βραβείο Nobel, το 1918.) Οι υποθέσεις-κλειδιά του Planck ήταν:

- Οι ενέργειες των ταλαντωτών που βρίσκονται στα τοιχώματα της κοιλότητας μπορούν να πάρουν μόνο διακριτές τιμές, nhf , όπου n είναι τυχόν ακέραιος και h σταθερά, είναι δηλ. κβαντισμένες.
- Οι ενέργεια της ακτινοβολίας που μπορούν να απορροφήσουν ή να εκπέμψουν οι ταλαντωτές (άρα της ακτινοβολίας που υπάρχει στην κοιλότητα) είναι κβαντισμένη. Παίρνει τις τιμές

$$E_n = nhf = nhc/\lambda, \quad n=0,1,2,\dots$$

που ονομάζονται κβάντα ενέργειας. Οι ταλαντωτές εκπέμπουν ή απορροφούν ενέργεια μόνο όταν "πηδούν" από μια κατάσταση ταλάντωσης σε μια άλλη.

Χρησιμοποιώντας τη σχέση $E_n = nhf = nhc/\lambda$, τον υπολογισμό της πυκνότητας των ταλαντωτών στην κοιλότητα που είχαν χρησιμοποιήσει και οι Rayleigh-Jeans και το αξίωμα ότι η πιθανότητα να βρίσκεται ένα σύστημα σε δοσμένη κατάσταση

εξαρτάται μόνο από την ενέργεια της κατάστασης και τη θερμοκρασία και έχει τη μορφή $P(E) = A e^{-E/k_B T}$, μπορεί να εξαχθεί εύκολα ο τύπος του Planck:

$$u(f,T) = (8 \pi f^2 / c^3) [hf / (e^{hf/kT} - 1)]$$

ή μέσω των $I(\lambda, T)$:

$$I(\lambda, T) = (2\pi c / \lambda^4) [(hc/\lambda) / (e^{hc/\lambda kT} - 1)].$$

h είναι η σταθερά του Planck, $h=6.67 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = 4.11 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$. $k=k_B$ είναι η σταθερά του Boltzmann, $k_B=8.6 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$. Σε θερμοκρασία δωματίου, $T=300\text{K}$, $k_B T=(1/40) \text{ eV}$.

Η σταθερά κανονικοποίησης, A , στην πιθανότητα $P(E)$ προσδιορίζεται από την απαίτηση η ολική πιθανότητα (ολοκλήρωμα σε όλες τις δυνατές ενέργειες) να είναι μονάδα, δηλ. $A = 1 / (\text{Integral } e^{-E/k_B T})$

Πιθανότητα και μέση τιμή: Πώς υπολογίζεται η μέση τιμή ενός μεγέθους x (π.χ. E) αν γνωρίζουμε την πιθανότητα της κάθε δυνατής τιμής του, $P(x_n)$; $x_{av} = \sum_n x_n P(x_n)$. Αν το x παίρνει συνεχείς τιμές, $P(x) dx$ είναι η πιθανότητα να είναι μεταξύ x και $x+dx$ και η μέση τιμή είναι $x_{av} = \text{Integral } x P(x) dx$.

1.d. Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο και φωτόνια

Με τον όρο "φωτοηλεκτρικό φαινόμενο" χαρακτηρίζεται η εκπομπή ηλεκτρονίων (φωτοηλεκτρονίων) από ένα μέταλλο όταν πέσει πάνω σε αυτό ορατό ή υπεριώδες φως.

Το "φωτοηλεκτρικό φαινόμενο" ανακαλύφθηκε από τον Hertz (το 1887) και ερμηνεύθηκε από τον Αϊνστάϊν (το 1905), ο οποίος πήρε για την ερμηνεία του το Nobel Φυσικής (το 1921).

Πειραματικά δεδομένα για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (τα οποία δεν μπορούσαν να ερμηνευθούν από την τότε αποδεκτή κλασική θεωρία) είναι τα εξής:

- Ο αριθμός των εκπεμπόμενων φωτοηλεκτρονίων (ένταση του φωτοηλεκτρικού ρεύματος) είναι ανάλογος προς την ένταση του προσπίπτοντος φωτός (αποδεκτό για την κλασική θεωρία) ενώ η μέγιστη κινητική τους ενέργεια είναι ανεξάρτητη της έντασης αυτής (θα έπρεπε να ήταν ανάλογη).
- Η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων είναι ανάλογη προς τη συχνότητα του προσπίπτοντος φωτός (και όχι προς την έντασή του, όπως αναμενόταν).
- Φωτοηλεκτρικό ρεύμα (φωτοηλεκτρόνια) εμφανίζονται μόνο όταν η συχνότητα του προσπίπτοντος φωτός υπερβεί μια ορισμένη τιμή (συχνότητα κατωφλίου) (ενώ δεν θα έπρεπε να υπάρχει οριακή συχνότητα).
- Τα φωτοηλεκτρόνια εκπέμπονται από την μεταλλική επιφάνεια αμέσως μόλις αυτή φωτιστεί (άρα η μεταβίβαση της ενέργειας είναι στιγμιαία και όχι βαθμιαία, όπως ορίζει η κλασική θεωρία).

Οι υποθέσεις του Αινστάιν για την ερμηνεία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου:

- Το φως (συχνότητας f) αποτελείται από μια δέσμη "φωτεινών πακέτων" (φωτονίων) που το καθένα φέρει ενέργεια $E=hf$.
- Κάθε φωτόνιο μπορεί να δώσει την ενέργειά του σε (και άρα να εξάγει) ένα μόνο ηλεκτρόνιο, και η μεταφορά αυτή της ενέργειας γίνεται ακαριαία.

Άρα, αν η ελάχιστη ενέργεια με την οποία το ηλεκτρόνιο είναι δέσμιο στο μέταλλο (που ισούται με το έργο το οποίο χρειάζεται για την υπερνίκηση των δυνάμεων που το κρατούν δέσμιο, και λέγεται έργο εξαγωγής) είναι Φ , τότε η μέγιστη κινητική ενέργεια των εκπεμπόμενων φωτοηλεκτρονίων (K_{max}) θα δίδεται από

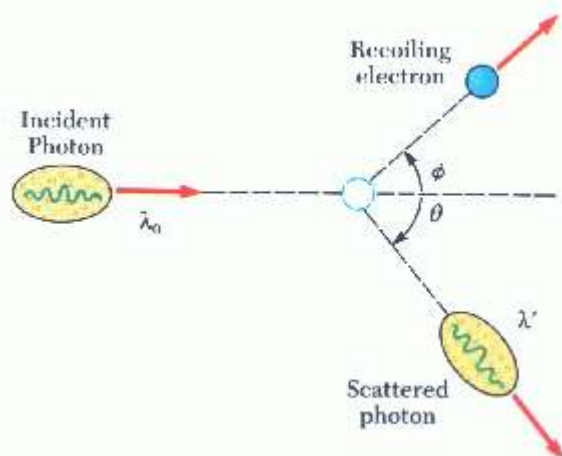
$$hf = K_{max} + \Phi.$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι η **εξίσωση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου**. Πώς ερμηνεύει η εξίσωση αυτή και οι δύο πιο πάνω υποθέσεις τα πειραματικά δεδομένα για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο;

1.e. Φαινόμενο Compton

Το φαινόμενο Compton είναι η σκέδαση ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας (φωτονίων) από φορτισμένα σωμάτια. Κατά τη σκέδαση αυτή η συχνότητα της σκεδαζόμενης δέσμης (α) είναι μικρότερη από εκείνη της προσπίπτουσας και (β) η μείωση αυτή εξαρτάται από τη γωνία σκέδασης. (Σύμφωνα με την κλασική θεωρία, σκεδαζόμενη και προσπίπτουσα δέσμη θα έπρεπε να έχουν την ίδια συχνότητα.)

Το φαινόμενο Compton ανακαλύφθηκε από τους Debye και Compton, ανεξάρτητα, στις αρχές του 20ου αι. (1923) μελετώντας σκέδαση ακτίνων-X από ελεύθερα ηλεκτρόνια. Η σχηματική αναπαράσταση του φαινομένου δείχνεται στο παρακάτω σχήμα:



Ο Compton ερμήνευσε το φαινόμενο ως ελαστική κρούση ηλεκτρονίου-φωτονίου (θεωρώντας τα φωτόνια "σημειακά" σωμάτια), και εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης ενέργειας και ορμής (σχετικιστικά) κατέληξε στην εξής **εξίσωση του φαινομένου Compton**:

$$\lambda' - \lambda_0 = (h / m_e c) (1 - \cos \theta).$$

$\lambda_c = (h / m_e c) = 0.0243 \text{ \AA}$ είναι το μήκος κύματος Compton του ηλεκτρονίου.

Η ανακάλυψη και η ερμηνεία του φαινομένου Compton έδωσαν στον Compton, το 1927, το βραβείο Nobel.

1.f. Ο κυματοσωματιδιακός δυισμός του φωτός

Οι βασικές αρχές του κυματοσωματιδιακού δυισμού του φωτός συνοψίζονται στα παρακάτω.

Το φως έχει και κυματικό και σωματιδιακό χαρακτήρα (αποτελείται από αδιαίρετα "πακέτα" που φέρουν ενέργεια και ορμή, τα φωτόνια ή κβάντα φωτός).

Οι βασικές σχέσεις που συνδέουν τα κυματικά χαρακτηριστικά του (συχνότητα (f), μήκος κύματος (λ)) με τα σωματιδιακά του χαρακτηριστικά (ενέργεια (E), ορμή (p)) είναι οι εξής:

$$E = hf, \quad p = h/\lambda.$$

(Για το φως $E = pc$ και άρα $\lambda f = c$. Η σχέση $E = pc$ προκύπτει από τη γενική σχετικιστική σχέση ενέργειας-ορμής, $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$, για σωματίδια χωρίς μάζα, $m = 0$.)

1.g. Χρήσιμοι μαθηματικοί τύποι

Σχετικιστική ορμή: $p = \gamma m v$ με $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$. Για $v \ll c$, $p = mv$ (v ταχύτητα)

Σχετικιστική κινητική ενέργεια: $K = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - mc^2 = \gamma mc^2 - mc^2$. Για $v \ll c$, $K = p^2/2m$

Μαθηματικοί τύποι:

$$(1+x)^n = 1 + nx + \dots, \text{ για } x \ll 1$$

$$\exp(x) = 1 + x + x^2/2! + \dots, \text{ για } x \ll 1$$

$$\ln(1+x) = x - x^2/2! + \dots$$

$$\sin(\theta) = \theta - \theta^3/3! + \dots$$

$$\cos(\theta) = 1 - \theta^2/2! + \dots$$

$$\tan(\theta) = \theta + \theta^3/3 + \dots$$

2. Ο κυματοσωματιδιακός δυισμός της ύλης

Εδάφια:

[2.a. Η σύσταση των ατόμων](#)

[2.b. Ατομικά φάσματα](#)

[2.c. Θεωρία του Bohr](#)

[2.d. Η κυματική συμπεριφορά των σωμάτων: Υλικά κύματα](#)

[2.e. Ο κυματοσωματιδιακός δυισμός της ύλης: Αρχή αβεβαιότητας](#)

[2.f. Κυματοσυνάρτηση και κυματική εξίσωση](#)

2.a Η σύσταση των ατόμων

Η υπόθεση ότι η ύλη αποτελείται από αδιαίρετες μονάδες, τα άτομα, υπήρχε από την Αρχαία Ελλάδα (Δημόκριτος). Η πρώτη επιστημονικές μαρτυρίες όμως ήλθαν την περίοδο του διαφωτισμού. Πειράματα που έδρασαν αποφασιστικά στην ανάπτυξη της ιδέας του ατόμου ήταν

- Τα πειράματα ηλεκτρόλυσης του Faraday, που οδήγησαν στον νόμο της ηλεκτρόλυσης.
- Το πείραμα του Thomson, όπου μετρήθηκε ο λόγος e/m για το ηλεκτρόνιο και άρα ανακαλύφθηκε στην ουσία το ηλεκτρόνιο (για την ανακάλυψή του αυτή ο Thomson πήρε το βραβείο Nobel, το 1908).
- Το πείραμα του Millikan, όπου μετρήθηκε το φορτίο του ηλεκτρονίου (βραβείο Nobel 1923).

Τα πειράματα του Thomson απέδειξαν την ύπαρξη του ηλεκτρονίου και οδήγησαν στα πρώτα μοντέλα του ατόμου. Στο μοντέλο του Thomson τα ηλεκτρόνια ήταν ομοιόμορφα κατανεμημένα μέσα στο άτομο. Το μοντέλο αυτό αμφισβητήθηκε από τον Lenard, ο οποίος στα πειράματά του διαπίστωσε ότι τα ηλεκτρόνια μπορούσαν να περασουν εύκολα από λεπτά υμένα, πράγμα που σήμαινε ότι το άτομο θα πρέπει να είναι σχετικά άδειο.

Ο Rutherford, επηρεασμένος από τη δουλειά του Lenard, επιχείρησε να ελέγξει πειραματικά το μοντέλο του Thomson. Το πείραμα του Rutherford συνίστατο στο βομβαρδισμό λεπτών υμενίων χρυσού με ισχυρά διεισδυτικά σωματίδια α (πυρήνες He). Το πείραμά του (δείτε το σχήμα) έδειξε ότι κάποια από τα σωματίδια α υφίσταντο έντονη σκέδαση και κάποια άλλα περνούσαν σχεδόν ανεμπόδιστα από τα υμένα. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων του οδήγησε στο πλανητικό μοντέλο του ατόμου, σύμφωνα με το οποίο σχεδόν όλη η μάζα του ατόμου είναι συγκεντρωμένη σε μια μικρή περιοχή, τον πυρήνα, ενώ τα ηλεκτρόνια κινούνται σε μεγάλη απόσταση από τον πυρήνα.

2.b Ατομικά φάσματα

Αντίθετα από τα θερμικά φάσματα των στερεών ή των υγρών σωμάτων, τα οποία είναι συνεχή, τα φάσματα εκπομπής των μεμονωμένων ατόμων είναι γραμμικά, δηλαδή εκπέμπονται μόνο ορισμένες συχνότητες, που εμφανίζονται ως φωτεινές γραμμές πάνω σε ένα σκοτεινό υπόβαθρο. Οι γραμμές αυτές (φασματικές γραμμές)

είναι χαρακτηριστικές κάθε στοιχείου. (Εκτός από τα φάσματα εκπομπής υπάρχουν και τα φάσματα απορρόφησης, τα οποία παίρνουμε όταν φωτίσουμε ένα αέριο με συνεχές φώς. Τα φάσματα αυτά αποτελούνται από σκοτεινές γραμμές σε φωτεινό υπόβαθρο - οι σκοτεινές αυτές γραμμές είναι στις ίδιες συχνότητες με τις φωτεινές γραμμές του φάσματος εκπομπής του στοιχείου.)

Στο δεύτερο μισό του 19ου αι. υπήρχε μεγάλος αριθμός πειραματικών δεδομένων πάνω στα φάσματα των ατόμων, δεν ηγήρχε όμως θεωρητική ερμηνεία (η ερμηνεία, τουλάχιστον για το άτομο του H, έγινε το 1913, με τις εργασίες του Bohr). Για τις φασματικές γραμμές του ατόμου του H υπήρχε ο φαινομενολογικός τύπος

$$1/\lambda = f/c = R [1/n^2 - 1/m^2]$$

όπου n, m ακέραιοι και $R = 1.10 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ η σταθερά του Rydberg. Για $n=1$ και $m>n$ έχουμε τη σειρά Lyman (στο υπεριώδες), για $n=2$ τη σειρά Balmer (ορατό και υπεριώδες) και για $n=3$ φωτόνια στο υπέρυθρο.

2.c. Το μοντέλο του Bohr για το άτομο

Το μοντέλο του Bohr για το άτομο αναπτύχθηκε στην προσπάθεια ερμηνείας των ατομικών φασμάτων και της σταθερότητας του ατόμου στο μοντέλο του Rutherford. Ερμηνεύει εξαιρετικά το φάσμα του Υδρογόνου, τη σταθερότητα του ατόμου και υπολογίζει την τάξη μεγέθους του ατόμου. (Για το μοντέλο του αυτό, ο Bohr πήρε το βραβείο Nobel το 1922.)

Οι υποθέσεις (αξιώματα) που έκανε ο Bohr (αυθαίρετα) στην την ανάπτυξη της θεωρίας του είναι οι εξής:

1) Οι ενεργειακές καταστάσεις του ατόμου είναι κβαντωμένες. Το άτομο σε αυτές τις καταστάσεις δεν ακτινοβολεί. Ακτινοβολεί μόνο κατά τη μετάβαση από μια κατάσταση σε άλλη. Η ενέργεια του εκπεμπόμενου φωτονίου ισούται με την ενεργειακή διαφορά των δύο καταστάσεων.

2) Επιτρέπονται μόνο εκείνες οι κυκλικές τροχιές στις οποίες η στροφορμή, L , είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της σταθεράς του Planck,

$$L = m v r = n h/2\pi \quad (\text{συνθήκη κβάντωσης}).$$

Από τη συνθήκη κβάντωσης της στροφορμής και από τις εξισώσεις της κυκλικής κίνησης (δύναμη Coulomb (ke^2/r^2) = κεντρομόλος δύναμη (mv^2/r), $v = \omega r$), υπολογίζεται η ακτίνα της τροχιάς, a_n , η ενέργεια, E_n , και η ταχύτητα v_n του ηλεκτρονίου που βρίσκεται στη στάθμη με κβαντικό αριθμό n στο άτομο του Υδρογόνου.

$$a_n = [(h/2\pi)^2 / k m e^2] n^2 = n^2 a_0, \quad a_0 = [(h/2\pi)^2 / k m e^2] = 0.529 \text{ \AA}$$

$$E_n = -m k^2 e^4 / 2(h/2\pi)^2 n^2 = -13.6/n^2 \text{ eV}$$

$$v_n = k e^2 / (h/2\pi) n = c / (137 n)$$

Για άτομα με Z πρωτόνια στον πυρήνα, το e^2 στους παραπάνω τύπους γίνεται Ze^2 .

Πώς το μοντέλο του Bohr ερμηνεύει τη σταθερότητα του ατόμου; Πώς ερμηνεύει τα ατομικά φάσματα;

Αρχή αντιστοιχίας: Στο όριο των μεγάλων κβαντικών αριθμών τα αποτελέσματα του Bohr θα συμπίπτουν με τα αντίστοιχα κλασικά. (κλασικά όρια: α) μεγάλων κβαντικών αριθμών, β) μεγάλων μαζών και $h \rightarrow 0$)

2.d. Η κυματική συμπεριφορά των σωμάτων: Υλικά κύματα

Ενώ το μοντέλο του Bohr έδινε ικανοποιητικές απαντήσεις στα διάφορα μέχρι τότε προβλήματα, υπήρχαν αρκετά θέματα που παρέμεναν ανερμήνευτα (σχετική ένταση ατομικών φασμάτων, φάσματα βαριών στοιχείων, μη περιοδικές κινήσεις κλπ). Επιπλέον δεν υπήρχε μια θεμελίωση/ερμηνεία των βασικών υποθέσεων του Bohr.

Η ερμηνεία αυτή δόθηκε από τον De Broglie, το 1923. Ο De Broglie, υποκινούμενος από τις εργασίες πάνω στην διττή φύση της ακτινοβολίας, υπέθεσε την ίδια διττή φύση και για τα σωματίδια. Αφού τα φωτόνια συμπεριφέρονται ως σωματίδια γιατί και τα σωματίδια να μην συμπεριφέρονται ως κύματα; (Επιπλέον, για τα κύματα η κβάντωση ήταν κάτι ήδη γνωστό, π.χ. στάσιμα κύματα σε χορδή).

Βασικό αξίωμα De Broglie: Κάθε σωματίδιο συμπεριφέρεται και ως κύμα (κάτω από ορισμένες συνθήκες). Οι σχέσεις που συνδέουν τα κυματικά του χαρακτηριστικά (συχνότητα, μήκος κύματος) με τα σωματιδιακά (ενέργεια, ορμή) είναι οι εξής:

$$E=hf, \quad p=h/\lambda.$$

Δεχόμενοι ότι η κίνηση του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα έχει κυματικό χαρακτήρα (δηλ. τα e όταν κινούνται γύρω από τον πυρήνα συμπεριφέρονται ως κύματα) και άρα επιτρέπονται μόνο εκείνες οι κυκλικές τροχιές που φτιάχνουν στασιμα κύματα ($2\pi r=n\lambda$, με $\lambda=h/p$) μπορούμε να ερμηνεύσουμε αβίαστα τη συνθήκη κβάντωσης της στροφορμής του Bohr. Επιπλέον, αφού η συχνότητα είναι κβαντισμένη, είναι φυσιολογική η κβάντωση και της ενέργειας.

Υπολογίστε το μήκος κύματος για ένα ηλεκτρόνιο ενέργειας 2 eV. Εξηγήστε γιατί ένα ηλεκτρονικό μικροσκόπιο που λειτουργεί με e ενέργειας 2 eV θα έχει μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα από ένα οπτικό μικροσκόπιο.

Η κυματική συμπεριφορά των e αποδείχθηκε πειραματικά για πρώτη φορά το 1927, από τους Davisson-Germer. Οι Davisson-Germer πραγματοποίησαν πειράματα περίθλασης ηλεκτρονίων από κρυστάλλους Ni, αποδεικνύοντας έτσι την κυματική φύση του e και επιβεβαιώνοντας το μήκος κύματος De Broglie.

2.e. Ο κυματοσωματιδιακός δυισμός της ύλης: Αρχή αβεβαιότητας

Μια θεμελιώδης αρχή που απορρέει από τον κυματικό χαρακτήρα των σωματιδίων είναι η "Αρχή της αβεβαιότητας (ή απροσδιοριστίας)" του Heisenberg. Σύμφωνα με την αρχή αυτή είναι αδύνατον να μετρήσουμε ταυτόχρονα τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου με απόλυτη ακρίβεια. Συγκεκριμένα, "Το γινόμενο των αβεβαιοτήτων θέσης και ορμής δεν μπορεί να είναι μικρότερο από τη σταθερά του Planck", δηλ.

$$\Delta x \Delta p > h/2\pi.$$

Με άλλα λόγια, όσο πιο αυστηρά καθορισμένη είναι η θέση ενός σωματιδίου, τόσο μεγαλύτερη είναι η αβεβαιότητα στην ορμή του.

Η αρχή αυτή απορρέει άμεσα από τον κυματικό χαρακτήρα των σωματιδίων. Για να κατασκευαστεί ένα κύμα περιορισμένο χωρικά (όπως θα περίμενε κανείς να είναι ένα σωματίδιο) θα πρέπει να γίνει υπέρθεση πολλών επίπεδων κυμάτων με παραπλήσια μήκη κύματος, άρα και διαφορετικές παραπλήσιες ορμές ($p=h/\lambda=hk/2\pi$), και όσο πιο εντοπισμένο χωρικά είναι ένα κύμα τόσο πιο μεγάλο είναι το εύρος μηκών κύματος (άρα και των ορμών) που περιέχει (δηλ. που θα πρέπει να χρησιμοποιήσει κανείς για να το κατασκευάσει). Αν θεωρήσουμε ότι ένα σωματίδιο περιγράφεται από ένα τέτοιο κύμα, η ταχύτητά του, v , θα είναι ίση με την ταχύτητα ομάδας v_g του κύματος ($v_g=\Delta\omega/\Delta k=\Delta E/\Delta p=p/m=v$).

Πώς η αρχή της αβεβαιότητας εξηγεί τη σταθερότητα του ατόμου; Γιατί δεν πέφτουν τα ηλεκτρόνια στον πυρήνα; Πώς ο εντοπισμός των σωματιδίων κάνει πιο έκδηλη την κβαντική τους συμπεριφορά;

Εκτός από τη σχέση αβεβαιότητας θέσης-ορμής υπάρχει και μια άλλη σχέση αβεβαιότητας: αυτή ενέργειας-χρόνου,

$$\Delta E \tau > h/2\pi.$$

Η σχέση αυτή μπορεί να ερμηνευτεί ως εξής: όσο πιο αργά μεταβάλλεται ένα φυσικό σύστημα τόσο πιο καλά καθορισμένη είναι η ενέργειά του (τ είναι ο χρόνος που χρειάζεται να περιμένουμε για να δούμε μια μεταβολή στην ενεργειακή κατάσταση του φυσικού συστήματος και ΔE η αβεβαιότητα στην ενέργεια του συστήματος).

Θα πρέπει να αναφέρουμε τέλος ότι η αβεβαιότητα ενός μεγέθους x δίδεται από τον τύπο $(\Delta x)^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$, όπου $\langle x \rangle$ είναι η μέση τιμή του x .

2.f. Κυματοσυνάρτηση και κυματική εξίσωση

Αφού τα σωματίδια συμπεριφέρονται σαν κύματα, θα πρέπει να περιγράφονται και αυτά, όπως και κάθε κύμα, από μια κυματοσυνάρτηση, π.χ. $\Psi(x,t)=\exp[i(kx-\omega t)]$. Κάθε κυματοσυνάρτηση όμως περιγράφει μια μεταβολή (ταλάντωση) κάποιας φυσικής ποσότητας, π.χ. των τμημάτων ταλαντούμενης χορδής, των μορίων νερού κλπ. Στην περίπτωση ενός σωματιδίου (εντοπισμένης ποσότητας) δεν θα μπορούσε να συμβαίνει κάτι τέτοιο. Εδώ η κυματοσυνάρτηση εκφράζει πιθανότητα. Δίνει την

πιθανότητα (πλάτος πιθανότητας) να βρούμε το σωματίο στη μια ή την άλλη περιοχή του χώρου. Δηλαδή,

αυτό που είναι κύμα (απλωμένο) δεν είναι το ίδιο το σωματίο αλλά η πιθανότητα να το βρούμε στη μια ή την άλλη περιοχή του χώρου.

Αν ένα σωματίδιο περιγράφεται από μια κυματοσυνάρτηση $\Psi(x,t)$, τότε το

$|\Psi(x,t)|$ λέγεται πλάτος πιθανότητας και η ποσότητα

$|\Psi(x,t)|^2 = P(x)$ πυκνότητα πιθανότητας (πιθανότητα ανά μονάδα μήκους).

Άρα $|\Psi(x,t)|^2 dx$ είναι η πιθανότητα να βρούμε το σωματίο μεταξύ x και $x+dx$ (σε μία διάσταση), και το ολοκλήρωμά του σε όλο το μήκος θα είναι μονάδα.

Γνωρίζοντας την κυματοσυνάρτηση μπορούμε να υπολογίσουμε σχεδόν όλα τα χαρακτηριστικά της κίνησης του σωματιδίου. Π.χ. η μέση τιμή της θέσης του, x , ή οποιασδήποτε συνάρτησης της θέσης, $f(x)$, θα δίνεται από

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x |\Psi(x,t)|^2 dx \quad \text{ή} \quad \langle f(x) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) |\Psi(x,t)|^2 dx$$

(Οι παραπάνω τύποι δεν είναι παρά εφαρμογή του ορισμού της μέσης τιμής.)

Κυματική εξίσωση (εξίσωση Schrodinger):

Η $\Psi(x,t)$, όπως και σε κάθε είδους κύμα, δίδεται και στην περίπτωση των υλικών κυμάτων (σωματιδίων) από τη λύση μιας κυματικής εξίσωσης, χαρακτηριστικής του προβλήματος. Η εξίσωση αυτή στην περίπτωσή μας λέγεται **εξίσωση Schrodinger** και είναι η **βασική εξίσωση της Κβαντομηχανικής**.

Για ένα σωματίο που κινείται σε δυναμικό $V(x)$ η εξίσωση Schrodinger έχει τη μορφή:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x) \Psi(x,t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} \quad (1) \quad \text{(χρονοεξαρτημένη εξ. Schrodinger)}$$

και οι λύσεις της μπορούν να γραφούν ως

$$\Psi(x,t) = \psi(x) e^{(-iE/\hbar)t} \quad (2)$$

Το χωρικό κομμάτι της κυματοσυνάρτησης, $\psi(x)$, θα ικανοποιεί τη χρονοανεξάρτητη εξίσωση Schrodinger (που προκύπτει αν αντικαταστήσουμε στην χρονοεξαρτημένη εξίσωση την πιο πάνω λύση):

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + V(x) \psi(x) = E \psi(x) \quad (3)$$

3. Κβαντομηχανική στη μία διάσταση

Εδάφια:

[3.a. Κυματοσυνάρτηση και κυματική εξίσωση](#)

[3.b. Το απειρόβαθο πηγάδι](#)

[3.c. Ο αρμονικός ταλαντωτής](#)

[3.d. Ορθογώνιο φράγμα δυναμικού](#)

3.a. Κυματοσυνάρτηση και κυματική εξίσωση

Είδαμε στα προηγούμενα ότι η έκφραση "τα σωματίδια έχουν και κυματικό χαρακτήρα" μπορεί να ερμηνευθεί μόνο πιθανοκρατικά, δηλαδή

αυτό που είναι κύμα (απλωμένο) δεν είναι το ίδιο το σωματίο αλλά η πιθανότητα να το βρούμε στη μια ή την άλλη περιοχή του χώρου.

Είδαμε επίσης ότι η κίνηση των κβαντομηχανικών σωματιδίων περιγράφεται από μια **κυματοσυνάρτηση**, $\Psi(x,t)$, η οποία μετράει την πιθανότητα να βρούμε το σωματίο στη μία ή την άλλη περιοχή του χώρου. (Για την ακρίβεια, η πιθανότητα ανά μονάδα μήκους (πυκνότητα πιθανότητας) δίδεται από το τετράγωνο του πλάτους της κυματοσυνάρτησης, $|\Psi(x,t)|^2$.)

Η κυματοσυνάρτηση αυτή προκύπτει ως λύση της χαρακτηριστικής εξίσωσης κίνησης των κβαντομηχανικών σωματιδίων, η οποία είναι η **εξίσωση Schrodinger**. Για ένα σωματίο που κινείται σε δυναμικό $V(x)$, η χρονοεξαρτημένη εξίσωση Schrodinger έχει τη μορφή

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x) \Psi(x,t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} \quad (1)$$

και οι λύσεις της μπορούν να γραφούν ως

$$\Psi(x,t) = \psi(x) e^{(-iE/\hbar)t} \quad (2)$$

Το χωρικό κομμάτι της κυματοσυνάρτησης, $\psi(x)$, θα ικανοποιεί τη χρονοανεξάρτητη εξίσωση Schrodinger (που προκύπτει αν αντικαταστήσουμε στην χρονοεξαρτημένη εξίσωση την πιο πάνω λύση), η οποία έχει τη μορφή:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + V(x) \psi(x) = E \psi(x) \quad (3)$$

Επειδή από πρόβλημα σε πρόβλημα αυτό που αλλάζει είναι το δυναμικό, το οποίο (αν δεν είναι συνάρτηση του χρόνου) έχει επίδραση μόνο στο χωρικό κομμάτι της κυματοσυνάρτησης και αφήνει ανεπηρέαστο το χρονικό, θα ασχοληθούμε στο εξής κυρίως με το χωρικό κομμάτι της κυματοσυνάρτησης και άρα με λύση της

χρονοανεξάρτητης εξίσωσης Schrodinger. (Η χρονική εξέλιξη των κυματοσυναρτήσεων θα σχολιαστεί σε επόμενο βήμα.)

Λίγα επιπλέον **σχόλια**:

1. Η κυματοσυνάρτηση στην κβαντομηχανική δεν είναι μετρήσιμο μέγεθος (όπως στα συνήθη κύματα). Αυτό που είναι μετρήσιμο είναι η πυκνότητα πιθανότητας: $P(x)=|\psi(x)|^2$.
2. Η κυματοσυνάρτηση των κβαντομηχανικών σωματιδίων είναι στην χρονοεξαρτημένη μορφή της μιγαδική, ενώ το πραγματικό και το φανταστικό μέρος της χωριστά δεν είναι λύσεις της εξ. Schrodinger (αντίθετα με ό,τι συμβαίνει στα συνήθη κύματα, όπου τα μιγαδικά χρησιμοποιούνται μόνο για διευκόλυνση των πράξεων ενώ η μετρήσιμη ποσότητα είναι το πραγματικό μέρος της κυματοσυνάρτησης, και όπου τόσο το πραγματικό όσο και το φανταστικό μέρος είναι λύσεις της κυματικής εξίσωσης).
3. Γνωρίζοντας την κυματοσυνάρτηση μπορούμε να βρούμε τη μέση τιμή οποιουδήποτε μεγέθους, f , το οποίο είναι συνάρτηση της θέσης, χρησιμοποιώντας τον ορισμό της μέσης τιμής
4. Από το ότι η κυματοσυνάρτηση παριστάνει πιθανότητα και από το ότι θα πρέπει να ικανοποιεί την εξ. του Schrodinger, προκύπτει ότι θα πρέπει
 - να είναι παντού πεπερασμένη,
 - να είναι συνεχής,
 - να έχει συνεχή πρώτη παράγωγο (αν το δυναμικό είναι πεπερασμένο),
 - να είναι μονότιμη.

3.b. Το απειρόβαθο πηγάδι δυναμικού

Με τον όρο "απειρόβαθο πηγάδι εύρους L " εννοούμε το σύστημα στο οποίο ένα σωματίδιο είναι αναγκασμένο να περιοριστεί σε περιοχή εύρους L . Στην περιοχή αυτή το δυναμικό είναι μηδέν ενώ έξω από αυτήν είναι άπειρο.

Στην περιοχή έξω από το πηγάδι η κυματοσυνάρτηση θα πρέπει να είναι μηδέν [για να ισχύει η εξ. (3)], άρα θα είναι μηδέν και στα τοιχώματα του πηγαδιού, $x=0$, $x=L$ (λόγω συνέχειας). Στο εσωτερικό του πηγαδιού θα ικανοποιεί την ελεύθερη εξίσωση του Schrodinger,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi(x) \quad (4)$$

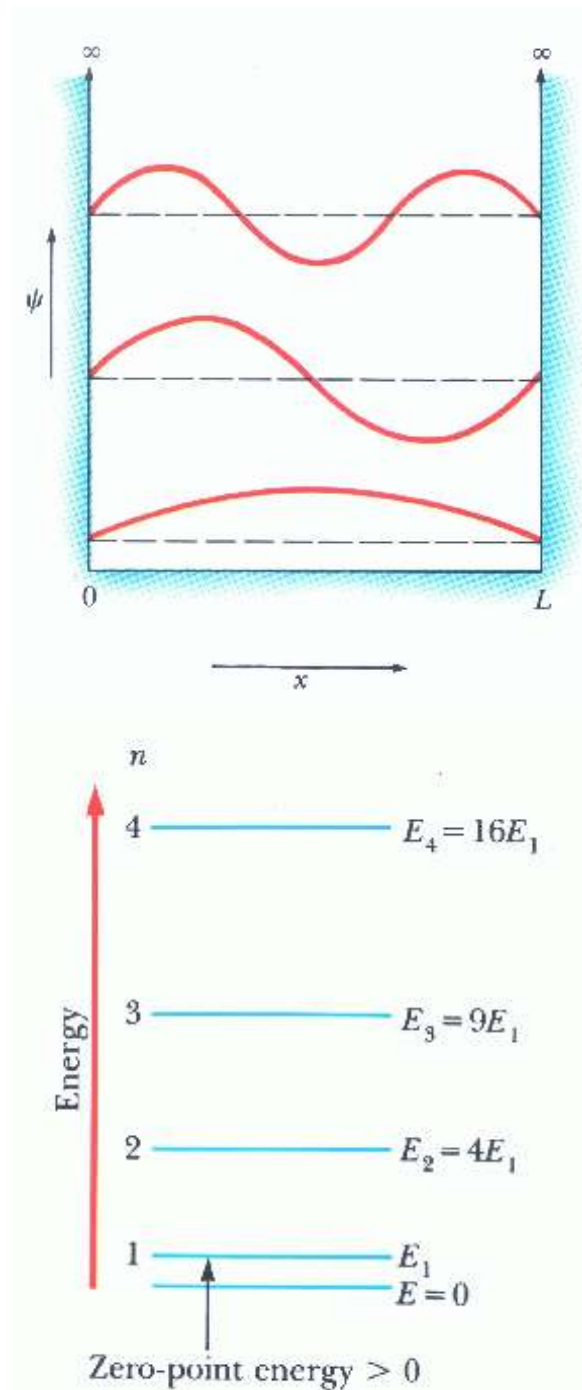
Η λύσεις της εξίσωσης αυτής με συνοριακές συνθήκες $\psi(0) = \psi(L) = 0$ είναι οι

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad n=1,2,3,\dots$$

και οι επιτρεπτές ενέργειες δίνονται από

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2 = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$$

Διάγραμμα των κυματοσυναρτήσεων και των ενεργειακών σταθμών δείχνεται στο Σχ. 1.

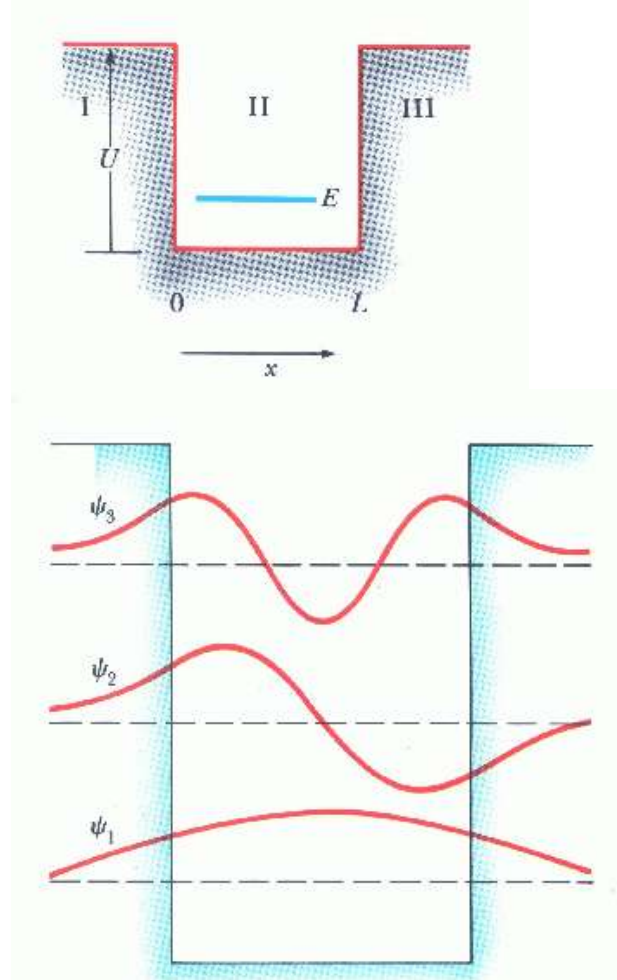


Σχ. 1: Κυματοσυναρτήσεις και επιτρεπτές ενέργειες για τις πρώτες στάθμες απειρόβαθου πηγαδιού. Οι κυματοσυναρτήσεις είναι συμμετρικές γύρω από το κέντρο του δυναμικού, πράγμα που ισχύει για κάθε συμμετρικό δυναμικό.

Ποια είναι η διαφορά με την κλασική Φυσική όσον αφορά την ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης απειρόβαθου πηγαδιού;
 Πώς βγάζουμε από τη θεωρία του απειρόβαθου πηγαδιού την τάξη μεγέθους των ατομικών και των πυρηνικών ενεργειών;
 Πόσους κόμβους (σημεία μηδενισμού) έχει η κυματοσυνάρτηση της n -στης διεγερμένης στάθμης του πηγαδιού;
 Τι συμμετρία έχουν οι κυματοσυναρτήσεις του πηγαδιού; Πού οφείλεται;
 Είναι λογική η εξάρτηση των ενεργειών απειρόβαθου πηγαδιού από τις διάφορες παραμέτρους του προβλήματος; (δίνει το αναμενόμενο κλασικό όριο; εξηγήστε)

Μη απειρόβαθο πηγάδι δυναμικού:

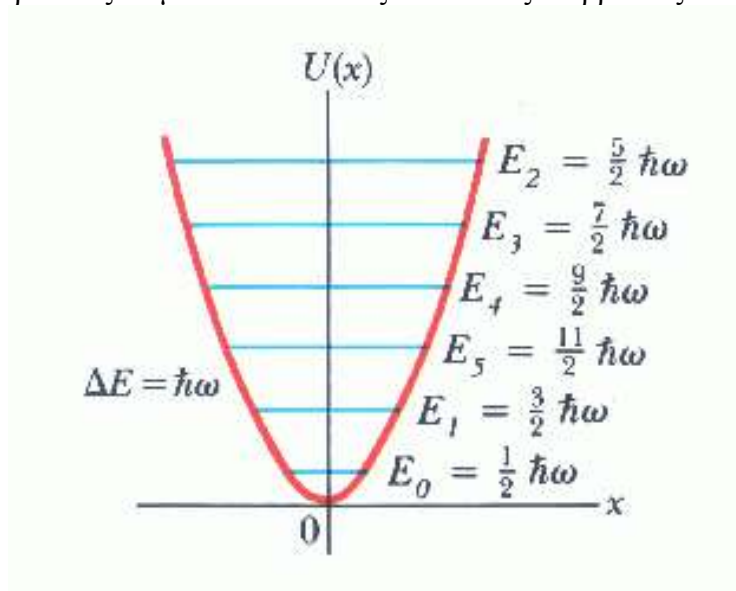
Τι γίνεται όταν το δυναμικό στα άκρα πηγαδιού δεν είναι άπειρο (βλ. Σχ. 2); Πώς συγκρίνονται οι κυματοσυναρτήσεις και οι ενέργειες στην περίπτωση αυτή με εκείνες του απειρόβαθου πηγαδιού (βλ. Σχ. 2); Ποια είναι η κλασικά απαγορευμένη περιοχή για το μη απειρόβαθο (πεπερασμένο) πηγάδι; (αναλύστε σε κάθε περίπτωση)



Σχ. 2: Πεπερασμένο πηγάδι δυναμικού (αριστερά) και κυματοσυναρτήσεις για τις πρώτες στάθμες του (δεξιά).

3.c. Ο αρμονικός ταλαντωτής

Είναι το κβαντομηχανικό σύστημα στο οποίο το δυναμικό έχει τη μορφή $V(x)=kx^2/2=m\omega^2x^2/2$ (βλ. Σχ. 3). Το δυναμικό αυτό (αρμονικό δυναμικό) προέρχεται από δύναμη της μορφής $F(x)=-kx$ και είναι καλή προσέγγιση κάθε δυναμικού κοντά σε σημεία ευσταθούς ισορροπίας (γιατί;), δηλαδή μπορεί να περιγράψει κάθε είδους μικρές απομακρύνσεις σωμάτων από θέσεις ευσταθούς ισορροπίας.



Σχ. 3: Δυναμικό και ενεργειακές στάθμες αρμονικού ταλαντωτή.

Η εξ. Schrodinger για τον αρμονικό ταλαντωτή (εξ. (3)) είναι μια εξίσωση με μη σταθερούς συντελεστές. Αν και η εύρεση της γενικής λύσης της δεν είναι τόσο απλή, μπορεί κανείς να εξάγει πολλά συμπεράσματα για τις κυματοσυναρτήσεις και τις αντίστοιχες ενέργειες επικαλούμενος μόνο πολύ γενικές ιδιότητες των λύσεων της της εξ. Schrodinger (ποιες;).

Οι κυματοσυναρτήσεις του ταλαντωτή έχουν τη μορφή

$$\psi_n(x) = H_n(x)e^{-x^2/2a^2}, \quad \text{με} \quad a = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

και $H_n(x)$ πολυώνυμο βαθμού n ($n=0,1,2,\dots$). Οι αντίστοιχες ενέργειες δίνονται από

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$$

Για τη θεμελιώδη στάθμη, ειδικότερα, έχουμε

$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\hbar\pi}\right)^{1/4} e^{-\frac{m\omega}{\hbar}(x^2/2)} = \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2/2a^2} \quad \text{και} \quad E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$$

Μερικά σχόλια:

Ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά του αρμονικού δυναμικού είναι οι ισαπέχουσες ενεργειακές στάθμες. Για δυναμικά πιο ευρεία από τον ταλαντωτή οι στάθμες πυκνώνουν καθώς ανεβαίνουμε στο φάσμα (δηλ. καθώς μεγαλώνει το n) ενώ για πιο στενά αραιώνουν.

Το αρμονικό δυναμικό, $V(x)=kx^2/2=M\omega^2x^2/2$, περιγράφει πολύ ικανοποιητικά το ταλαντωτικό φάσμα διατομικών μορίων, με x την απόσταση ανάμεσα στους πυρήνες και M την ανηγμένη μάζα του μορίου. Η ύπαρξη μη μηδενικής ενέργειας της θεμελιώδους κατάστασης δείχνει ότι τα μόρια, ακόμα και στην κατάσταση ελάχιστης ενέργειας, κάθε άλλο παρά ηρεμούν.

Η τάξη μεγέθους των ταλαντωτικών ενεργειών (δηλ. των ενεργειών των φωτονίων που προέρχονται από μετάβαση από μια ταλαντωτική στάθμη σε άλλη) είναι της τάξης των 1/40 eV (θερμικές ενέργειες, δηλ. υπέρυθρο, αντίθετα με τις ηλεκτρονικές ενέργειες που πέφτουν στο υπεριώδες).

Πώς μπορεί κανείς να υπολογίσει την κυματοσυνάρτηση της θεμελιώδους στάθμης ταλαντωτή επικαλούμενος μόνο γενικές ιδιότητες της εξίσωσης Schrodinger και τη συμμετρία του δυναμικού;

Ποια είναι η διαφορά κβαντικού και κλασικού ταλαντωτή όσον αφορά την ενέργεια της θεμελιώδους στάθμης;

Ποια είναι η κλασικά απαγορευμένη περιοχή για τον αρμονικό ταλαντωτή;

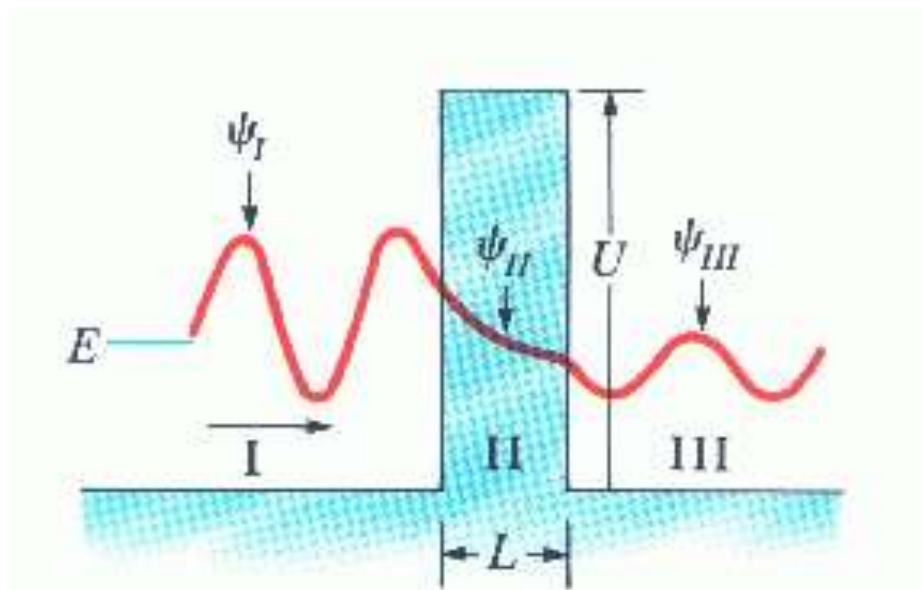
Πώς ερμηνεύεται η δυνατότητα διείσδυσης των κβαντομηχανικών σωμάτων σε κλασικά απαγορευμένες περιοχές;

3.d. Ορθογώνιο φράγμα δυναμικού

Ορθογώνιο φράγμα δυναμικού είναι μια περιοχή σταθερής δυναμικής ενέργειας, U , που περιβάλλεται από περιοχές χαμηλότερης ή μηδενικής δυναμικής ενέργειας (βλ. Σχ. 4). Αντίθετα από τα προηγούμενα συστήματα, όπου υπήρχε παγίδευση των σωματιδίων και ενδιαφερόμασταν για δέσμιες καταστάσεις, εδώ δεν υπάρχουν δέσμιες καταστάσεις και **το πρόβλημα συνίσταται** στην εύρεση της πιθανότητας ένα σωματίδιο που προσπίπτει πάνω στο φράγμα να το διαπεράσει ή να ανακλαστεί από αυτό (ή, ισοδύναμα, στην εύρεση του ποσοστού των σωματιδίων που διαπερνούν το φράγμα ή ανακλώνται, θεωρώντας πρόσπτωση πάνω στο φράγμα ρεύματος σωματιδίων).

Στην κλασική φυσική ένα σωματίδιο ενέργειας (E) μεγαλύτερης από το ύψος του φράγματος θα το διαπεράσει με πιθανότητα μονάδα, ενώ αν $E < U$ θα έχει μηδενική πιθανότητα να το διαπεράσει (το φράγμα είναι κλασικά απαγορευμένη περιοχή). Στην κβαντομηχανική, όπως θα δούμε, σωματίδιο με $E < U$ έχει μια μη αμελητέα

πιθανότητα να διέλθει μέσω του φράγματος. Το φαινόμενο αυτό της διέλευσης σωματιδίων μέσω φραγμάτων δυναμικού λέγεται **φαινόμενο σήραγγας** και έχει εξαιρετικές [εφαρμογές](#). (Σημειώστε επίσης ότι για $E > U$ η κβαντομηχανική πιθανότητα διέλευσης δεν είναι πάντα μονάδα.)



Σχ. 4: Φράγμα δυναμικού και κυματοσυνάρτηση σωματιδίου που προσπίπτει σε αυτό, ερχόμενο από αριστερά.

Για την κβαντομηχανική μελέτη του φράγματος δυναμικού χρειάζεται η επίλυση της εξ. Schrodinger για το σύστημα του Σχ. 4. Λύνοντας την εξ. Schrodinger για τις περιοχές I και III του Σχ. 4 (δηλ. απουσία δυναμικού) και θεωρώντας πρόσπτωση των σωματιδίων (ενέργειας E) από αριστερά του φράγματος, βρίσκουμε για τις αντίστοιχες κυματοσυναρτήσεις τη μορφή

$$\psi_I(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad \text{και} \quad \psi_{III}(x) = Ce^{ikx} \quad \text{με} \quad k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

(λαμβάνοντας υπόψη ότι το εκθετικό με το + δηλώνει κύμα που οδεύει προς τα δεξιά και εκείνο με το - κύμα που οδεύει προς τα αριστερά).

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$$

Ο λόγος $R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$ λέγεται συντελεστής ανάκλασης και δίνει την πιθανότητα ανάκλασης του σωματιδίου (ή αλλιώς το ποσοστό των σωματιδίων που ανακλώνται σε ένα πείραμα σκέδασης)

$$T = \frac{|C|^2}{|A|^2}$$

και ο λόγος $T = \frac{|C|^2}{|A|^2}$ λέγεται συντελεστής διέλευσης και δίνει την πιθανότητα το σωματίδιο να περάσει το φράγμα και να φθάσει στο $x=\infty$ (ή αλλιώς το ποσοστό των σωματιδίων που διέρχονται από το φράγμα). Όπως είναι λογικό $R+T=1$.

Εν γένει τα R και T έχουν σχετικά σύνθετη μορφή και για τον υπολογισμό τους απαιτείται η λύση της εξ. Schrodinger και στην περιοχή II (Σχ. 4), και η εφαρμογή κατάλληλων συνοριακών συνθηκών.

Εν τούτοις, για φράγματα αρκετά υψηλά (σε σχέση με την ενέργεια του σωματιδίου) ή αρκετά ευρεία, ο συντελεστής T μπορεί να πάρει τη σχετικά απλή μορφή

$$T \approx e^{-2gL} \quad \text{με} \quad g = \sqrt{2m(U - E)/\hbar}$$

Για δυναμικά που εξαρτώνται από τη θέση, $U=U(x)$, στον προηγούμενο τύπο θέτουμε

$$gL \rightarrow \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U(x) - E)/\hbar}$$

(Τα x_1, x_2 είναι τα όρια της κλασικά απαγορευμένης περιοχής, $E < U$.)

Παρατηρήστε ότι ακόμα και για $E \ll U$ ο συντελεστής διέλευσης δεν είναι μηδέν και άρα υπάρχει μία μη μηδενική πιθανότητα το σωματίδιο να περάσει το φράγμα (φαινόμενο σήραγγας).

Παρατηρήστε επίσης την εκθετική ευαισθησία του T στην ενέργεια και τη μάζα του σωματιδίου, καθώς και στο ύψος και το εύρος του φράγματος.

Η ποσότητα $\delta = \hbar/g$ λέγεται μήκος διείσδυσης του σωματιδίου και δίνει το εύρος της κλασικά απαγορευμένης περιοχής μέσα στην οποία υπάρχει μετρήσιμη πιθανότητα να βρούμε το σωματίδιο.

Να αναφέρουμε τέλος ότι για $E > U$ οι συντελεστές διέλευσης και ανάκλασης είναι επίσης σύνθετες συναρτήσεις της ενέργειας. Είναι αξιοσημείωτο ότι υπάρχει πλήρης διέλευση, $T=1$, μόνο για ορισμένες τιμές ενέργειας του σωματιδίου και ότι οι τιμές αυτές αντιστοιχούν σε αποστάσεις από το ύψος του φράγματος ίσες με τις ιδιοτιμές απειρόβαθου πηγαδιού εύρους L (συντονισμός).

Υπολογίστε το R και το T για φράγμα άπειρου εύρους L . (Απάντηση: $R=1$ και το $T=0$.)

Από ένα ηλεκτρόνιο και ένα πρωτόνιο (ίδιας ενέργειας) που προσπίπτουν στο ίδιο φράγμα δυναμικού ποιο θα έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να περάσει το φράγμα;

Εφαρμογές του φαινομένου σήραγγας:

- **Δίοδοι σήραγγας:** Όταν ένα ηλεκτρικό πεδίο εφαρμοστεί σε ένα μέταλλο το μέταλλο αυτό εκπέμπει ηλεκτρόνια. Η εκπομπή αυτή οφείλεται στο ότι με την εφαρμογή του πεδίου το δυναμικό που "βλέπουν" τα ηλεκτρόνια του μετάλλου, από μορφή φράγματος "άπειρου" εύρους, αποκτά τη μορφή πεπερασμένου φράγματος, και άρα γίνεται προσπελάσιμο από τα ηλεκτρόνια.
- **Διάσπαση άλφα:** Είναι η διάσπαση ραδιενεργών στοιχείων με εκπομπή σωματιδίων άλφα (πυρήνων He). Το δυναμικό που φτιάχνει ο συνδυασμός

των ισχυρών (ελκτικές και με μικρή εμβέλεια) και των ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων (απωστικές με μεγάλη εμβέλεια) του πυρήνα έχει τη μορφή φράγματος και άρα μπορεί να διαπεραστεί από τα σωματίδια άλφα. (Πως εξηγούνται με βάση τη θεωρία του φράγματος οι μεγάλες διαφορές στους ρυθμούς διάσπασης των ραδιενεργών πυρήνων;)

- **Σαρωτικό μικροσκόπιο σήραγγας:** Είναι διάταξη που επιτρέπει την απεικόνιση επιφανειών με διακριτική ικανότητα της κλίμακας του ατόμου. Φέρει μια πολύ λεπτή (ατομικής κλίμακας) ακίδα από αγώγιμο υλικό. Φέρνοντας την ακίδα του μικροσκοπίου κοντά στην επιφάνεια που θέλουμε να απεικονίσουμε το δυναμικό στην περιοχή μεταξύ ακίδας και επιφάνειας παίρνει τη μορφή φράγματος, επιτρέποντας τη διέλευση ηλεκτρονίων από την επιφάνεια στο μικροσκόπιο (και αντίστροφα, αλλά με εφαρμογή κατάλληλων τάσεων ή υλικών αποτρέπεται η κατεύθυνση αυτή). Η ένταση του ρεύματος που φθάνει στην ακίδα του μικροσκοπίου από την επιφάνεια (άρα που διέρχεται από το φράγμα) εξαρτάται εκθετικά από την απόσταση ακίδας-επιφάνειας. Μετρώντας είτε ρεύμα αυτό είτε την κατακόρυφη κίνηση που θα πρέπει να κάνει η ακίδα για να δέχεται σταθερό ρεύμα, απεικονίζουμε την τοπολογία της επιφάνειας.
- **Άλλα φαινόμενα** που οφείλονται σε διέλευση σήραγγας είναι το ρεύμα σε επαφές Josephson υπεραγωγών, η ταλάντωση του αζώτου στο μόριο της αμμωνίας, η εκπομή ακτινοβολίας από μελανές οπές κ.ο.κ.
-

4. Κβαντομηχανική στις τρεις διαστάσεις

Εδάφια:

[4.a. Εξ. Schrodinger στις τρεις διαστάσεις](#)

[4.b. Σωματίο σε κουτί](#)

[4.c. Το άτομο του Υδρογόνου](#)

[4.d. Άτομο σε μαγνητικό πεδίο - Spin](#)

[4.e. Πολυηλεκτρονικά άτομα - Περιοδικός πίνακας](#)

[4.f. Κανόνες επιλογής](#)

4.a. Εξ. Schrodinger στις τρεις διαστάσεις

Αν και η μελέτη της εξ. του Schrodinger στη μία διάσταση αρκεί για να κατανοήσουμε μερικά βασικά χαρακτηριστικά των κβαντομηχανικών συστημάτων, όπως π.χ. η κβάντωση της ενέργειας, δεν επαρκεί αν θέλουμε να μελετήσουμε πιο σύνθετα συστήματα, όπως π.χ. μόρια ή στερεά σώματα. Για μια ρεαλιστική αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων χρειάζεται να πάμε στον τριδιάστατο "κόσμο", δηλ. να λύσουμε την εξ. Schrodinger στις τρεις διαστάσεις. Η εξίσωση αυτή έχει τη μορφή (χρονοεξαρτημένη)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(\mathbf{r},t) + V(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r},t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(\mathbf{r},t)}{\partial t} \quad (1)$$

Θεωρώντας λύσεις της μορφής $\Psi(\mathbf{r},t) = \psi(\mathbf{r})e^{-i(E/\hbar)t}$ καταλήγουμε στη χρονοανεξάρτητη εξ. Schrodinger:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (2)$$

(Ο τελεστής Laplace σε καρτεσιανές συντεταγμένες έχει τη μορφή

$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}$$

Η κυματοσυνάρτηση τώρα είναι μια συνάρτηση του διανύσματος θέσης, $\psi(\mathbf{r})=\psi(x,y,z)$, και το τετράγωνο του πλάτους της εκφράζει την πυκνότητα πιθανότητας (πιθανότητα ανά μονάδα όγκου εδώ) να βρούμε το σωματίδιο σε κάποια περιοχή του χώρου. Το ολοκλήρωμα της σε όλο το χώρο (τριδιάστατο ολοκλήρωμα)

$$\int_{\infty} |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 dV = 1$$

είναι μονάδα:

Τι μονάδες έχει η κυματοσυνάρτηση στις τρεις διαστάσεις;

4.b. Σωματίο σε κουτί

Το πιο απλό κβαντομηχανικό πρόβλημα στις τρεις διαστάσεις είναι το πρόβλημα ενός σωματιδίου παγιδευμένου σε κυβικό κουτί ακμής L . Οι επιτρεπτές καταστάσεις ενός τέτοιου σωματιδίου θα δίδονται από τις λύσεις της (2), με $V(\mathbf{r})=0$ μέσα στο κουτί, και με $\psi(x,y,z)=0$ για $x,y,z > L$ και $x,y,z < 0$.

Για τη λύση της εξ. Schrodinger στην περίπτωση αυτή, και γενικά στα τριδιάστατα προβλήματα, χρησιμοποιούμε τη μέθοδο χωρισμού μεταβλητών. Η βασική αρχή της μεθόδου είναι ότι "όταν η διαφορική εξίσωση μπορεί να γραφεί ως άθροισμα όρων ο καθένας από τους οποίους να είναι συνάρτηση μόνο μίας συντεταγμένης, τότε η λύση μπορεί να γραφεί ως γινόμενο συναρτήσεων της κάθε συντεταγμένης χωριστά". Π.χ. $\psi(x,y,z)=\psi_x(x)\psi_y(y)\psi_z(z)$. Εφαρμόζοντας την αρχή αυτή στο πρόβλημα του σωματιδίου σε κουτί, χρησιμοποιώντας το καρτεσιανό σύστημα (αφού η εξίσωση χωρίζεται στο σύστημα αυτό, και οι συνοριακές συνθήκες εκφράζονται μονοπαραμετρικά, δηλ. συναρτήσει μόνο μίας συντεταγμένης), παίρνουμε τρεις μονοδιάστατες εξισώσεις, κάθε μία από τις οποίες περιγράφει σωματίο σε ένα μονοδιάστατο απειρόβαθο πηγάδι εύρους L . Σύμφωνα με τα παραπάνω και λαμβάνοντας υπόψη τις λύσεις του απειρόβαθου πηγαδιού, η κυματοσυνάρτηση του συστήματος (μετά και από κανονικοποίηση) θα είναι

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi(x, y, z) = \left(\frac{2}{L}\right)^{3/2} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{L}\right) \sin\left(\frac{l\pi z}{L}\right), \quad n, m, l = 1, 2, 3, \dots$$

και οι επιτρεπτές ενέργειες του συστήματος

$$E_{n,m,l} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} (n^2 + m^2 + l^2)$$

Οι ακέραιοι n, m, l που εκφράζουν την κβάντωση της ενέργειας λέγονται κβαντικοί αριθμοί.

Ένα νέο φαινόμενο που συναντάμε στα τριδιάστατα προβλήματα, που δεν υπήρχε στη μία διάσταση, είναι το φαινόμενο του εκφυλισμού. **Εκφυλισμός** σημαίνει ότι σε μία ενεργειακή στάθμη αντιστοιχούν περισσότερες από μία καταστάσεις (δηλαδή περισσότερες από μία κυματοσυναρτήσεις, ή, αλλιώς, περισσότερες από μία διατεταγμένες τριάδες κβαντικών αριθμών. Π.χ. οι καταστάσεις με $(n,m,l)=(1,2,1)$ και $(n,m,l)=(2,1,1)$ έχουν την ίδια ενέργεια). Η πηγή του εκφυλισμού είναι η συμμετρία του συστήματος.

4.c. Το άτομο του Υδρογόνου

Το πιο απλό κβαντομηχανικό ρεαλιστικό σύστημα, το οποίο λύνεται ακριβώς, είναι το άτομο του Υδρογόνου (1 πρωτόνιο και 1 ηλεκτρόνιο). Το δυναμικό στην περίπτωση αυτή οφείλεται στην έλξη πυρήνα-ηλεκτρονίου και είναι δυναμικό Coulomb:

$$V(\mathbf{r}) = -\frac{ke^2}{r},$$

όπου r είναι η απόσταση ηλεκτρονίου πυρήνα (ο πυρήνας λαμβάνεται ως αρχή των αξόνων). Το κατάλληλο σύστημα συνετεταγμένων για τη μελέτη του προβλήματος αυτού, είναι το σφαιρικό: $\mathbf{r}=(r,\theta,\varphi)$ (η εξ. Schrodinger χωρίζεται στο σύστημα αυτό, ενώ δεν χωρίζεται στο καρτεσιανό).

Λύνοντας την εξ. Schrodinger για το άτομο του Υδρογόνου βρίσκουμε τις κυματοσυναρτήσεις που αντιστοιχούν στις επιτρεπτές καταστάσεις του ηλεκτρονίου στο σύστημα,

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_{n,l,m_l}(r, \theta, \phi) = R_n(r)\Theta_{l,m_l}(\theta)\Phi_{m_l}(\phi), \quad (3)$$

καθώς και τις επιτρεπτές ενέργειες,

$$E_n = -\frac{k^2me^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{\hbar^2}{2ma_0^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13.6}{n^2} eV \quad \text{με} \quad a_0 = \frac{\hbar^2}{mke^2} \approx 0.5A \quad (4)$$

Όπως φαίνεται από την (3) οι καταστάσεις του συστήματος χαρακτηρίζονται από τρεις κβαντικούς αριθμούς. Ο καθένας από τους αριθμούς αυτούς συνδέεται άμεσα με μία φυσική ποσότητα και εκφράζει την κβάντωση της ποσότητας αυτής. Παρακάτω αναφέρουμε τους κβαντικούς αριθμούς, τα όριά τους και την ποσότητα με την κβάντωση της οποίας συνδέονται.

Κβαντικός αριθμός	Όνομα	Συνδέεται με	Όρια
n	κύριος κβαντικός αριθμός	Ενέργεια, μέσω της σχέσης $E_n = -\frac{k^2 m e^4}{2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{\hbar^2}{2 m a_0^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV}$	1,2,3,...
l	τροχιακός ή αζιμουθιακός ή της στροφορμής	Μέτρο στροφορμής, μέσω της $L = \mathbf{L} = \sqrt{l(l+1)} \hbar$	0,1,2,...,n-1
m_l	μαγνητικός	z-συνιστώσα στροφορμής, μέσω της $L_z = m_l \hbar$	-1, -1+1, ..., 1-1, 1

Όπως φαίνεται από την (4) η ενέργεια του σωματιδίου εξαρτάται μόνο από τον κύριο κβαντικό αριθμό, δηλαδή καταστάσεις με το ίδιο n αλλά διαφορετικά l και m_l αντιστοιχούν στην ίδια ενέργεια (εκφυλισμός). Η θεμελιώδης στάθμη αντιστοιχεί σε $n=1$ και ενέργεια -13.6 eV.

Αν αντί για άτομο Υδρογόνου είχαμε **υδρογονοειδές ιόν** ατομικού αριθμού Z (Z πρωτόνια και ένα μόνο ηλεκτρόνιο), οι παραπάνω τύποι θα είχαν την ίδια μορφή, με $e^2 \rightarrow Ze^2$.

Κεντρικά δυναμικά και κβάντωση στροφορμής: Οι σχέσεις

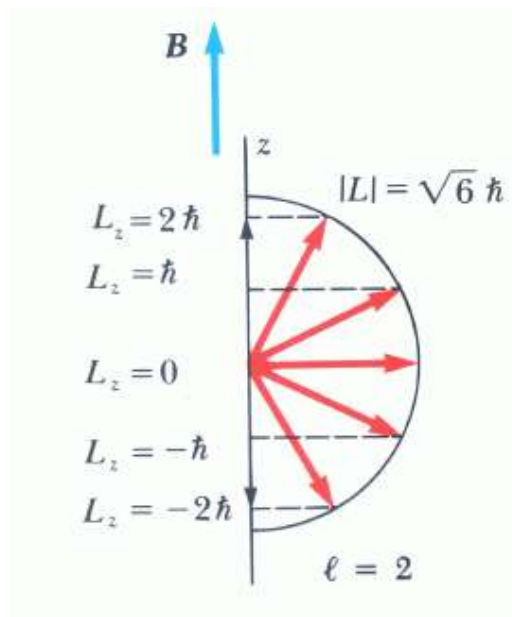
$$L = |\mathbf{L}| = \sqrt{l(l+1)} \hbar \quad \text{και} \quad L_z = m_l \hbar \quad (5)$$

είναι οι συνθήκες κβάντωσης της στροφορμής και ισχύουν για κάθε κεντρικό δυναμικό, $V(\mathbf{r})=V(r)$ (δύναμη στην κατεύθυνση του διανύσματος θέσης). Από τις (5) φαίνεται ότι η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα της στροφορμής με τον άξονα z μπορεί να πάρει μόνο ορισμένες τιμές (είναι κβαντισμένη), τις

$$\cos \theta = \frac{L_z}{L} = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}$$

Το φαινόμενο αυτό λέγεται **κβάντωση του προσανατολισμού ή της κατεύθυνσης ή του χώρου**.

Επιπλέον, η σχέση αβεβαιότητας δεν επιτρέπει το διάνυσμα της στροφορμής να είναι απόλυτα καθορισμένο. Μπορούμε να ξέρουμε το μέτρο του και το πολύ μία συνιστώσα του.



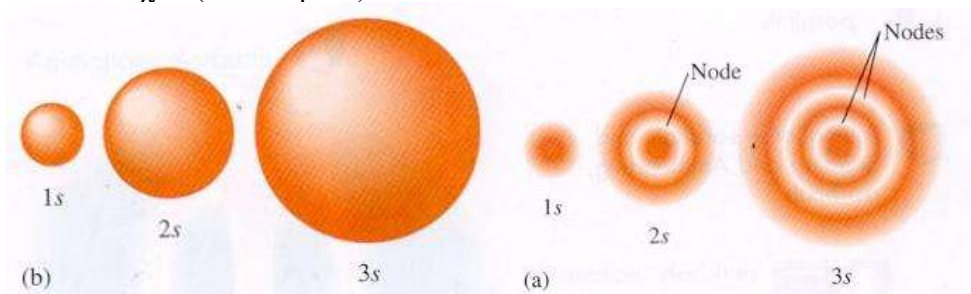
Σχ. 1: Η κβάντωση του προσανατολισμού για τροχιακό αριθμό $l=2$.

Ποια είναι η γωνία θ στην κατάσταση μέγιστης ευθυγράμμισης της στροφορμής με τον άξονα z ;

Κυματοσυναρτήσεις του Η: Η κυματοσυνάρτηση της θεμελιώδους στάθμης του ατόμου του Η, ψ_{100} , είναι σφαιρικά συμμετρική (όπως και όλες οι καταστάσεις με $l=0$) και έχει τη μορφή (κανονικοποιημένη)

$$\psi_{1,0,0}(\mathbf{r}) = \psi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0}$$

(για υδρογονοειδή άτομα $a_0 \rightarrow a_0/Z$). Η μορφή της κυματοσυνάρτησης ψ_{100} στο χώρο δείχνεται στο Σχ. 2 (δείτε την 1s)



Σχ. 2: Η μορφή στο χώρο των κυματοσυναρτήσεων ψ_{100} (1s), ψ_{200} (2s) και ψ_{300} (3s).

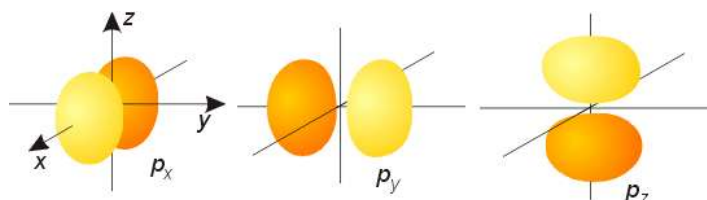
Εν γένει, αντί να χρησιμοποιούμε στους υπολογισμούς (π.χ. μέσω των τιμών θέσης) την πυκνότητα πιθανότητας $|\psi(r)|^2$ και να υπολογίζουμε τριδιάστατα ολοκληρώματα, είναι χρήσιμο να εισάγουμε την ακτινική πυκνότητα πιθανότητας, $P(r) = 4\pi r^2 |\psi(r)|^2$ (για σφαιρικά συμμετρικές κυματοσυναρτήσεις), όπου $P(r)dr$ είναι η πιθανότητα να

βρεθεί το σωματίδιο στο σφαιρικό φλοιό μεταξύ r και $r+dr$ ($\int_0^\infty P(r) dr = 1$).

Χρησιμοποιώντας την $P(r)$ μπορούμε να χειριστούμε τα προβλήματα εύρεσης μέσων τιμών ως μονοδιάστατα.

Χρησιμοποιήστε την $P(r)$ για να υπολογίσετε την πιο πιθανή απόσταση του ηλεκτρονίου από τον πυρήνα για τη θεμελιώδη κατάσταση του ατόμου του Η. Υπολογίστε επίσης τη μέση τιμή της απόστασης ηλεκτρονίου-πυρήνα για την ίδια κατάσταση.

Οι καταστάσεις με $l > 0$ είναι καταστάσεις με γωνιακή εξάρτηση. Η γωνιακή αυτή εξάρτηση δεν οφείλεται στην επίδραση του δυναμικού (αφού αυτό είναι σφαιρικά συμμετρικό), και άρα είναι η ίδια για κάθε σφαιρικά συμμετρικό δυναμικό. Συνεπώς για να βρούμε τη γωνιακή εξάρτηση των κυματοσυναρτήσεων μπορούμε να διαλέξουμε το δυναμικό ώστε η εξ. Schrodinger να οδηγεί στην πολύ πιο απλή εξίσωση $\text{grad}^2=0$, την οποία να λύσουμε σε καρτεσιανές συντεταγμένες. Οι λύσεις με την πιο απλή γωνιακή εξάρτηση (εκτός τις σφαιρικά συμμετρικές) είναι οι συναρτήσεις $x=r \sin\theta \cos\phi$, $y=r \sin\theta \sin\phi$, $z=r \cos\theta$. Αυτή η γωνιακή εξάρτηση αντιστοιχεί στις καταστάσεις με $l=1$. Η μορφή τους στο χώρο δείχνεται στο Σχ. 3.



Σχ. 3: Η μορφή στο χώρο των κυματοσυναρτήσεων με $l=1$. Οι p_x και p_y είναι γραμμικοί συνδυασμοί των καταστάσεων με $m=1$ και -1 , και η p_z αντιστοιχεί σε $m=0$. Για τη μορφή στο χώρο των πιο σύνθετων, όσον αφορά τη γωνιακή εξάρτηση, κυματοσυναρτήσεων δείτε τη σελίδα [Grand orbital table](#).

Φασματοσκοπικός συμβολισμός κυματοσυναρτήσεων: Για το συμβολισμό των κυματοσυναρτήσεων οι φασματοσκόποι χρησιμοποιούν τον κύριο κβαντικό αριθμό (n) και ένα γράμμα, που αντιστοιχεί σε κάθε τιμή του τροχιακού κβαντικού αριθμού l . Η αντιστοιχία δείχνεται στον παρακάτω πίνακα. Επίσης δείχνεται και η γωνιακή εξάρτηση της σχετικής κυματοσυνάρτησης (η γωνιακή εξάρτηση της κυματοσυνάρτησης καθορίζεται από την τιμή του l). Οι καταστάσεις σταθερού n , l , m_l χαρακτηρίζονται ως **ατομικά τροχιακά**.

l	Μορφή
l=0 --> s (sharp) l=1 --> p (principal) l=2 --> d (diffuse) l=3 --> f (fundamental)	

Παραδείγματα συμβολισμού: $\psi_{1,0,0} \rightarrow 1s$, $\psi_{3,2,1} \rightarrow 3d$.

και εκπέμποντας φωτόνια. Οι μεταβάσεις αυτές όμως δεν είναι αυθαίρετες αλλά υπακούουν σε κάποιους κανόνες επιλογής. Για να είναι επιτρεπτή μια μετάβαση θα πρέπει οι καταστάσεις μεταξύ των οποίων γίνεται να έχουν

$$\Delta l = \pm 1, \quad \Delta m_l = 0, \pm 1$$

Αυτό οφείλεται στην αρχή διατήρησης της στροφορμής (σημειώστε ότι το φωτόνιο φέρει μία μονάδα στροφορμής).

4.d. Άτομο σε μαγνητικό πεδίο - Spin

Όπως είδαμε πιο πάνω, οι ενεργειακές καταστάσεις του ατόμου του H και των υδρογονειδών εξαρτώνται μόνο από τον κύριο κβαντικό αριθμό n. Καταστάσεις με το ίδιο n και διαφορετικά l και m αντιστοιχούν στην ίδια ενέργεια (εκφυλισμός). Το φαινόμενο αυτό του εκφυλισμού αίρεται μερικώς όταν το άτομο βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο, \mathbf{B} . Γιατί; Το γεγονός ότι το ηλεκτρόνιο κινείται "γύρω" από τον πυρήνα έχει ως αποτέλεσμα την ύπαρξη στροφορμής και άρα μαγνητικής ροπής,

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{e}{2m} \mathbf{L}, \quad (6)$$

δηλαδή το ηλεκτρόνιο συμπεριφέρεται σαν μαγνητάκι, αλληλεπιδρώντας με εξωτερικό μαγνητικό πεδίο. Η δυναμική ενέργεια της αλληλεπίδρασης αυτής, για μαγνητικό πεδίο προσανατολισμένο κατά τον z-αξονα, είναι

$$U = -\boldsymbol{\mu} \mathbf{B} = -\mu_z B = -\frac{e\hbar}{2m} B m_l \quad (7)$$

Η ενέργεια αυτή προστίθεται στην ενέργεια των "αδιατάρακτων" καταστάσεων του ηλεκτρονίου στο άτομο. Άρα καταστάσεις με διαφορετικό m_l αποκτούν διαφορετική

ενέργεια. Το φαινόμενο αυτό της άρσης του εκφυλισμού μέσα σε μαγνητικό πεδίο λέγεται **φαινόμενο Zeeman**.

Από την (6) συνεπάγεται $\mu = -\frac{e\hbar}{2m}\sqrt{l(l+1)}$ (άρα $\mu_z = -\frac{e\hbar}{2m}m_l$, το οποίο χρησιμοποιήθηκε στην (7)), δηλαδή η μαγνητική ροπή είναι πολλαπλάσιο της

ποσότητας $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$, που λέγεται μαγνητόνη του Bohr και έχει τιμή $9,27 \times 10^{-24} \text{J/T}$.

Σημειώστε ότι η κβάντωση και η αρχή της αβεβαιότητας της στροφορμής μεταφέρονται και στη μαγνητική ροπή. Η μαγνητική ροπή δεν μπορεί να είναι απόλυτα ευθυγραμμισμένη με το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο, ούτε μπορεί να είναι πλήρως καθορισμένη ως διάνυσμα. Αποδεικνύεται ότι το μ για μια ορισμένη τιμή του κβαντικού αριθμού l εκτελεί μεταπτωτική κίνηση γύρω από τον άξονα του μαγνητικού πεδίου.

Spin: Εκτός από τη στροφορμή λόγω της περιφοράς του γύρω από τον πυρήνα (τροχιακή στροφορμή), το ηλεκτρόνιο, όπως και κάθε άλλο κβαντομηχανικό σωματίδιο, φέρει και μία "εσωτερική" στροφορμή (ιδιοστροφορμή). Η στροφορμή αυτή λέγεται spin και ο πιο ευκολος τρόπος για να την κατανοήσει κανείς είναι να την αποδώσει σε ιδιοπεριστροφή του ηλεκτρονίου (παρόλο που αυτό δεν είναι ακριβώς σωστό).

Στο spin, όπως και στην τροχιακή στροφορμή, αντιστοιχούν επίσης δύο κβαντικοί αριθμοί, s και m_s . Ο s λέγεται κβαντικός αριθμός του spin, για το ηλεκτρόνιο έχει πάντα την τιμή $1/2$, και σχετίζεται με το μέτρο του spin σύμφωνα με τη σχέση

$S = |\mathbf{S}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar = (\sqrt{3}/2)\hbar$. Ο m_s (ανάλογα με τον m_l) σχετίζεται με την

προβολή του spin κατά τον άξονα z : $S_z = m_s\hbar$. Ο m_s παίρνει τιμές στο διάστημα $[-s, s]$ (με βήμα 1), άρα για το ηλεκτρόνιο οι δυνατές τιμές του είναι $-1/2$ και $1/2$.

Σημειώστε ότι ισχύει κι εδώ η ίδια αρχή αβεβαιότητας και κβάντωση του προσανατολισμού που ισχύει και για την τροχιακή στροφορμή (βλ. Σχ. 3).

Συνέπεια της στροφορμής spin είναι η ύπαξη μιας επιπλέον μαγνητικής ροπής για το ηλεκτρόνιο, μ_s (μαγνητική ροπή spin), που δίδεται από

$$\mu_s = -\frac{e}{m}\mathbf{S} = -\frac{e\hbar}{m}\sqrt{s(s+1)}$$

Η ύπαρξη του spin πρωτοδιαπιστώθηκε το 1921, στο πείραμα των Stern-Gerlach, στο οποίο δέσμη ατόμων Ag σε ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο χωρίστηκε σε συνιστώσες διαφορετικές από αυτές που προέβλεπε η κλασική φυσική και η γνωστή τότε κβαντομηχανική, και αποδείχθηκε οριστικά το 1927, με την επανάληψη του ίδιου πειράματος από τους Phipps και Taylor, με χρήση ατόμων υδρογόνου. (Η δύναμη στη

δέσμη των ατόμων H θα δίδεται από (δείτε την (7))

$$\mathbf{F} = -\nabla U = \nabla(\mu_s \mathbf{B}) = \mu_{sz} (\partial B_z / \partial z) \hat{z}_{(m_l=0).}$$

Απαγορευτική αρχή του Pauli: Το ηλεκτρόνιο, όπως και το πρωτόνιο και όλα τα σωματίδια που ανήκουν στα δομικά συστατικά της ύλης, έχει σπιν ημιακέραιο. Τα σωματίδια με σπιν ημιακέραιο ονομάζονται με μια λέξη **φερμιόνια**. Για τα σωματίδια αυτά ισχύει μια πολύ βασική για τη δομή του κόσμου μας αρχή, η απαγορευτική αρχή του Pauli, η οποία λέει ότι *στο ίδιο άτομο δεν είναι δυνατόν να υπάρξουν δύο όμοια φερμιόνια στην ίδια ακριβώς κατάσταση, δηλαδή με όλους τους κβαντικούς αριθμούς ίδιους*. Η αρχή αυτή δεν ισχύει για τα σωματίδια με σπιν ακέραιο, τα οποία είναι γνωστά ως **μποζόνια**. Μποζόνια είναι όλα τα σωματίδια που είναι φορείς δυνάμεων, όπως π.χ. το φωτόνιο, ο φορέας της ηλεκτρομαγνητικής δύναμης, που έχει σπιν 1.

4.e. Πολυηλεκτρονικά άτομα - Περιοδικός πίνακας

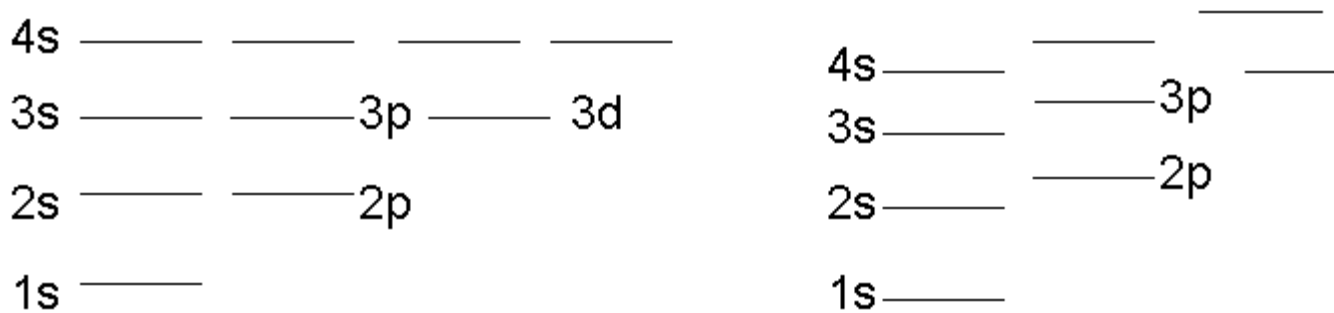
Η πιο πάνω απαγορευτική αρχή του Pauli αποτελεί τη βάση για την κατανόηση της ατομικής δομής και των χημικών και φυσικών ιδιοτήτων των στοιχείων. Λόγω της αρχής αυτής σε κάθε ηλεκτρονική κατάσταση ατόμου καθορισμένων n, l, m_l μπορούν να υπάρξουν μόνο δύο ηλεκτρόνια, ένα με $m_s=1/2$ και ένα με $m_s=-1/2$. Έτσι, η στάθμη 1s χωράει δύο ηλεκτρόνια, η 2s 2 e, η 2p 6 e (δύο σε κάθε υποστάθμη καθορισμένου n, l, m_l) κοκ.

Όπως είπαμε πιο πάνω, στο άτομο του Υδρογόνου και στα υδρογονοειδή η ενέργεια κάθε κατάστασης εξαρτάται μόνο από τον κύριο κβαντικό αριθμό, n . Τί γίνεται τώρα αν σε ένα άτομο υπάρχουν περισσότερα από ένα ηλεκτρόνια; Τότε εκτός από την έλξη μεταξύ ηλεκτρονίων-πυρήνα υπεισέρχονται στο πρόβλημα και οι ηλεκτροστατικές απώσεις των ηλεκτρονίων. Ένας τρόπος να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα είναι να σκεφτούμε ότι τα ηλεκτρόνια δεν βρίσκονται όλα στην ίδια "απόσταση" από τον πυρήνα. Τα ηλεκτρόνια μικρότερου n βρίσκονται κατά μέσο όρο κοντύτερα στον πυρήνα από ό,τι αυτά με μεγαλύτερο n . Έτσι, στα πιο εξωτερικά ηλεκτρόνια ο πυρήνας δεν θα εμφανίζεται γυμνός αλλά καλυμμένος (θωρακισμένος) από το νέφος των εσωτερικών ηλεκτρονίων. Άρα μια καλή προσέγγιση στο πρόβλημα είναι να θεωρήσουμε ότι τα εξωτερικά ηλεκτρόνια του ατόμου έλκονται από έναν πυρήνα που φέρει "ενεργό φορτίο" Z_{eff} , όπου Z_{eff} είναι το φορτίο του πυρήνα (Z) θωρακισμένο από το νέφος των εσωτερικότερων ηλεκτρονίων. Στην περίπτωση αυτή το έργο ιονισμού του ατόμου (που ισούται με το αντίθετο της ενέργειας της τελευταίας κατειλημμένης στάθμης) θα δίνεται από

$$W = \frac{Z_{eff}^2 k^2 m e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = Z_{eff}^2 \frac{13.6}{n^2} eV,$$

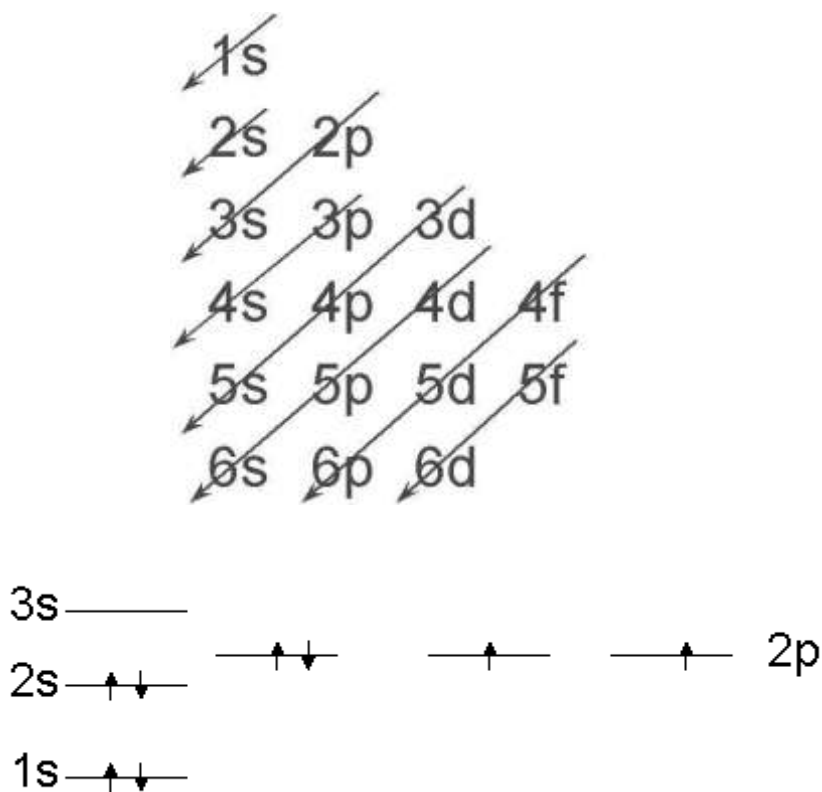
όπου το n είναι ο κύριος κβαντικός αριθμός της τελευταίας κατειλημμένης στάθμης.

Το πιο δραματικό αποτέλεσμα της θωράκισης του πυρήνα από τα ηλεκτρόνια είναι το ότι οι ενέργειες των σταθμών των πολυηλεκτρονικών ατόμων δεν εξαρτώνται πλέον μόνο από τον κύριο κβαντικό αριθμό αλλά και από τον τροχιακό, l . Οι στάθμες με $l=1$ έχουν υψηλότερη ενέργεια από αυτές με $l=0$, οι $l=2$ ακόμα υψηλότερη κ.ο.κ. Το φαινόμενο αυτό δείχνεται στο Σχ. 4.



Σχ. 4: Οι ενεργειακές στάθμες υδρογονοειδούς (αριστερά) και πολυηλεκτρονικού ατόμου (δεξιά).

Η ανύψωση των σταθμών αυξανόμενου l στα πολυηλεκτρονικά άτομα έχει ως αποτέλεσμα στάθμες μεγαλύτερου n να βρίσκονται πολλές φορές χαμηλότερα ενεργειακά από στάθμες μικρότερου n με μεγαλύτερο μέτρο στροφορμής. Ένας εύκολος μνημονικός κανόνας για να θυμάται κάποιος την ιεραρχία στην ενέργεια των σταθμών και άρα τον τρόπο συμπλήρωσής τους δείχνεται στο Σχ. 5. Επίσης δείχνεται και ο τρόπος συμπλήρωσης των σταθμών για το άτομο του O ($Z=8$).



Σχ. 5: Αριστερά: Η σειρά με την οποία συμπληρώνονται οι στάθμες των πολυηλεκτρονικών ατόμων (ακολουθήστε τα βέλη). Δεξιά: Ο τρόπος συμπλήρωσης των σταθμών του ατόμου του Οξυγόνου. Τα βελάκια δείχνουν ηλεκτρόνια με σπιν πάνω και κάτω.

Η συμπλήρωση των υποστοιβάδων της ίδιας ενέργειας (καθορισμένου n και l) γίνεται ακολουθώντας τον κανόνα του Hund, σύμφωνα με τον οποίο οι υποστοιβάδες της

ίδιας ενέργειας συμπληρώνονται έτσι ώστε να μεγιστοποιείται ο αριθμός των καταστάσεων που έχουν το ίδιο σπιν. Ένα παράδειγμα δείχνεται το δεξιό από τα Σχήματα 5.

Έχοντας τοποθετήσει τα ηλεκτρόνια του ατόμου στις κατάλληλες στάθμες, μπορεί κανείς να γράψει την **ηλεκτρονική διάταξη** του ατόμου, χρησιμοποιώντας τον φασματοσκοπικό συμβολισμό, ως [φασματοσκοπικός συμβολισμός στάθμης]^[αριθμός ηλεκτρονίων]. Π.χ. η ηλεκτρονική διάταξη του Οξυγόνου (Σχ. 4) γράφεται $1s^2 2s^2 2p^4$.

Η χημική συμπεριφορά και η σταθερότητα των ατόμων εξαρτώνται κυρίως από τα ηλεκτρόνια της τελευταίας κατειλημμένης στάθμης τους και από το πόσο εύκολα μπορούν αυτά να μεταπηδήσουν σε άλλη στάθμη ή σε άλλο άτομο και να φτιάξουν χημικό δεσμό (είναι τα λιγότερο δέσμια ηλεκτρόνια). Οι σημαντικότερες παράμετροι οι οποίοι ρυθμίζουν τη συμπεριφορά των ηλεκτρονίων αυτών και άρα τη χημική συμπεριφορά του ατόμου είναι

- 1) Ο βαθμός κατάληψης της τελευταίας κατειλημμένης στάθμης.
 - 2) Η απόστασή της από την αμέσως απόμενη μη κατειλημμένη στάθμη.
- Τα πιο σταθερά άτομα είναι αυτά που η τελευταία στάθμη τους είναι πλήρως κατειλημμένη, με μεγάλη απόσταση από την επόμενη, κενή στάθμη.

Το **περιοδικό σύστημα** των στοιχείων (βλ. Σχ. 6) είναι μια κατάταξη των στοιχείων ανάλογα με τις χημικές τους ιδιότητες. Τα στοιχεία που βρίσκονται στην ίδια γραμμή έχουν συμπληρωμένο τον ίδιο φλοιό (ή υποφλοιό) ενώ τα στοιχεία που βρίσκονται στην ίδια στήλη έχουν τον ίδιο βαθμό κατάληψης της τελευταίας στάθμης και άρα παραπλήσιες χημικές ιδιότητες.

s		d										p						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VII B	VIII B			IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	VIII	VIII
1	H 1s ¹																	
2	Li 2s ¹	Be 2s ²											B 2p ¹	C 2p ²	N 2p ³	O 2p ⁴	F 2p ⁵	Ne 2p ⁶
3	Na 3s ¹	Mg 3s ²											Al 3p ¹	Si 3p ²	P 3p ³	S 3p ⁴	Cl 3p ⁵	Ar 3p ⁶
4	K 4s ¹	Ca 4s ²	Sc 3d ¹	Ti 3d ²	V 3d ³	Cr 3d ⁵	Mn 3d ⁵	Fe 3d ⁶	Co 3d ⁷	Ni 3d ⁸	Cu 3d ¹⁰	Zn 3d ¹⁰	Ga 4p ¹	Ge 4p ²	As 4p ³	Se 4p ⁴	Br 4p ⁵	Kr 4p ⁶
5	Rb 5s ¹	Sr 5s ²	Y 4d ¹	Zr 4d ²	Nb 4d ⁴	Mo 4d ⁵	Tc 4d ⁶	Ru 4d ⁷	Rh 4d ⁸	Pd 4d ¹⁰	Ag 4d ¹⁰	Cd 4d ¹⁰	In 5p ¹	Sn 5p ²	Sb 5p ³	Te 5p ⁴	I 5p ⁵	Xe 5p ⁶
6	Cs 6s ¹	Ba 6s ²	*	Hf 5d ²	Ta 5d ³	W 5d ⁴	Re 5d ⁵	Os 5d ⁶	Ir 5d ⁷	Pt 5d ⁹	Au 5d ¹⁰	Hg 5d ¹⁰	Tl 6p ¹	Pb 6p ²	Bi 6p ³	Po 6p ⁴	At 6p ⁵	Rn 6p ⁶
7	Fr 7s ¹	Ra 7s ²	†	Unq 6d ²	Unp 6d ³	Unh 6d ⁴	Uns 6d ⁵	Uno 6d ⁶	Une 6d ⁷									
*Lanthanide series		La 5d ¹	Ce 4f ²	Pr 4f ³	Nd 4f ⁴	Pm 4f ⁵	Sm 4f ⁶	Eu 4f ⁷	Gd 4f ⁷	Tb 4f ⁹	Dy 4f ¹⁰	Ho 4f ¹¹	Er 4f ¹²	Tm 4f ¹³	Yb 4f ¹⁴	Lu 4f ¹⁴		
†Actinide series		Ac 6d ¹	Th 5f ²	Pa 5f ²	U 5f ³	Np 5f ⁴	Pu 5f ⁶	Am 5f ⁷	Cm 5f ⁷	Bk 5f ⁸	Cf 5f ¹⁰	Es 5f ¹¹	Fm 5f ¹²	Md 5f ¹³	No 5f ¹⁴	Lr 5f ¹⁴		

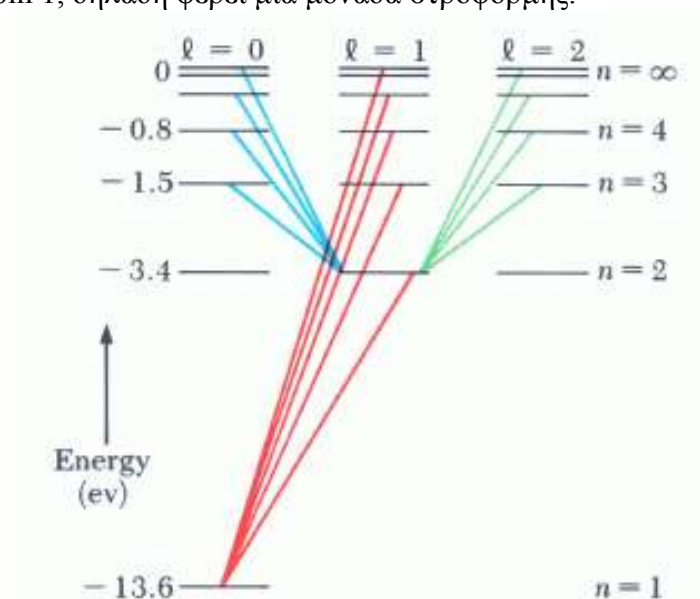
Σχ. 6: Ο περιοδικός πίνακας των στοιχείων.

4.f. Κανόνες επιλογής

Στις συνηθισμένες θερμοκρασίες τα ηλεκτρόνια των ατόμων βρίσκονται εν γένει στη θεμελιώδη κατάσταση τους. Αν με κάποιους τρόπους (π.χ. κρούσεις) βρεθούν σε υψηλότερες ενεργειακές (διεγερμένες) καταστάσεις, τείνουν αποδιεγερθούν μεταπίπτοντας σε χαμηλότερες καταστάσεις και εκπέμποντας φωτόνια (τα οποία φέρουν το περίσυμα της ενέργειας). Οι μεταβάσεις αυτές όμως δεν μπορούν να γίνουν αυθαίρετα, αλλά υπακούουν σε κάποιους κανόνες επιλογής. Για να είναι επιτρεπτή μια μετάβαση θα πρέπει οι καταστάσεις μεταξύ των οποίων γίνεται να έχουν

$$\Delta l = \pm 1, \quad \Delta m_l = 0, \pm 1$$

Αυτό οφείλεται στην αρχή διατήρησης της στροφορμής σε συνδυασμό με το ότι το φωτόνιο έχει spin 1, δηλαδή φέρει μία μονάδα στροφορμής.



Σχ. 7: Οι διαγώνιες γραμμές δείχνουν μερικές από τις επιτρεπτές μεταβάσεις του ηλεκτρονίου του ατόμου του Υδρογόνου.

Χρήσιμο ολοκλήρωμα σε προβλήματα σχετικά με το άτομο του Υδρογόνου:

$$\int_0^{\infty} r^n e^{-\gamma r} dr = \frac{n!}{\gamma^{n+1}}$$

5. Laser

Εδάφια:

[5.a. Χαρακτηριστικές ακτίνες-X](#)

[5.b. Διέγερση και αποδιέγερση ατόμων](#)

[5.c. Laser](#)

[5.d. Εφαρμογές Laser](#)

[5.e. Φθορισμός και φωσφορισμός](#)

5.a. Χαρακτηριστικές ακτίνες-X

Παραλείπεται

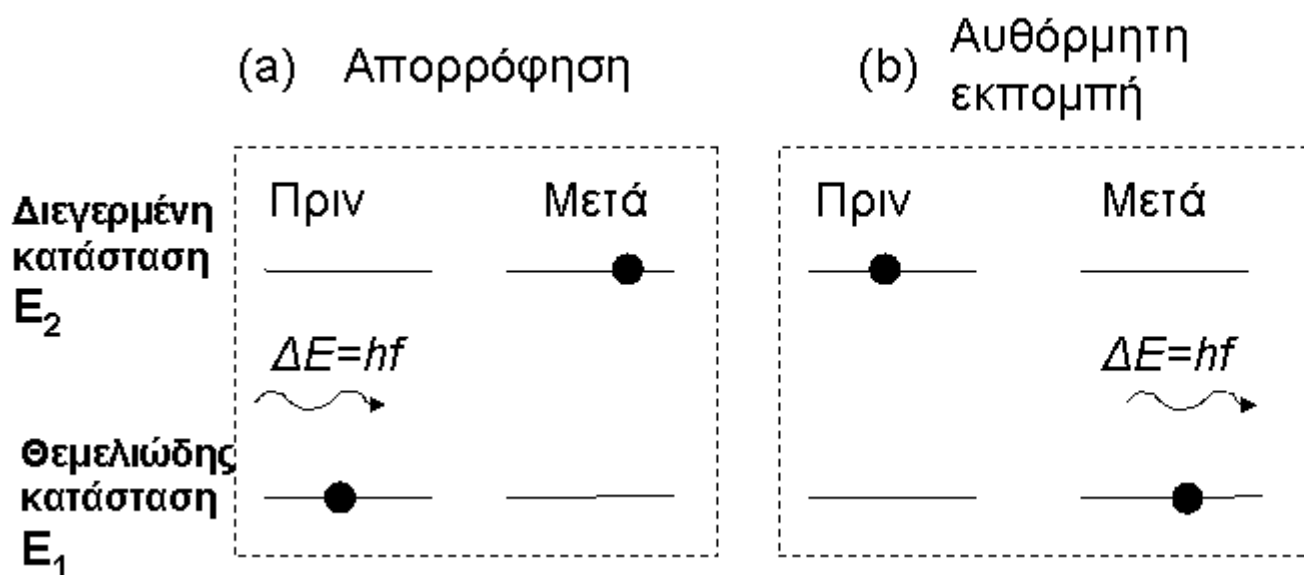
5.b. Διέγερση και αποδιέγερση ατόμων

Στις συνηθισμένες θερμοκρασίες τα ηλεκτρόνια ενός ατόμου βρίσκονται κυρίως στη χαμηλότερη δυνατή ενεργειακή τους στάθμη. Τότε λέμε ότι το άτομο βρίσκεται στη θεμελιώδη του κατάσταση. Στην περίπτωση αυτή το άτομο μπορεί να διεγερθεί, δηλ.

κάποιο από τα ηλεκτρόνιά του να μεταβεί σε υψηλότερη ενεργειακή στάθμη, απορροφώντας ένα φωτόνιο ενέργειας ίσης με τη διαφορά ενέργειας των σταθμών μεταξύ των οποίων γίνεται η μετάβαση - δείτε το Σχ. 1(a). Η διεργασία αυτή λέγεται **παρακινούμενη απορρόφηση**.

Αν με κάποιον τρόπο ένα άτομο βρεθεί σε μια διεγερμένη ενεργειακή κατάσταση το άτομο αυτό έχει κάποια πιθανότητα να εκπέμψει ένα φωτόνιο και να μεταβεί σε χαμηλότερη κατάσταση. Η διεργασία αυτή λέγεται **αυθόρμητη αποδιέγερση** (δείτε το Σχ. 1(b)). Τα φωτόνια που εκπέμπονται με αυθόρμητη αποδιέγερση έχουν τυχαίες διευθύνσεις. Συνήθως ένα άτομο παραμένει σε διεγερμένη κατάσταση περίπου 10^{-8} sec.

Αν κατά τη διάρκεια παραμονής του ηλεκτρονίου στη διεγερμένη κατάσταση πέσει πάνω του ένα φωτόνιο ενέργειας ίσης με την ενεργειακή διαφορά διεγερμένης-θεμελιώδους, το φωτόνιο αυτό παρακινεί το άτομο να αποδιεγερθεί, εκπέμποντας ένα δεύτερο φωτόνιο, το οποίο έχει **ίδια κατεύθυνση και φάση** με το φωτόνιο που υποκίνησε την αποδιέγερση (δείτε το Σχ. 1(c)). Η διαδικασία αυτή λέγεται **παρακινούμενη ή εξαναγκασμένη εκπομπή** και είναι η βάση της λειτουργίας του laser.



Σχ. 1: (a) Η διεργασία της διέγερσης ατόμου με απορρόφηση ενός φωτονίου. (b) Η διεργασία της αυθόρμητης εκπομπής/αποδιέγερσης. (c) Η διεργασία της παρακινούμενης ή εξαναγκασμένης εκπομπής. Το φωτόνιο σε όλες τις περιπτώσεις έχει ενέργεια $\Delta E = E_2 - E_1$.

5.c. Laser

Το φωτόνιο που εκπέμπεται με εξαναγκασμένη εκπομπή, μαζί με το προσπίπτον, μπορούν να υποκινήσουν αποδιέγερση δύο ακόμα διεγερμένων ατόμων, αν υπάρχουν στην περιοχή, αποδίδοντας δύο νέα φωτόνια κ.ο.κ., υποκινώντας έτσι μια αλυσιδωτή αντίδραση, με τελικό προϊόν μια δέσμη φωτονίων ίδιας ενέργειας, κατεύθυνσης, και φάσης. Η δέσμη αυτή αποτελεί το φως laser και η διεργασία παραγωγής της λέγεται

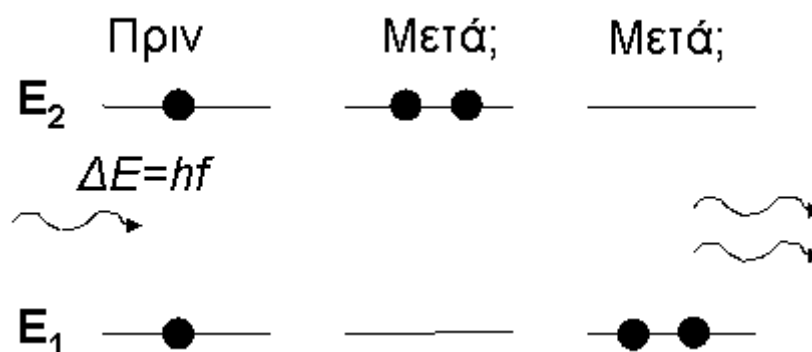
διεργασία laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation - Ενίσχυση του φωτός μέσω εξαναγκασμένης εκπομπής ακτινοβολίας).

Τα βασικά χαρακτηριστικά του φωτός laser είναι τα εξής:

- Μονοχρωματικότητα (τα φωτόνια της δέσμης έχουν όλα την ίδια - σχεδόν - συχνότητα)
- Κατευθυντικότητα (τα φωτόνια της δέσμης έχουν όλα την ίδια διεύθυνση)
- Συμφωνία φάσης (τα φωτόνια της δέσμης έχουν όλα την ίδια φάση)
- Μεγάλη ένταση (πολλά φωτόνια σε μικρή επιφάνεια)

Τα παραπάνω χαρακτηριστικά είναι αυτά που κάνουν το laser μοναδικό, καθώς δίδουν τη δυνατότητα μεγάλης έντασης και ελεγχόμενης συμβολής ακόμα και μακριά από την εστία παραγωγής της δέσμης.

Από το προηγούμενο εδάφιο γίνεται φανερό ότι αν ένα φωτόνιο ενέργειας $E_2 - E_1$ (βλ. Σχ. 2) πέσει πάνω σε ένα άτομο, το άτομο αν είναι σε διεγερμένη κατάσταση θα αποδιεγερθεί, προσφέροντας ένα επιπλέον φωτόνιο στο σύστημα, και αν είναι στη θεμελιώδη θα διεγερθεί, απορροφώντας ένα φωτόνιο από το σύστημα. Οι δύο αυτές διεργασίες είναι ισοπίθανες.



Σχ. 2: Στο σύστημα που δείχνεται στο αριστερό μέρος του σχήματος οι δύο δυνατότητες αλληπίδρασης με προσπίπτον φωτόνιο ενέργειας $\Delta E = E_2 - E_1$ οι οποίες φαίνονται στο κεντρικό και δεξιό μέρος του σχήματος είναι ισοπίθανες.

Άρα σε ένα σύστημα με λιγότερα από τα μισά άτομα σε διεγερμένη κατάσταση (όπως σε ένα σύστημα σε θερμοκρασία περιβάλλοντος) θα έχουμε περισσότερο απορρόφηση παρά εκπομπή φωτονίων και άρα μη δυνατότητα δημιουργίας laser. Αντίθετα, αν το μεγαλύτερο ποσοστό των ατόμων είναι σε διεγερμένη κατάσταση θα έχουμε κυρίως εξαναγκασμένη εκπομπή και άρα δυνατότητα δημιουργίας laser. (Η κατάσταση στην οποία το μεγαλύτερο ποσοστό των ατόμων ενός συστήματος είναι σε διεγερμένη στάθμη λέγεται αναστροφή πληθυσμών.)

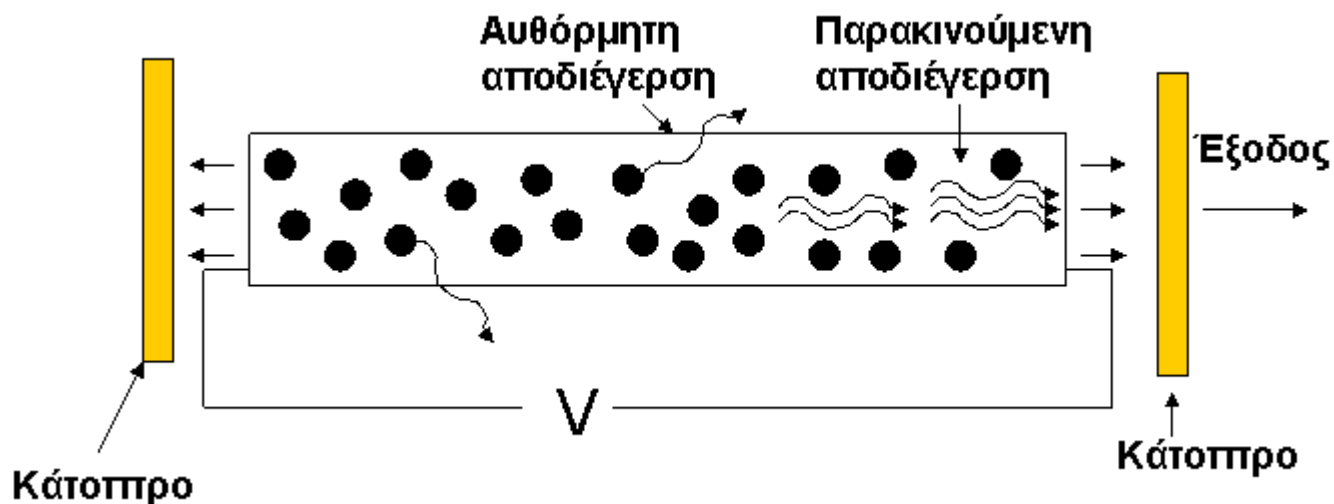
Συγκεκριμένα, για τη δημιουργία laser θα πρέπει να πληρούνται οι ακόλουθες συνθήκες:

- Αναστροφή πληθυσμών στο σύστημα. Αυτό επιτυγχάνεται διαγείροντας τα άτομα είτε με κρούσεις με άλλα άτομα ή ιόντα (ηλεκτρονική άντληση) είτε με απορρόφηση ακτινοβολίας από εξωτερική πηγή (οπτική άντληση).

(Σημειώστε ότι για να επιτευχθεί αναστροφή πλήθυσμών χρειάζονται τρεις τουλάχιστον στάθμες στο σύστημα. Γιατί δεν γίνεται με δύο;)

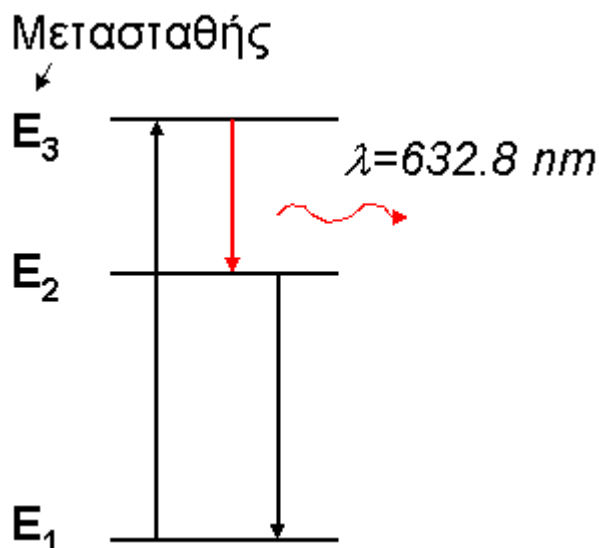
- Η διεγερμένη κατάσταση του συστήματος να είναι **μετασταθής**, δηλαδή ο χρόνος ζωής της (ο μέσος χρόνος που χρειάζεται για να αποδιεγερθεί αυθόρμητα ένα άτομο που βρίσκεται σε αυτήν) να είναι αρκετά μεγάλος ($\tau > 10^{-4}$ sec) ώστε το άτομο να μην αποδιεγείρεται αυθόρμητα πριν να συμβεί η παρακινούμενη αποδιέγερσή του.
- Περιορισμός των εκπεμπόμενων φωτονίων σε μικρό χώρο, ώστε να αλληλεπιδράσουν με όσο γίνεται περισσότερα άτομα του συστήματος και να τα "παρακινήσουν" σε εκπομπή φωτονίων. Αυτό γίνεται τοποθετώντας κάτοπτρα στα δύο άκρα του σωλήνα που περιέχει το σύστημα (το ένα από τα κάτοπτρα είναι ημιδιαφανές, ώστε να μπορούν να διαφεύγουν από αυτό τα φωτόνια laser).

Ένα παράδειγμα συσκευής laser δείχνεται στο Σχ. 3. Τα άτομα διεγείρονται μέσω κρούσεων με φορτισμένα σωματίδια (τα οποία επιταχύνονται στο δυναμικό V) ενώ το όλο σύστημα είναι περιορισμένο σε γυάλινο σωλήνα στα άκρα του οποίου υπάρχουν κάτοπτρα που επανακατευθύνουν τα εκπεμπόμενα φωτόνια μέσα στον σωλήνα ώστε να αλληλεπιδράσουν με περισσότερα άτομα, προκαλώντας έτσι ενίσχυση της δέσμης. Τα φωτόνια που εκπέμπονται με αυθόρμητη αποδιέγερση διαφεύγουν από τον σωλήνα.



Σχ. 3: Παράδειγμα συσκευής laser.

Το πρώτο laser, το οποίο εξέπεμπε κόκκινο φως, κατασκευάστηκε το 1960. Από τότε η τεχνολογία έχει προχωρήσει πάρα πολύ και σήμερα υπάρχουν laser σε διάφορα μήκη κύματος (υπέυθρο, ορατό και υπεριώδες). Ένα κλασικό laser είναι το laser μίγματος He-Ne, το οποίο εκπέμπει σε μήκος κύματος 632,8 nm. Οι σχετικές ενεργειακές στάθμες δείχνονται στο Σχ. 4. Τυπική ισχύς για το laser αυτό είναι 10 mW, τυπική ένταση εξόδου 5100 mW/cm² και τυπική διάμετρος στην έξοδο του laser 0,5 mm.



Σχ. 4: Διάγραμμα των ενεργειακών σθμών του ατόμου του νέου. Το φως laser στο σύστημα He-Ne προέρχεται από τη μετάβαση από την μετασταθή στάθμη E_3 στην E_2 .

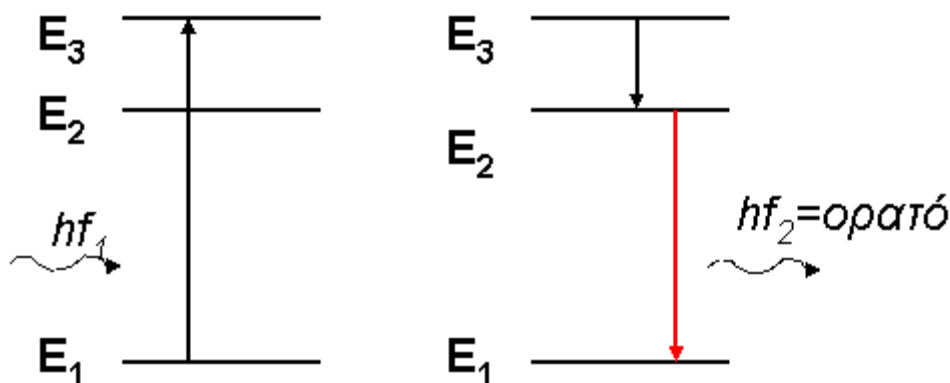
5.d. Εφαρμογές Laser

Οι τέσσερις ιδιότητες του φωτός laser που αναφέραμε στο προηγούμενο εδάφιο το καθιστούν μοναδικό σε μια πληθώρα εφαρμογών, καθώς δίνουν τη δυνατότητα ελεγχόμενης συμβολής (λόγω της καθορισμένης φάσης) και μεγάλης συγκέντρωσης ενέργειας σε μικρό χώρο. Κάποιοι από τους τομείς όπου τα laser χρησιμοποιούνται σήμερα είναι

- Στην ιατρική (με εκμετάλλευση του γεγονότος ότι τα διαφορετικά μήκη κύματος απορροφώνται διαφορετικά από τους διάφορους ιστούς), για θεραπεία γλαυκώματος, κοπή και καυτηρίαση ιστών κοκ.
- Στη βιομηχανία, για κοπή με μεγάλη ακρίβεια υφασμάτων, μετάλλων κοκ.
- Στην τηλεμετρία (μέτρηση αποστάσεων από μακριά), όχι μόνο την επίγεια αλλά και της Σελήνης. Π.χ. μέτρηση αποστάσεων μεταξύ σημείων της Σελήνης και διαφόρων σημείων της Γης
- Στην καθημερινή ζωή (π.χ. ανάγνωση κωδικών προϊόντων στα ταμεία των super-markets, ανάγνωση CDs κοκ.)
- Για **ολογραφία**, δηλαδή τριδιάστατη φωτογραφία. Το τριδιάστατο είδωλο δημιουργείται με αποτύπωση σε φωτογραφικό φιλμ της συμβολής δέσμης laser που σκεδάζεται από το προς φωτογράφιση αντικείμενο με δέσμη αναφοράς (αυτό που δημιουργεί την εικόνα του τριδιάστατου είναι η καταγραφή της φάσης).

5.e. Φθορισμός και φωσφορισμός

Φθορισμό ονομάζουμε τη διεργασία μετατροπής του υπεριώδους φωτός σε ορατό. Η διεργασία αυτή, η οποία απαιτεί τουλάχιστον τρεις ατομικές στάθμες, απεικονίζεται στο Σχ. 5.



Σχ. 5: Κατά τη διεργασία του φθορισμού υπεριώδη φωτόνια προσπίπτουσας δέσμης διεγείρουν τα άτομα της φθορίζουσας ουσίας από τη στάθμη E₁ στην E₃, από όπου πολύ γρήγορα μεταπίπτουν στην E₂ και από εκεί στην E₁. Το ορατό φως προέρχεται από τη μετάβαση από την E₂ στην E₁.

Ο φθορισμός είναι πολύ χρήσιμος για την αναγνώριση ουσιών, καθώς κάθε φθορίζουσα ουσία φθορίζει σε διαφορετικό μήκος κύματος. Στο φαινόμενο του φθορισμού στηρίζεται και η λειτουργία των λαμπτήρων φθορισμού.

Εκτός από τις φθορίζουσες ουσίες, οι οποίες εκπέμπουν ορατό φως όταν φωτιστούν με υπεριώδες, υπάρχουν και κάποιες ουσίες οι οποίες εξακολουθούν να εκπέμπουν φως και αρκετά μετά τον φωτισμό τους με υπεριώδες. Οι ουσίες αυτές λέγονται φωσφορούχες και το φαινόμενο **φωσφορισμός**. Η διεργασία είναι ίδια με εκείνη του φθορισμού, με μόνη διαφορά ότι στις φωσφορούχες ουσίες η στάθμη E₂ είναι μετασταθής, με χρόνο ζωής από μερικά δευτερόλεπτα σε μερικές ώρες.

5. Μόρια

Εδάφια:

[6.a. Μόρια και μοριακοί δεσμοί](#)

[6.b. Κβαντομηχανική περιγραφή του χημικού δεσμού](#)

[6.c. Περιστροφή και ταλάντωση μορίων](#)

[6.d. Μοριακά φάσματα](#)

6.a. Μόρια και μοριακοί δεσμοί

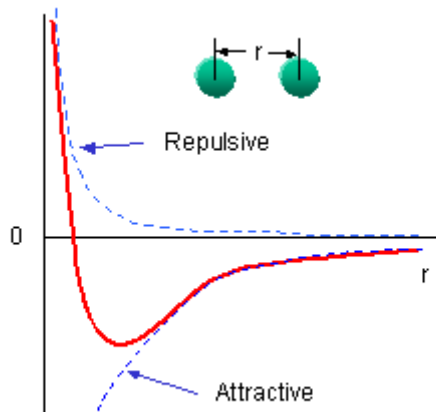
Μόριο ονομάζουμε ένα σύνολο ατόμων που είναι ενωμένα με χημικούς δεσμούς. Τα μόρια υπάρχουν στη φύση γιατί είναι ενεργειακά συμφερότερη κατάσταση από ό,τι τα μεμονωμένα άτομά τους.

Οι ιδιότητες του κάθε μορίου εξαρτώνται από τα άτομα που το αποτελούν και από το είδος των δεσμών μεταξύ τους. Οι δεσμοί αυτοί, όπως θα γίνει φανερό στη συνέχεια οφείλονται στα εξωτερικά ηλεκτρόνια, τα οποία ονομάζονται και ηλεκτρόνια σθένους (υπεύθυνα για το "σθενος" των ατόμων στο να σχηματίζουν δεσμούς)

Οι δεσμοί αναμεσα στα άτομα του μορίου οφείλονται σε ηλεκτροστατικές δυνάμεις μεταξύ των ατόμων αυτών. Οι δυνάμεις αυτές είναι συνδυασμός απωστικών και ελκτικών δυνάμεων (λόγω άπωσης των ομώνυμων φορτίων και έλξης των ετερόνυμων φορτίων των ατόμων). Το δυναμικό σε ένα διατομικό μόριο μπορεί να προσεγγιστεί από την έκφραση

$$U(r) = -\frac{A}{r^n} + \frac{B}{r^m} \quad (1)$$

(άθροισμα ενός ελκτικού και ενός απωστικού όρου), και έχει τη μορφή που δείχνεται στο Σχ. 1. Στην (1) r είναι η απόσταση μεταξύ των πυρήνων, n και m είναι μικροί ακέραιοι και A και B σταθερές.



Σχ. 1: Τυπική μορφή μοριακού δυναμικού.

Το δυναμικό U είναι αρνητικό (ελκτικό) ή θετικό (απωστικό) ανάλογα με την απόσταση ανάμεσα στα άτομα. Η θέση ισορροπίας του μορίου (απόσταση ισορροπίας των ατόμων του) είναι στο ελάχιστο του δυναμικού (τότε η συνολική δύναμη (=παράγωγος του δυναμικού) είναι μηδέν). Παρατηρήστε την ομοιότητα του μοριακού δυναμικού κοντά στο ελάχιστό του με το δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή.

Η λεπτομερής περιγραφή των δεσμών (μηχανισμών σύνδεσης) των ατόμων για το σχηματισμό μορίου είναι πολύπλοκο πρόβλημα που εμπεριέχει αλληλεπιδράσεις πολλών σωματιδίων. Μπορούμε παρ' όλα αυτά να περιγράψουμε τους δεσμούς χρησιμοποιώντας μερικά απλοποιημένα μοντέλα, που αναπράγουν αρκετά ικανοποιητικά τα βασικά χαρ/κά των διαφόρων ειδών δεσμού. Οι μοριακοί δεσμοί μπορούν να καταταγούν σε μια από τις παρακάτω κατηγορίες:

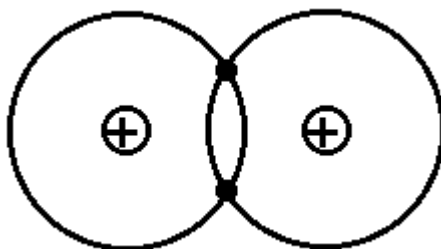
1. Ιοντικός ή ετεροπολικός δεσμός
2. Ομοιοπολικός δεσμός
3. Δεσμός Υδρογόνου
4. Δεσμός Van der Waals

Στον **ιοντικό δεσμό** ένα εξωτερικό ηλεκτρόνιο ενός ατόμου, το οποίο είναι χαλαρά δέσμιο (βλέπει τον πυρήνα ισχυρά θωρακισμένο από το νέφος των εσωτερικότερων ηλεκτρονίων), προσχωρεί σε ένα άλλο άτομο (το οποίο το δέχεται ευχαρίστως γιατί έτσι συμπληρώνει τις στοιβάδες του και γίνεται σταθερότερο). Τα δύο αυτά άτομα γίνονται έτσι ιόντα και κρατιούνται ενωμένα λόγω της ηλεκτροστατικής τους έλξης.

Παράδειγμα ιοντικού δεσμού έχουμε στο NaCl , για το σχηματισμό του οποίου το τελευταίο ηλεκτρόνιο του Na ($Z=11$) (σε ποια στοιβάδα βρίσκεται;) συλλαμβάνεται από το Cl ($Z=17$), συμπληρώνοντας την τελευταία ημικατελημμένη στάθμη του. Η απόσταση ισορροπίας (απόσταση πυρήνων) του μορίου του NaCl είναι $0,24 \text{ nm}$ και η ενέργεια διάσπασής του (ίση με την ενέργεια που κερδίζεται κατά το σχηματισμό του μορίου) είναι $4,2 \text{ eV}$.

Στον **ομοιοπολικό δεσμό** δεν έχουμε προσχώρηση των ηλεκτρονίων σθένους από το ένα άτομο στο άλλο, αλλά έχουμε μάλλον μοίρασμα των ηλεκτρονίων μεταξύ των ατόμων (κοινοκτημοσύνη). Τα ηλεκτρόνια, π.χ. σε ένα διατομικό μόριο, έλκονται ταυτόχρονα από τους πυρήνες και των δύο ατόμων και αυτή η έλξη είναι που κρατάει

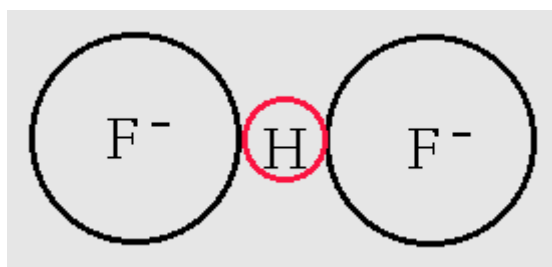
τα άτομα ενωμένα. Το γεγονός ότι τα ηλεκτρόνια αξιοποιούν την έλξη και των δύο πυρήνων ταυτόχρονα κάνει το μόριο είναι ενεργειακά συμφερότερη κατάσταση (περισσότερη έλξη --> περισσότερο αρνητική (χαμηλότερη) ενέργεια). Παράδειγμα ομοιοπολικού δεσμού είναι ο δεσμός μεταξύ όμοιων ατόμων, π.χ. στο μόριο H_2 , βλ. Σχ. 2.



Σχ. 2: Ομοιοπολικός δεσμός στο μόριο του H_2 .

Για την καλύτερη κατανόηση του ομοιοπολικού δεσμού κοιτάτε και το επόμενο εδάφιο, [Κβαντομηχανική περιγραφή του χημικού δεσμού](#)

Ο **δεσμός Υδρογόνου** είναι εξαιρετικά ασθενής αλλά με πολύ μεγάλη βιολογική σημασία, επειδή είναι ο δεσμός που συνδέει τμήματα πολύ βασικών βιολογικών μορίων (π.χ. στο DNA τις στροφές της έλικας). Στο δεσμό Υδρογόνου δύο αρνητικά ιόντα κρατιούνται ενωμένα μέσω της έλξης και των δύο με το πρωτόνιο του ατόμου του H. Π.χ. στο ιόν του HF_2^- , βλ. Σχ. 3.



Σχ. 3: Ο δεσμός Υδρογόνου στο ιόν του HF_2^- . Η ενέργεια σύνδεσης του ιόντος είναι 0.1 eV.

Οι **δεσμοί Van der Waals** είναι ασθενέστεροι από όλους τους παραπάνω δεσμούς. Είναι κυρίως δεσμοί μεταξύ μορίων (ή ατόμων που δεν συνδέονται με ιοντικούς ή ομοιοπολικούς δεσμούς) για το σχηματισμό της στερεάς υγρής ή αέριας ύλης. Οφείλονται στις αδύναμες ηλεκτροστατικές έλξεις ανάμεσα στα ουδέτερα αυτά μόρια. Οι δυνάμεις Van der Waals είναι τριών ειδών:

- Δυναμη διπόλου-διπόλου: Αλληλεπίδραση μορίων με μόνιμη διπολική ροπή (λόγω της ανομοιόμορφης κατανομής φορτίου στο κάθε μόριο). Το μόριο αλληλεπιδρά με το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από το άλλο μόριο. Η εξάρτηση της δύναμης αυτής από την απόσταση μεταξύ των μορίων είναι της μορφής $F \propto 1/r^7$.
- Δύναμη διπόλου εξ επαγωγής: Το ηλεκτρικό πεδίο του ενός μορίου-διπόλου πολώνει το δεύτερο μόριο --> αλληλεπίδραση διπόλου-διπόλου εξ επαγωγής.

Η εξάρτηση της δύναμης αυτής από την απόσταση μεταξύ των μορίων είναι

της μορφής $F \propto 1/r^7$.

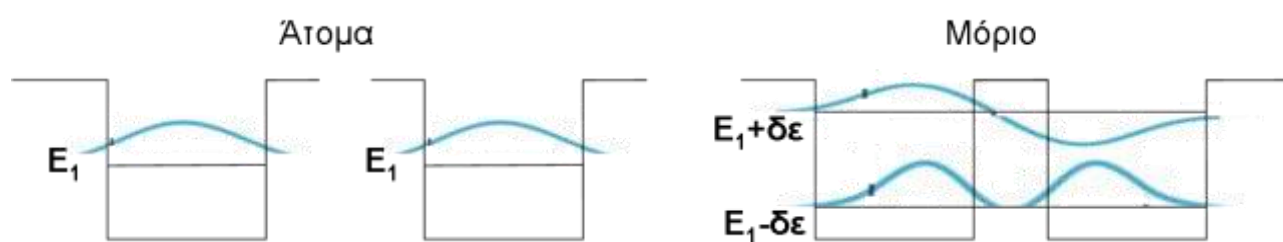
- Δύναμη διασποράς: Δύναμη μεταξύ μη πολικών μορίων. Λόγω της ανομοιόμορφης κατανομής φορτίου στο κάθε μόριο τα φορτία του ενός, όταν τα μόρια έλθουν κοντά, "βλέπουν" τα φορτία του άλλου.

Οι δεσμοί Van der Waals είναι αυτοί που καθορίζουν αν μια ουσία θα είναι υγρή ή αέρια σε θερμοκρασία περιβάλλοντος. Μια ουσία που αποτελείται από μη πολικά μόρια περιμένουμε να είναι αέρια (π.χ. H_2) ενώ μια ουσία που αποτελείται από πολικά μόρια θα είναι υγρή (π.χ. H_2O).

6.b. Κβαντομηχανική περιγραφή του χημικού δεσμού

Σε κάθε μεμονωμένο άτομο τα ηλεκτρόνια σθένους έλκονται από το "ενεργό" πυρηνικό φορτίο του ατόμου, παραμένοντας δέσμια στο άτομο. Άρα τα ηλεκτρόνια μπορούν να προσεγγιστούν με σωματίδια παγιδευμένα σε ένα πηγάδι δυναμικού (το οποίο για ποιοτική περιγραφή μπορεί να θεωρηθεί τετραγωνικό). Θα χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση αυτή για να μελετήσουμε κβαντομηχανικά το σχηματισμό του μορίου του H_2 .

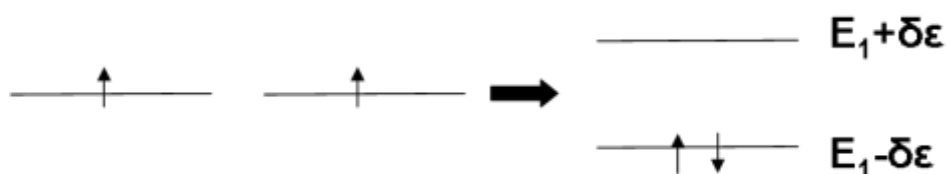
Κατά το σχηματισμό του H_2 δύο πηγάδια δυναμικού έρχονται κοντά το ένα στο άλλο. Στην περίπτωση αυτή δίδεται η δυνατότητα στα ηλεκτρόνια του ενός ατόμου να μεταπηδήσουν και στο άλλο άτομο (γιατί;). Η επιπλέον ηλεκτροστατική έλξη που δέχονται τα ηλεκτρόνια του κάθε ατόμου από το δεύτερο άτομο έχει ως αποτέλεσμα την τροποποίηση του δυναμικού του συστήματος και άρα και των ενεργειακών του καταστάσεων, σε σχέση με τις καταστάσεις των δύο μεμονωμένων ατόμων. Η τροποποίηση αυτή φαίνεται στο Σχ. 4.



Σχ. 4: Η ένωση δύο ατόμων H για το σχηματισμό του H_2 . Φαίνονται οι ενεργειακές στάθμες που προκύπτουν καθώς και οι αντίστοιχες κυματοσυναρτήσεις.

Οι δύο νέες καταστάσεις (μοριακές στάθμες) που προκύπτουν από τις στάθμες E_1 (Σχ. 4) έχουν ενέργεια $E_1 - \delta E$ και $E_1 + \delta E$, όπου το δE (θετικό) είναι τόσο μεγαλύτερο όσο μεγαλύτερη είναι η δυνατότητα μεταπήδησης του ηλεκτρονίου από το ένα άτομο στο άλλο (ή, πιο μαθηματικά, όσο μεγαλύτερη είναι η επικάλυψη των κυματοσυναρτήσεων των δύο ατομικών σταθμών, για τη δεδομένη απόσταση των ατόμων).

Ο επικοισμός των μοριακών σταθμών από τα ηλεκτρόνια των ατόμων γίνεται και εδώ χρησιμοποιώντας την αρχή του Pauli. Στο Σχ. 5 φαίνεται ο επικοισμός αυτός για το μόριο του H_2 .



Σχ. 5: Ο επικοισμός των μοριακών σταθμών στο μόριο του H_2 .

Από το Σχ. 5 φαίνεται γιατί ο σχηματισμός του μορίου του H_2 είναι συμφερότερη κατάσταση σε σχέση με δύο μεμονωμένα άτομα H . Γιατί;

Εν γένει, σε ένα μόριο, από κάθε ατομική στάθμη προκύπτουν τόσες μοριακές στάθμες όσος είναι και ο αριθμός των ατόμων που αποτελούν το μόριο. Η κατάληψη των σταθμών γίνεται με βάση την αρχή του Pauli. Όταν η προκύπτουσα κατάσταση δεν συμφέρει ενεργειακά τα άτομα δεν σχηματίζουν μόριο.

Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω εξηγήστε γιατί τα εσωτερικά ηλεκτρόνια των ατόμων δεν παίζουν ρόλο στο σχηματισμό μορίων.

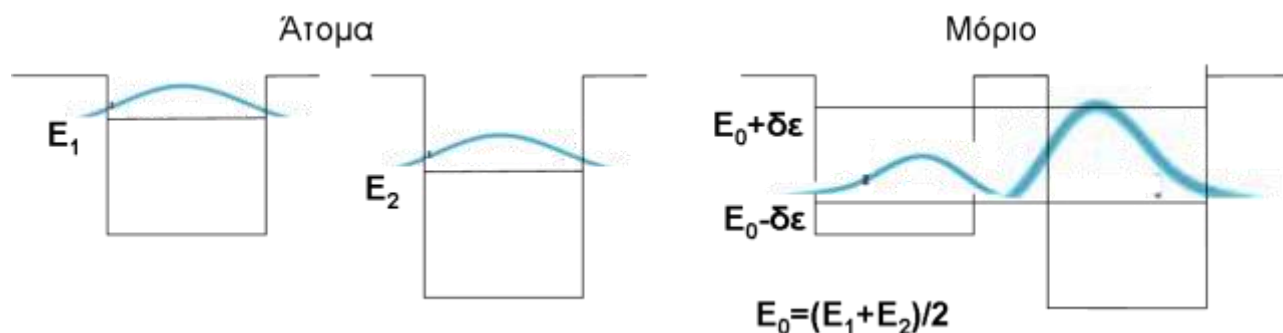
Εξηγήστε γιατί τα ευγενή αέρια δεν σχηματίζουν μόρια.

Χρησιμοποιήστε την αρχή της αβεβαιότητας για να εξηγήσετε γιατί συμφέρει ενεργειακά το κάθε ηλεκτρόνιο του μορίου να "χρησιμοποιεί" και τα δύο άτομα.

Με βάση αυτά που είχαμε πει στο φαινόμενο σήραγγας εξηγήστε γιατί όταν δύο άτομα έλθουν κοντά τα ηλεκτρόνιά τους μπορούν να μεταπηδούν από το ένα στο άλλο.

Στο μόριο του H_2 έχουμε τη συνένωση δύο όμοιων ατόμων, δηλαδή δύο όμοιων πηγαδιών δυναμικού. Στην περίπτωση αυτή έχουμε ίση πιθανότητα να βρούμε το κάθε ηλεκτρόνιο σθένους κοντά στο ένα ή το άλλο άτομο και άρα το μόριό μας είναι **μη πολικό**, δηλαδή το κέντρο "βάρους" τόσο του αρνητικού όσο και του θετικού φορτίου είναι στο κέντρο του μορίου. Ο δεσμός στην περίπτωση αυτή είναι **ομοιοπολικός**, γιατί τα ηλεκτρόνια σθένους τα "μοιράζονται εξίσου" και τα δύο άτομα.

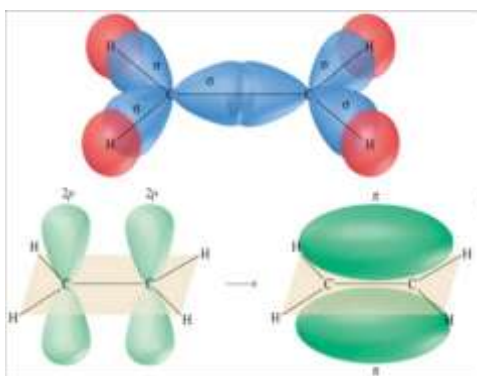
Στις περιπτώσεις όπου το μόριο αποτελείται από ανόμοια άτομα έχουμε συνένωση δύο πηγαδιών δυναμικού διαφορετικού βάθους. Στην περίπτωση αυτή, βλ. Σχ. 6, τα ηλεκτρόνια θα έχουν την τάση να περνούν τον περισσότερο χρόνο της ζωής τους κοντά στο βαθύτερο πηγάδι (στο ισχυρότερο ελκτικό κέντρο). Ως αποτέλεσμα θα έχουμε ένα **πολικό μόριο** (ανομοιόμορφη κατανομή φορτίου στον όγκο του μορίου, αφού τα ηλεκτρόνια σθένους θα βρίσκονται κατά το πλείστον στη γειτονιά του βαθύτερου πηγαδιού, αφήνοντας το πιο ρηχό πηγάδι με περίσσεια θετικού φορτίου). Ο δεσμός στην περίπτωση αυτή είναι κυρίως **ετεροπολικός**.



Σχ. 6: Ο σχηματισμός των σταθμών μορίου που αποτελείται από δύο διαφορετικά άτομα (δείχνονται μόνο οι μοριακές στάθμες που προκύπτουν από τις τελευταίες επικοισμένες ατομικές στάθμες). Εν γένει, η ενέργεια της χαμηλότερης από τις δύο μοριακές στάθμες είναι λίγο μικρότερη από E_2 και της υψηλότερης λίγο μεγαλύτερη από E_1 .

Αναλύστε κβαντομηχανικά τη δομή του μορίου του νερού (H_2O) και εξηγήστε το τριγωνικό σχήμα του, την ικανότητά του να διαλύει τις πολικές ενώσεις (π.χ. αλάτι), τη μεγάλη θερμοχωρητικότητα του και το γεγονός ότι ο πάγος επιπλέει στο νερό.

Όσον αφορά τώρα τη μορφή των μοριακών κυματοσυναρτήσεων στο χώρο: Αν οι ατομικές καταστάσεις που "ενώνονται" για να σχηματίσουν τον χημικό δεσμό (ατομικά τροχιακά σθένους) είναι καταστάσεις τύπου s, ή καταστάσεις τύπου p που ενώνονται όπως φαίνεται στο πάνω από τα Σχ. 7 (μετωπικά), η προκύπτουσα κατάσταση έχει συμμετρία περιστροφής γύρω από τον άξονα του μορίου. Ένας τέτοιος δεσμός λέγεται τύπου σ και είναι εξαιρετικά ισχυρός. Αν τα ατομικά τροχιακά σθένους ενώνονται "πλευρικά", δηλ. όπως στο κάτω από τα Σχ. 7, ο δεσμός είναι ασθενέστερος και λέγεται τύπου π.

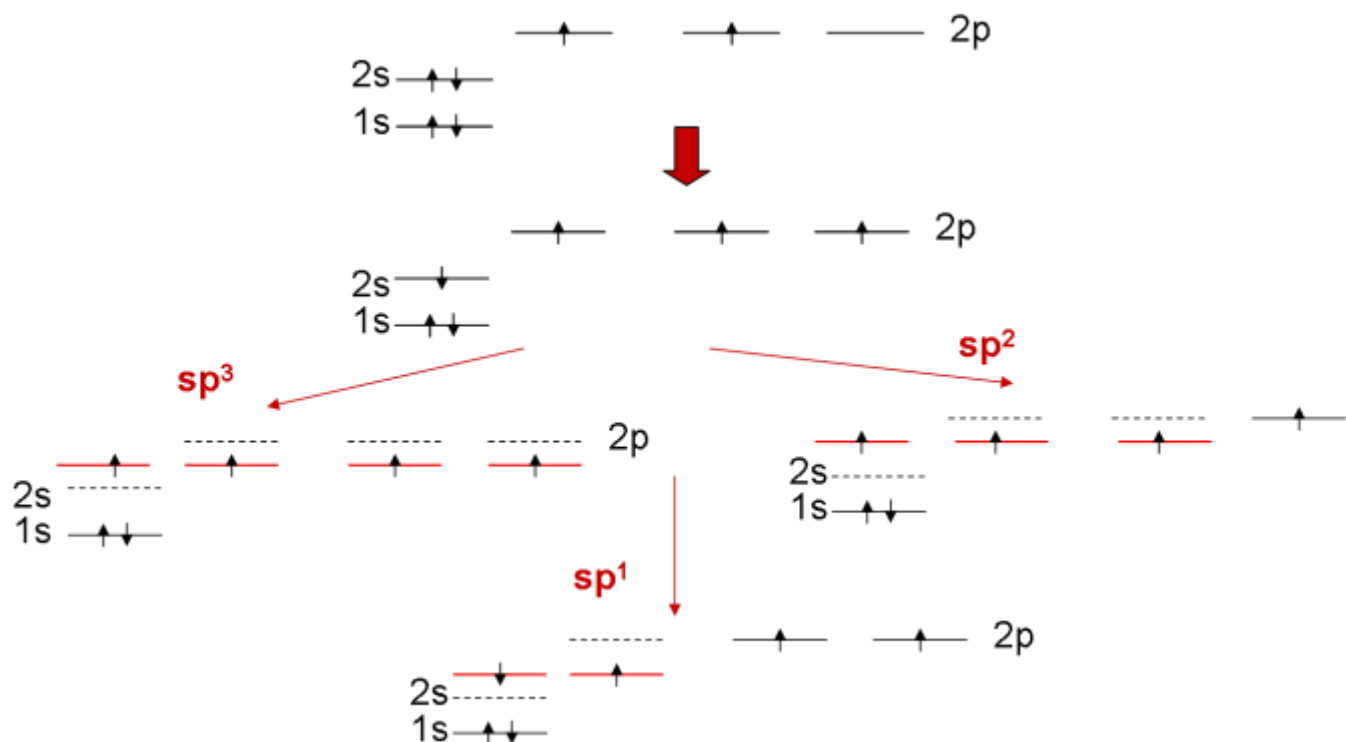


Σχ. 7: Δεσμός τύπου σ (πάνω) και τύπου π (κάτω).

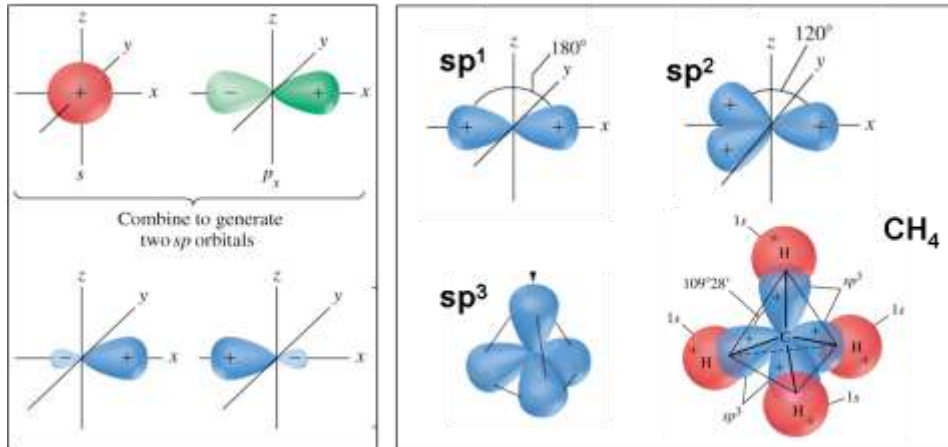
Μια άλλη έννοια που συμπληρώνει και επεκτείνει την παραπάνω κβαντομηχανική περιγραφή του δεσμού και που εξηγεί τη δομή, τη γεωμετρία και τις ενέργειες των οργανικών (κυρίως) μορίων είναι η έννοια του **υβριδισμού**. Υβριδισμός είναι η "τροποποίηση" (ανάμιξη) των ατομικών τροχιακών των ατόμων που συμμετέχουν στον χημικό δεσμό προκειμένου να αξιοποιήσουν καλύτερα την ένωσή τους με το άλλο άτομο (ή τα άλλα άτομα). Τα τροποποιημένα αυτά ατομικά τροχιακά (υβριδικά τροχιακά) αλληλεπιδρούν ισχυρότερα (αλληλοεπικαλύπτονται περισσότερο) κατά το

σχηματισμό μορίου, με αποτέλεσμα η προκύπτουσα κατάσταση (μόριο) να έχει χαμηλότερη ενέργεια. Ο υβριδισμός εμφανίζεται κυρίως στον άνθρακα ($Z=6$) και ερμηνεύει τη μεγάλη ποικιλία των δεσμών του.

Τα υβριδικά τροχιακά προκύπτουν από "ανάμιξη" (γραμμικό συνδυασμό των κυματοσυναρτήσεων) των τροχιακών τύπου s και τύπου p. Η διαδικασία αυτή για τον άνθρακα δείχνεται στο Σχ. 8 και η μορφή των υβριδικών τροχιακών στο Σχ. 9.



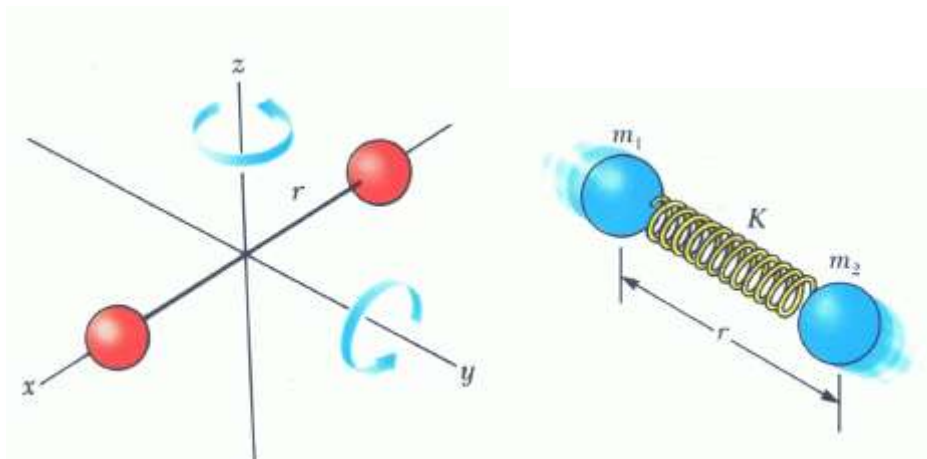
Σχ. 8: Υβριδισμός στο άτομο του άνθρακα ($Z=6$). Πρώτο βήμα είναι η μετάβαση ενός ηλεκτρονίου από τη στάθμη 2s στη 2p. Αυτό συνεπάγεται δαπάνη ενέργειας (για αυτό και δεν συμβαίνει στην συνήθη, ατομική κατάσταση), η οποία όμως είναι μικρή μπροστά στο μεγαλύτερο ενεργειακό κέρδος που προκύπτει από τον δεσμό (βλέπε και επόμενο σχήμα). Έπειτα, υπάρχει η δυνατότητα είτε μία είτε δύο είτε τρεις p στάθμες να "αναμιχθούν" με την s και τα ηλεκτρόνια σθένους να καταλάβουν τις νέες στάθμες που προέκυψαν από την ανάμιξη (κόκκινες στάθμες στο σχήμα). Ο υβριδισμός λέγεται αντίστοιχα sp^1 , sp^2 , sp^3 .



Σχ. 9: Αριστερά: Υβριδισμένα τροχιακά που προκύπτουν από τη συνένωση s και p. Τα τροχιακά αυτά, λόγω της μεγάλης κατευθυντικότητάς τους, επικαλύπτονται περισσότερο με τα τροχιακά του ατόμου με το οποίο γίνεται ο δεσμός (άρα προσφέρουν μεγαλύτερη δυνατότητα μεταπήδησης ηλεκτρονίων από το ένα άτομο στο άλλο), με αποτέλεσμα μεγαλύτερο ενεργειακό κέρδος κατά τη χημική ένωση από το κέρδος που θα προέκυπτε από μη υβριδισμένα τροχιακά. Δεξιά: Η μορφή των υβριδισμένων τροχιακών μορίου με υβριδισμό sp^1 , sp^2 και sp^3 . Παράδειγμα sp^3 έχουμε στο μεθάνιο (CH_4), η γεωμετρία του οποίου επίσης δείχνεται.

6.ε. Περιστροφή και ταλάντωση μορίων

Όταν σε ένα μόριο (το οποίο δεν κινείται ως σύνολο) δίδεται ενέργεια, η ενέργεια αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε για να διεγείρει τα ηλεκτρόνια του, φερνοντάς τα σε υψηλότερες στάθμες, είτε για να το περιστρέψει (Σχ. 10 - αριστερά), είτε για να το θέσει σε ταλάντωση (Σχ. 10 - δεξιά). Η εσωτερική ενέργεια άρα ενός μορίου είναι άθροισμα ηλεκτρονικών, περιστροφικών και ταλαντωτικών ενεργειών.



Σχ. 10: περιστροφή και ταλάντωση διατομικού μορίου.

Όπως είδαμε πιο πάνω, οι ηλεκτρονικές καταστάσεις των μορίων, οι οποίες προκύπτουν από τις αντίστοιχες ατομικές, είναι κβαντισμένες. Οι ηλεκτρονικές ενέργειες είναι της τάξης των μερικών eV και έτσι τα μόρια σε συνήθεις θερμοκρασίες βρίσκονται στη θεμελιώδη στάθμη τους (γιατί;). Στα επόμενα θα εξετάσουμε τις περιστροφικές και τις ταλαντωτικές ενέργειες και θα δείξουμε ότι είναι επίσης κβαντισμένες.

Μοριακή περιστροφή: Η κβάντωση των περιστροφικών ενεργειών απορρέει από την κβάντωση της στροφορμής, σε συνδυασμό με τη σχέση ενέργειας-στροφορμής:

$$E_{\text{rot}} = \frac{L^2}{2I} = l(l+1) \frac{\hbar^2}{2I}, \quad l=0,1,2,\dots \quad (2)$$

Η ποσότητα $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$ ονομάζεται ροπή αδράνειας του μορίου (m_i είναι οι μάζες των ατόμων ($i=1,2$) και r_i οι αποστάσεις τους από τον άξονα περιστροφής) και είναι ένα μέτρο της δυσκολίας να τεθεί το σώμα σε περιστροφή, δηλ. το ανάλογο της μάζας για την περιστροφική κίνηση (αναφερόμαστε, χάριν απότητας, σε διατομικά μόρια). Αν η περιστροφή γίνεται ως προς άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας, τότε

$$I_{\text{cm}} = \mu R^2, \quad \frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}. \quad (3).$$

R είναι η απόσταση ισορροπίας των ατόμων του μορίου και το μ λέγεται ανηγμένη μάζα του μορίου.

Η μετάβαση του μορίου από τη μια περιστροφική κατάσταση στην άλλη γίνεται υπακούοντας στον κανόνα επιλογής $\Delta l = \pm 1$ (γιατί:).

Η τάξη μεγέθους των περιστροφικών ενεργειών (ενέργειες από μεταπτώσεις μεταξύ περιστροφικών επιπέδων) είναι

$$E_{\text{rot}} \approx \frac{m_e}{m_p} E_{\text{el}} \approx \frac{1}{2000} E_{\text{el}} \quad (4).$$

(E_{el} είναι οι ηλεκτρονικές ενέργειες - μερικά eV, m_p και m_e οι μάζες πρωτονίου και ηλεκτρονίου αντίστοιχα.)

Μοριακή ταλάντωση: Στο σύστημα κέντρου μάζας ένα διατομικό μόριο, όσον αφορά την ταλαντωτική του συμπεριφορά, μπορεί να περιγραφεί ως ένα σωματίο μάζας μ που κινείται στο δυναμικό του σχήματος 1 (εκτελεί μικρές ταλαντώσεις γύρω

$$U = \frac{1}{2} k r^2$$

από το ελάχιστο του δυναμικού, όπου r είναι η απόσταση των ατόμων). (Αποδείξτε το.) Πρόκειται δηλαδή για έναν μονοδιάστατο ταλαντωτή μάζας μ και

σταθεράς ελατηρίου $k = \mu \omega^2$. (Η σταθερά k είναι μέτρο της ισχύος του ηλεκτροστατικής φύσης μοριακού δεσμού.)

Ένας τέτοιος ταλαντωτής, όπως έχουμε δει σε προηγούμενα κεφάλαια έχει διακριτό φάσμα, και οι δυνατές ενέργειές του δίδονται από

$$E_{\text{vibr}} = (v + 1/2) \hbar \omega, \quad v=0,1,2,\dots \quad (5).$$

Σημειώστε ότι ακόμα και στη χαμηλότερη ταλαντωτική κατάσταση, $v=0$, το μόριο δεν ηρεμεί. Η ενέργεια της κατάστασης αυτής λέγεται ενέργεια μηδενικού σημείου.

Για τις μεταβάσεις μεταξύ ταλαντωτικών καταστάσεων ισχύει ο κανόνας επιλογής

$$\Delta\nu = \pm 1.$$

Η τάξη μεγέθους των ταλαντωτικών ενεργειών (ενέργειες από μεταπτώσεις μεταξύ ταλαντωτικών επιπέδων) είναι

$$E_{\text{vibr}} \approx \sqrt{\frac{m_e}{m_p}} E_{cl} \approx \frac{1}{40} E_{cl} \quad (6).$$

(Αποδείξτε το).

Αποδείξτε το πρώτο μέλος της (2).

Αποδείξτε την (3), την (4) και την (6).

6.d. Μοριακά φάσματα

Με τον όρο μοριακό φάσμα εννοούμε το σύνολο των συχνοτήτων των φωτονίων που εκπέμπονται κατά τις μεταβάσεις του μορίου από την μια κατάσταση στην άλλη. Επειδή στις συνηθισμένες θερμοκρασίες τα ηλεκτρόνια του μορίου είναι "παγωμένα" στη θεμελιώδη τους κατάσταση, οι μεταβάσεις που συνήθως γίνονται θα είναι μεταξύ περιστροφικών και ταλαντωτικών καταστάσεων.

Από τη σχέση που δίνει τις ταλαντωτικές και περιστροφικές επιτρεπτές ενεργειες,

$$E_{\text{rot-vibr}} = E_{l,\nu} = l(l+1) \frac{\hbar^2}{2I} + (\nu + 1/2)\hbar\omega, \quad (7)$$

σε συνδυασμό με τους κανόνες επιλογής

$$\Delta\nu = \pm 1, \quad \Delta l = \pm 1, \quad (8)$$

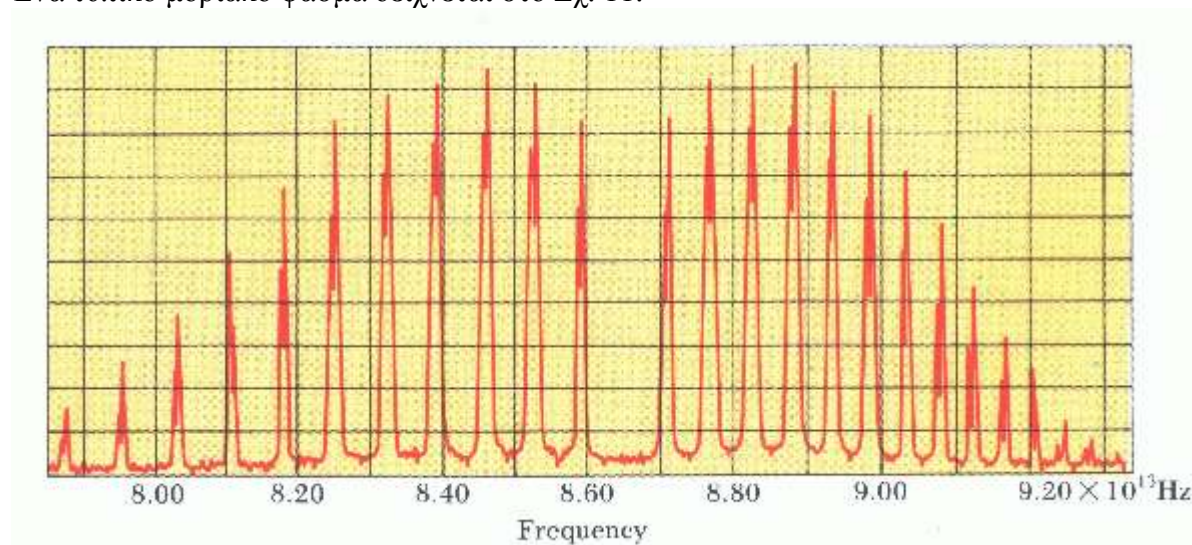
μπορεί κανείς να συμπεράνει ότι δεν υπάρχουν μοριακές μεταβάσεις που να είναι αμιγώς ταλαντωτικές ή αμιγώς περιστροφικές (θα αντιστοιχούσαν σε $\Delta l=0$ ή $\Delta\nu=0$).

Τα φωτόνια των μοριακών φασμάτων εκπομπής θα έχουν ενέργειες

$$hf = \Delta E = E_{l,\nu} - E_{l+1,\nu-1} = \hbar\omega + l \frac{\hbar^2}{I_{cm}(l=1,2,\dots)},$$

$$hf = \Delta E = E_{l,\nu} - E_{l+1,\nu-1} = \hbar\omega - (l+1) \frac{\hbar^2}{I_{cm}(l=0,1,2,\dots)}.$$

Ένα τυπικό μοριακό φάσμα δείχνεται στο Σχ. 11.



Σχ. 11: Μοριακό φάσμα (απορρόφησης) του HCl.

Σχεδιάστε τις πρώτες περιστροφικές και ταλαντωτικές στάθμες διατομικού μορίου και δείξτε με βέλη τις επιτρεπτές αποδιεγέρσεις του μορίου.

7. Στερεά

Εδάφια:

[7.a. Οι δεσμοί στα στερεά](#)

[7.b. Η θεωρία των ενεργειακών ζωνών](#)

[7.c. Νόθευση ημιαγωγών και εφαρμογές](#)

[7.d. Υπεραγωγοί](#)

7.a. Οι δεσμοί στα στερεά

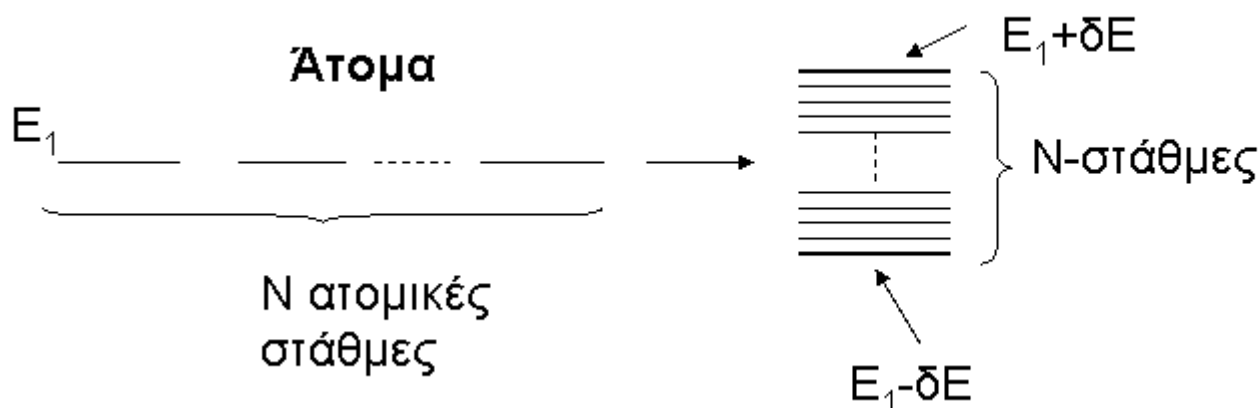
Με τον όρο **στερεό σώμα** εννοούμε έναν μεγάλο αριθμό ατόμων ή μορίων που συγκρατούνται μεταξύ τους. Τα άτομα αυτά μπορεί να είναι περιοδικά διατεταγμένα, οπότε έχουμε **κρυσταλλικό στερεό**, ή μη περιοδικά (τυχαία), οπότε έχουμε **άμορφο στερεό**.

Οι δεσμοί στα στερεά είναι ανάλογοι με τους δεσμούς στα μόρια. Η αλληλεπίδραση μεταξύ θετικών (από τους πυρήνες) και αρνητικών (από τα ηλεκτρόνια) φορτίων έχει ως αποτέλεσμα ένα δυναμικό παρόμοιας μορφής με αυτό του Σχ. 1 του προηγούμενου κεφαλαίου. Δεν θα εστιαστούμε εδώ όμως στην ταξινόμηση των στερεών ανάλογα με τους δεσμούς μεταξύ των ατόμων τους, αλλά θα μελετήσουμε κβαντομηχανικά τη συμπεριφορά των ηλεκτρονίων των στερεών προσπαθώντας να

ερμηνεύσουμε την αγωγιμότητά τους, η οποία παρουσιάζει μεγάλες διακυμάνσεις από υλικό σε υλικό και "περίεργη" εξάρτησή από τη θερμοκρασία. (Υπενθυμίζουμε ότι η κλασική φυσική αποδίδει την αγωγιμότητα των μετάλλων σε κρούσεις των ηλεκτρονίων σθένους (τα οποία συμπεριφέρονται σαν να ήταν ελεύθερα) με τα ιόντα του μετάλλου. Η θεώρηση όμως αυτή οδηγεί σε τιμές αγωγιμότητας σ πολύ μικρότερες από τις πειραματικά μετρούμενες τιμές (ή, ισοδύναμα, σε τιμές ειδικής αντίστασης, $\rho=1/\sigma$, πολύ μεγαλύτερες από τις πειραματικές.)

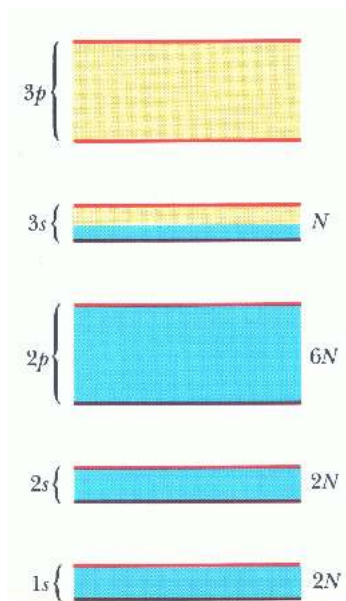
7.b. Η θεωρία των ενεργειακών ζωνών

Είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο ότι όταν δύο άτομα έρχονται κοντά για να σχηματίσουν μόριο, οι ατομικές στάθμες τους αναδιατάσσονται και δίδουν τις στάθμες του μορίου (βλ. Σχ. 5 του προηγούμενου κεφαλαίου), λόγω της τροποποίησης του δυναμικού που δέχονται τα ηλεκτρόνια. Τι γίνεται τώρα όταν περισσότερα από δύο άτομα ($N > 2$) έρχονται κοντά για να σχηματίσουν το στερεό; Η εικόνα είναι ανάλογη με αυτήν που έχουμε στο σχηματισμό μορίου και το αποτέλεσμα δείχνεται στο Σχ. 1.

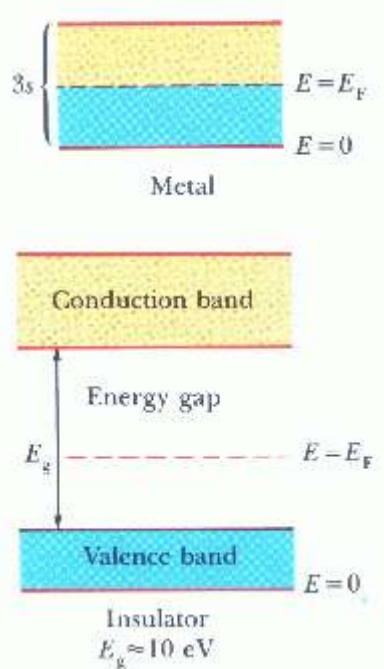


Σχ. 1: Ο σχηματισμός μια ενεργειακής ζώνης στερεού από N ($N \rightarrow \infty$) άτομα που έρχονται κοντά για να σχηματίσουν το στερεό.

Από N ατομικές στάθμες προκύπτουν οι N στάθμες του στερεού, όπως δείχνεται στο Σχ. 1. Κάθε νέα ατομική στάθμη E_1 συνεισφέρει και μία στάθμη του στερεού, στο διάστημα $[E_1 - \Delta E, E_1 + \Delta E]$, κάνοντας το φάσμα πυκνότερο (το εύρος $2\Delta E$ είναι ανεξάρτητο από τον αριθμό των ατόμων που συνεισφέρουν και είναι τόσο μεγαλύτερο όσο μεγαλύτερη είναι η δυνατότητα μεταπήδησης των ηλεκτρονίων από το ένα άτομο του στερεού στο άλλο). Έτσι, όταν $N \rightarrow \infty$, από κάθε ατομική στάθμη έχουμε μια "ενεργειακή ζώνη", δηλαδή μια ζώνη επιτρεπτών ενεργειακών καταστάσεων. Οι ζώνες αυτές για το Na δείχνονται στο Σχ. 2.



Σχ. 2: Οι ενεργειακές ζώνες που προκύπτουν από τις στάθμες του Na σε έναν κρύσταλλο Na.



Σχ. 3: Ηλεκτρονική διάταξη μετάλλου (αριστερά) και μονωτή (δεξιά) σε $T=0$ K.

Οι ενεργειακές περιοχές μεταξύ των ενεργειακών ζωνών είναι απαγορευμένες για τα ηλεκτρόνια του στερεού και λέγονται **ενεργειακά χάσματα**.

Ανάλογα με το αν η τελευταία κατειλημμένη στάθμη των ατόμων που σχηματίζουν το στερεό είναι πλήρως κατειλημμένη ή μη πλήρως, η τελευταία ενεργειακή ζώνη θα είναι επίσης πλήρως ή μη πλήρως κατειλημμένη. Αν μια ζώνη είναι πλήρως κατειλημμένη τα ηλεκτρόνιά της δεν μπορούν να συνεισφέρουν στην αγωγιμότητα του υλικού - δεν μπορούν να πάρουν ενέργεια από εξωτερική πηγή ή ηλεκτρικό πεδίο και να κινηθούν, αφού δεν υπάρχουν για αυτά διαθέσιμες ενεργειακές καταστάσεις κοντά στις συμπληρωμένες. Έτσι, η αγωγιμότητα του κάθε υλικού (ηλεκτρική και θερμική) οφείλεται μόνο στα ηλεκτρόνια της τελευταίας ζώνης, δεδομένου ότι αυτή δεν είναι πλήρως κατειλημμένη. Η τελευταία αυτή μη πλήρως κατειλημμένη ζώνη λέγεται **ζώνη αγωγιμότητας** και τα ηλεκτρόνιά της ηλεκτρόνια αγωγιμότητας. Η αμέσως χαμηλότερη, πλήρως κατειλημμένη ζώνη, λέγεται **ζώνη σθένους**.

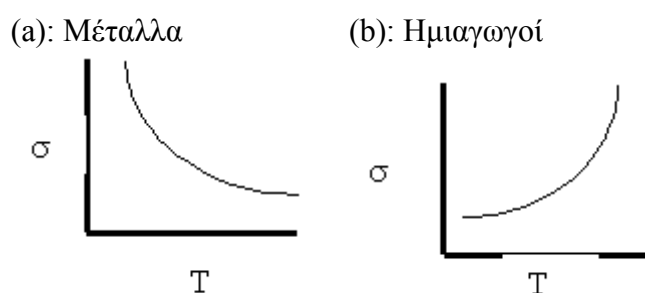
Η κβαντομηχανική μελέτη της κίνησης των ηλεκτρονίων στο στερεό μας λέει ότι τα ηλεκτρόνια σθένους κινούνται μέσα στον όγκο του στερεού σαν να ήταν ελεύθερα, **χωρίς να συγκρούονται με τα ιόντα** (λόγω της κυματικής συμπεριφοράς τους).

Η ενέργεια της τελευταίας κατειλημμένης κατάστασης στο στερεό λέγεται **ενέργεια Fermi** του στερεού (υπολογίζεται θεωρώντας ότι τα ηλεκτρόνια σθένους κάθε ατόμου του στερεού κινούνται σε ολόκληρο τον κρύσταλλο σαν να ήταν ελεύθερα - μετριέται από το κάτω όριο της τελευταίας κατειλημμένης ζώνης - τυπικές τιμές της είναι ~ 5 eV).

Ανάλογα με το αν η τελευταία ενεργειακή ζώνη του στερεού είναι πλήρως κατειλημμένη η μη πλήρως, τα υλικά διακρίνονται σε μονωτές, αγωγούς (μέταλλα) και ημιαγωγούς.

Αγωγοί (μέταλλα): Στους αγωγούς (μέταλλα) η τελευταία ζώνη δεν είναι πλήρως κατειλημμένη (βλ. Σχ. 3 - αριστερά). Έτσι, τα ηλεκτρόνια της, ειδικά αυτά που βρίσκονται κοντά στην ενέργεια Fermi, με μια πολύ μικρή θερμοκρασιακή διέγερση ή εφαρμογή ηλεκτρικού πεδίου μπορούν να κινηθούν, έχοντας ως αποτέλεσμα το υλικό να είναι αγώγιμο.

Αφού, όπως είπαμε προηγουμένως, τα ηλεκτρόνια αγωγιμότητας δεν συγκρούονται με τα περιοδικά διατεταγμένα ιόντα του κρυστάλλου, σε ένα μέταλλο θα περιμέναμε μηδενική αντίσταση στην κίνηση των ηλεκτρονίων και άρα άπειρη αγωγιμότητα, πράγμα που δεν συμβαίνει, ειδικά σε υψηλότερες θερμοκρασίες. Γιατί; Ο λόγος είναι ότι τα ηλεκτρόνια, ενώ δεν συγκρούονται με τα ιόντα του κρυστάλλου, συγκρούονται με τις κρυσταλλικές ατέλειες (προσμίξεις, δομικές ατέλειες) και με τις ταλαντώσεις των ιόντων, δηλαδή με οτιδήποτε αποτελεί απόκλιση από την περιοδικότητα (σκεφθείτε την κυματοσυνάρτηση ενός ηλεκτρονίου σε ένα σύστημα N ισοβαθών πηγαδιών και σε ένα πανομοιότυπο σύστημα με ένα από τα N πηγάδια βαθύτερο). Αυτό που συνεισφέρει δηλαδή στην αντίσταση του μετάλλου είναι οι ατέλειες και οι ιοντικές ταλαντώσεις. Αφού οι ιοντικές ταλαντώσεις αυξάνονται με αύξηση της θερμοκρασίας, η ειδική αντίσταση των μετάλλων θα αυξάνεται επίσης με τη θερμοκρασία και άρα η αγωγιμότητα θα ελαττώνεται. Η τυπική εξάρτηση της αγωγιμότητας μετάλλων από τη θερμοκρασία δείχνεται στο Σχ. 4(a)



Σχ. 4: Η εξάρτηση από τη θερμοκρασία της αγωγιμότητας των μετάλλων (a) και των ημιαγωγών (b).

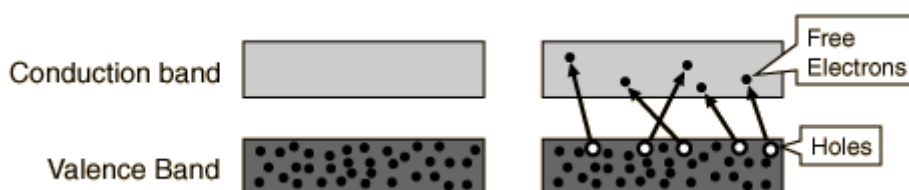
Μονωτές: Στους μονωτές η ηλεκτρονική διάταξη είναι αυτή που δείχνεται στο Σχ. 3 - δεξιά: Δεν υπάρχουν ηλεκτρόνια στη ζώνη αγωγιμότητας και η ζώνη σθένους είναι πλήρως κατειλημμένη και με μεγάλη απόσταση από τη ζώνη αγωγιμότητας (της τάξης των 10 eV, άρα είναι δύσκολο με θερμική διέγερση ή με μέτρια ηλεκτρικά πεδία να μεταφερθούν ηλεκτρόνια από τη ζώνη σθένους στη ζώνη αγωγιμότητας). Έτσι, τα υλικά αυτά συμπεριφέρονται ως κακοί αγωγοί της θερμότητας και του ηλεκτρισμού.

Ημιαγωγοί: Εκτός από τους μονωτές και τους αγωγούς υπάρχει και μια ενδιάμεση κατηγορία υλικών, με σημαντικές τεχνολογικές εφαρμογές, οι **ημιαγωγοί** (δείτε και τη σελίδα <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/solids/semcn.html> από την οποία είναι και κάποιες από τις παρακάτω εικόνες). Η ηλεκτρονική διάταξη των ημιαγωγών είναι όμοια με εκείνη των μονωτών, με διαφορά ότι το χάσμα εδώ είναι

πολύ μικρότερο (0.5-3 eV). Έτσι, ενώ σε $T=0$ K οι ημιαγωγοί συμπεριφέρονται ως μονωτές, σε συνηθισμένες θερμοκρασίες αρκετά ηλεκτρόνια έχουν μεταφερθεί στη ζώνη αγωγιμότητας και το υλικό έχει γίνει αγώγιμο.

Όσον αφορά την εξάρτηση της αγωγιμότητας από τη θερμοκρασία, αυτή έχει τη μορφή που δείχνεται στο Σχ. 4(b). Αντίθετα με τα μέταλλα, εδώ έχουμε αύξηση της αγωγιμότητας με τη θερμοκρασία, αφού αυξάνονται τα ηλεκτρόνια που συνεισφέρουν στην αγωγιμότητα.

Ένα άλλο ενδιαφέρον φαινόμενο στους ημιαγωγούς είναι ότι όταν ηλεκτρόνια μεταπηδούν από τη ζώνη σθένους στη ζώνη αγωγιμότητας οι κενές θέσεις που αφήνουν, τις οποίες ονομάζουμε **οπές**, μπορούν να καταλαμβάνονται από γειτονικά ηλεκτρόνια της ζώνης σθένους και να συνεισφέρουν έτσι στην αγωγιμότητα του υλικού (βλ. Σχ. 5). Έτσι, εδώ, έχουμε αγωγιμότητα και στη ζώνη σθένους. Για την περιγραφή της αγωγιμότητας αυτής βολεύει να μην χρησιμοποιούμε την κίνηση των ηλεκτρονίων που καταλαμβάνουν τις οπές αλλά την κίνηση των ίδιων των οπών (ως αποτέλεσμα της μετακίνησης ηλεκτρονίων). Οι οπές αλληλεπιδρούν με εξωτερικό πεδίο σαν να ήταν θετικά φορτισμένα ηλεκτρόνια. Λέμε λοιπόν ότι στους ημιαγωγούς έχουμε δύο ειδών φορείς αγωγιμότητας: Ελεύθερα ηλεκτρόνια (στη ζώνη αγωγιμότητας) και οπές (στη ζώνη σθένους). Σε έναν ημιαγωγό χωρίς προσμίξεις ο αριθμός των ελεύθερων ηλεκτρονίων είναι ίσος με τον αριθμό των οπών.



Σχ. 5: Η ηλεκτρονική διάταξη ημιαγωγού σε $T=0$ K (αριστερά) και σε $T>0$ K (δεξιά). Παραδείγματα ημιαγωγών είναι το πυρίτιο, το γερμάνιο, το Al, κοκ.

7.c. Νόθευση ημιαγωγών και εφαρμογές

Σε έναν ημιαγωγό χωρίς προσμίξεις (ενδογενή ημιαγωγό) ο αριθμός των ελεύθερων ηλεκτρονίων είναι ίσος με τον αριθμό των οπών και η αγωγιμότητα σε μια ορισμένη θερμοκρασία είναι καθορισμένη. Υπάρχει η δυνατότητα όμως να μεταβάλλουμε την αγωγιμότητα αυτή κατά βούληση και η δυνατότητα αυτή και οι συνακόλουθες εφαρμογές είναι η βάση της τεχνολογικής επανάστασης που έφεραν οι ημιαγωγοί.

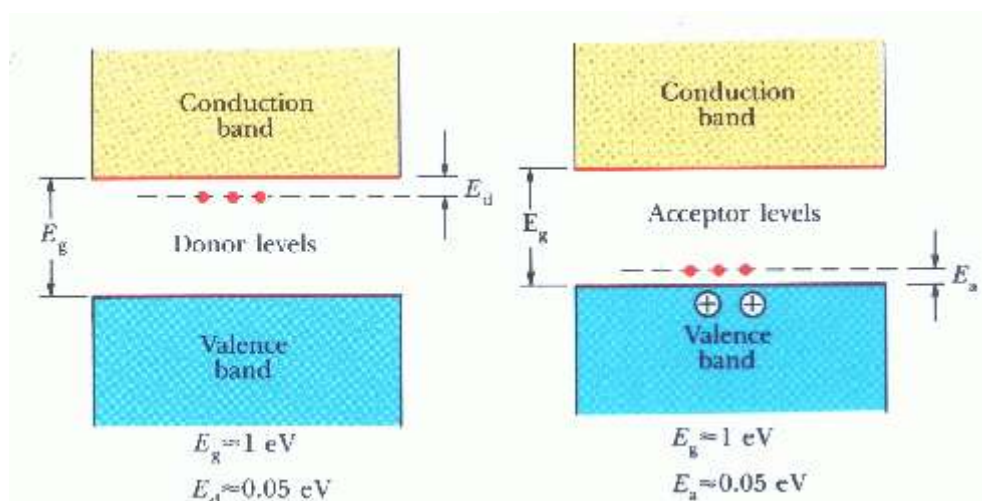
Ο τρόπος που χρησιμοποιούμε για να μεταβάλλουμε κατά βούληση την αγωγιμότητα των ημιαγωγών είναι η νόθευσή (doping) ή εμπλουτισμός τους με ξένα άτομα. Υπάρχουν δύο τρόποι νόθευσης: Σε έναν ημιαγωγό από άτομα με A ηλεκτρόνια σθένους να προσθέσουμε ένα άτομο (ή περισσότερα) με

1. $A+1$ ηλεκτρόνια σθένους
2. $A-1$ ηλεκτρόνια σθένους

Στην περίπτωση (1) A ηλεκτρόνια του ημιαγωγού θα φτιάξουν ομοιοπολικούς δεσμούς με το ξένα άτομο (άτομο δότης) και μένει ένα "αδέσμευτο" ηλεκτρόνιο του

δότη το οποίο έχει ενέργεια κοντά στη ζώνη αγωγιμότητας (βλ. Σχ. 6 - αριστερά). (Ακριβέστερα, η προσθήκη του ξένου ατόμου έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία μιας ενεργειακής στάθμης μέσα στο χάσμα, κοντά στη ζώνη αγωγιμότητας, την οποία καταλαμβάνει το "αδέσμευτο" ηλεκτρόνιο.) Το ηλεκτρόνιο αυτό με μικρή θερμοκρασιακή διέγερση μπορεί να μεταπηδήσει στη ζώνη αγωγιμότητας και να γίνει ηλεκτρόνιο αγωγιμότητας. Σε ημιαγωγούς με τέτοιου είδους εμπλουτισμό οι φορείς αγωγιμότητας είναι ηλεκτρόνια, άρα αρνητικοί, και οι ημιαγωγοί ονομάζονται τύπου n (negative).

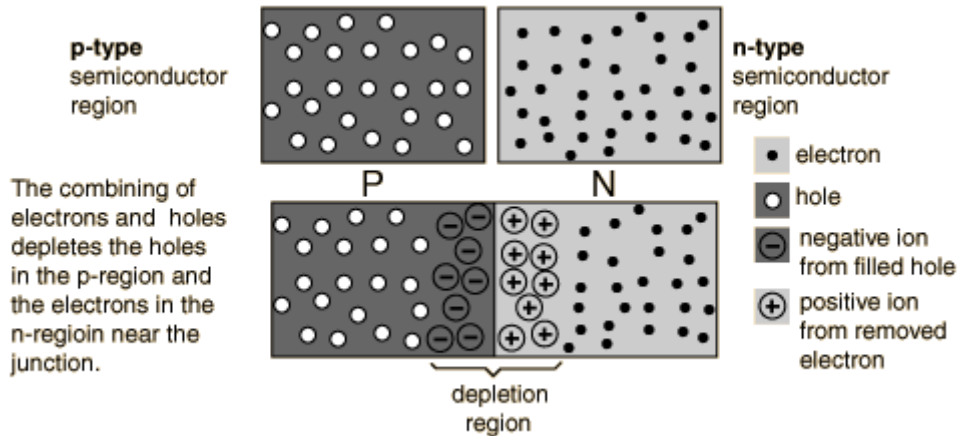
Στην περίπτωση (2) τα A-1 ηλεκτρόνια του ημιαγωγού θα φτιάξουν ομοιοπολικούς δεσμούς με το ξένο άτομο και μένει "αδέσμευτο" ένα ηλεκτρόνιο του ημιαγωγού, το οποίο έχει ενέργεια κοντά στη ζώνη σθένους (βλ. Σχ. 6 - δεξιά). Ακριβέστερα, η προσθήκη του ξένου ατόμου έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία μιας ενεργειακής στάθμης μέσα στο χάσμα, κοντά στη ζώνη σθένους, την οποία καταλαμβάνει το "αδέσμευτο" ηλεκτρόνιο. Η ενεργειακή αυτή στάθμη μπορεί πολύ εύκολα να καταληφθεί και από άλλο ένα ηλεκτρόνιο της ζώνης σθένους, αφήνοντας έτσι μια οπή στη ζώνη σθένους, η οποία μπορεί να συνεισφέρει στην αγωγιμότητα. Οι ημιαγωγοί που προκύπτουν από τέτοιου είδους εμπλουτισμό λέγονται τύπου p (positive) γιατί οι φορείς της αγωγιμότητας είναι κυρίως οπές.



Σχ. 6: Ηλεκτρονική διάταξη ημιαγωγού τύπου n (αριστερά) και τύπου p (δεξιά).

Τυπικές τιμές πυκνότητας εμπλουτισμού που χρησιμοποιούνται στις εφαρμογές είναι 10^9 - 10^{13} cm^{-3} . (Η τυπική πυκνότητα ελεύθερων ηλεκτρονίων στα συνήθη μέταλλα είναι της τάξης $\sim 10^{24}$ cm^{-3} .)

Αν φέρουμε σε επαφή έναν ημιαγωγό τύπου p με ένα ημιαγωγό τύπου n η διάταξη που προκύπτει λέγεται **επαφή p-n** (Σχ.). Το χαρακτηριστικό αυτής της διάταξης είναι ότι είναι αγωγίμη μόνο κατά τη μία κατεύθυνση, άρα μπορεί να χρησιμοποιηθεί, π.χ., ως ανορθωτής εναλασσόμενου ρεύματος.



Σχ. 7: Ο σχηματισμός επαφής p-n. Η επαφή μπορεί να είναι αγώγιμη μόνο από αριστερά προς δεξιά.

Αν φέρουμε σε επαφή δύο ημιαγωγούς τύπου p (ή δύο ημιαγωγούς τύπου n) παρεμβάλλοντας μεταξύ τους ένα λεπτό στρώμα ημιαγωγού τύπου n (ή p) τότε φτιάχνεται η διάταξη που λέγεται **κρυσταλλοτρίοδος επαφής** ή **transistor**. Η διάταξη αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ενισχυτής ασθενών ρευμάτων.

Σε διεπαφές ημιαγωγών ηλεκτρόνια αγωγιμότητας μπορούν να μεταπηδήσουν στη ζώνη σθένους καταλαμβάνοντας οπές και εκπέμποντας φωτόνια, τα οποία φέρουν το περίσσειμα της ενέργειας. Μια τέτοια διάταξη μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εκπομπός ακτινοβολίας.

Περιγράψτε την επαφή p-n και εξηγήστε γιατί είναι αγώγιμη μόνο κατά τη μία κατεύθυνση. Τι είναι η περιοχή απογύμνωσης (depletion region) της επαφής; Τι λέμε ορθή πόλωση και τι ανάστροφη; (Συμβουλευτείτε το βιβλίο.)

7.d. Υπεραγωγοί

Μελέτες πάνω στην ειδική αντίσταση των μετάλλων σε χαμηλές θερμοκρασίες, οι οποίες ξεκίνησαν το 1911 από τον Onnes, έδειξαν ότι σε ορισμένα μέταλλα, κάτω από μια κρίσιμη θερμοκρασία T_c (~4 K), η αντίσταση στη ροή συνεχούς ρεύματος πέφτει απότομα στο μηδέν (ενώ πάνω από T_c έχει την αναμενόμενη θερμοκρασιακή εξάρτηση). Τα υλικά αυτά ονομάστηκαν **υπεραγωγοί**.

Η μηδενική αντίσταση σε έναν υπεραγωγό έχει ως αποτέλεσμα αν π.χ. ένας υπεραγωγίμος δακτύλιος διαρρέεται από ρεύμα να διαρρέεται επ' άπειρον. Η έλλειψη αυτή αντίστασης κάνει τους υπεραγωγούς μοναδικούς για τη μεταφορά ενέργειας σε μεγάλες αποστάσεις (λόγω απουσίας θερμικών απωλειών) και για τη δημιουργία μόνιμων μαγνητικών πεδίων.

Αξιοσημείωτες είναι και οι μαγνητικές ιδιότητες των υπεραγωγών: Το μαγνητικό πεδίο μέσα σε έναν υπεραγωγό, στην υπεραγωγίμη κατάστασή του, είναι μηδέν (επάγονται επιφανειακά ρεύματα που ακυρώνουν τυχόν εξωτερικό μαγνητικό πεδίο,

με τον ίδιο τρόπο που σε έναν αγωγό επάγονται επιφανειακά φορτία που μηδενίζουν το ηλεκτρικό πεδίο εσωτερικά του αγωγού).

Η κρίσιμη θερμοκρασία T_c εξαρτάται από το υλικό του υπεραγωγού και από το μαγνητικό πεδίο στην περιοχή γύρω από τον υπεραγωγό. Όσο μεγαλύτερο είναι το μαγνητικό πεδίο τόσο μικρότερη είναι η κρίσιμη θερμοκρασία. Το μαγνητικό πεδίο με το οποίο $T_c \rightarrow 0$ (το υλικό δεν μπορεί να γίνει υπεραγωγίμο) λέγεται κρίσιμο μαγνητικό πεδίο, B_c . Η υπεραγωγιμότητα δηλαδή καταστρέφεται από τη θερμοκρασία και το μαγνητικό πεδίο.

Οι τυπικοί υπεραγωγοί σήμερα διακρίνονται σε υπεραγωγούς τύπου I και τύπου II. Επίσης, σχετικά πρόσφατα ανακαλύφθηκαν υλικά που γίνονται υπεραγωγίμο σε αρκετά υψηλότερες θερμοκρασίες από τους τύπου I και τύπου II υπεραγωγούς ($T_c > 20$ K). Τα υλικά αυτά ονομάστηκαν υπεραγωγοί υψηλών θερμοκρασιών.

Υπεραγωγοί τύπου I: Στους υπεραγωγούς αυτούς υπάρχει μια κρίσιμη θερμοκρασία $T_c < 10$ K και ένα κρίσιμο μαγνητικό πεδίο $B_c < 0,2$ T. Για $T > T_c$ ή $B > B_c$ δεν υπάρχει υπεραγωγίμη κατάσταση. Τέτοιος υπεραγωγός είναι π.χ. το Nb.

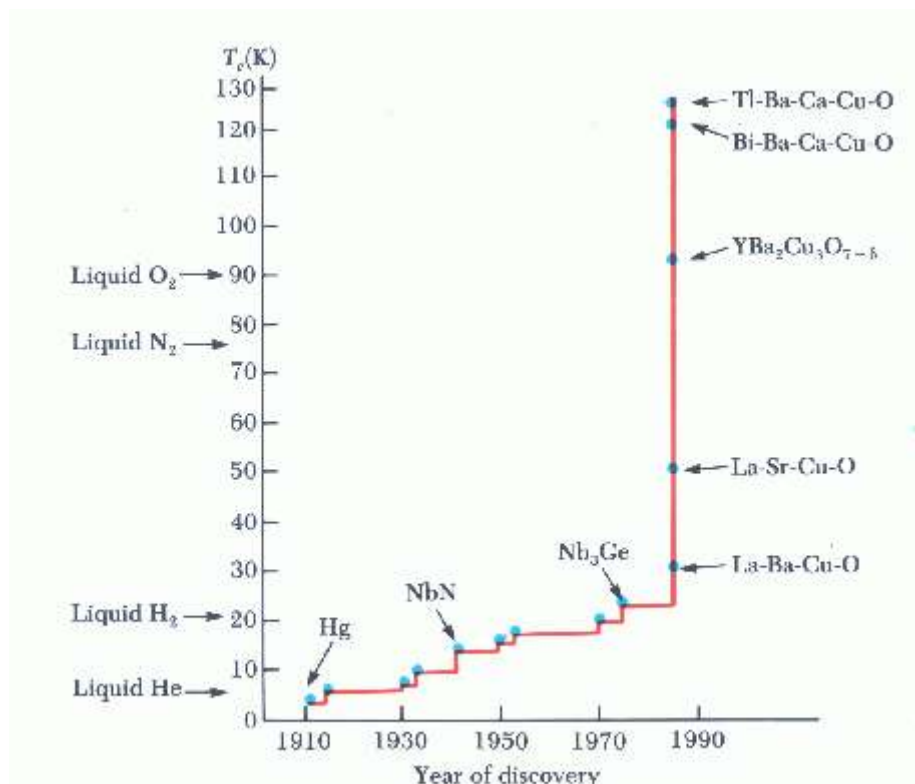
Υπεραγωγοί τύπου II: Εδώ υπάρχει μια κρίσιμη θερμοκρασία $T_c < 21$ K και δύο κρίσιμα μαγνητικά πεδία, B_{c1} και B_{c2} (< 45 T). Για $B < B_{c1}$ ο υπεραγωγός συμπεριφέρεται όπως υπεραγωγός τύπου I. Μεταξύ B_{c1} και B_{c2} ο υπεραγωγός βρίσκεται σε μία μικτή κατάσταση όπου η αντίσταση του είναι μηδέν αλλά το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο δεν αποβάλλεται από το εσωτερικό του. Παράδειγμα τέτοιου υπεραγωγού είναι το Nb_3AlGe (ο βέλτιστος μέχρι στιγμής).

Η ερμηνεία της αγωγιμότητας των υπεραγωγών τύπου I και II δόθηκε από τους Bardeen, Cooper και Shrieffer το 1957. Σύμφωνα με τη θεωρία των Bardeen, Cooper και Shrieffer, γνωστή ως **θεωρία BCS**, στην υπεραγωγίμη κατάσταση ενός υπεραγωγού τα ηλεκτρόνια αλληλεπιδρούν με το πλέγμα των ιόντων σχηματίζοντας ζεύγη, γνωστά ως **ζεύγη Cooper** (σκεφτείτε ότι το ένα ηλεκτρόνιο του ζεύγους οδηγεί σε μια παραμόρφωση του πλέγματος γύρω από αυτό, άρα σε μια περίσσεια θετικού φορτίου, το οποίο έλκει το δεύτερο ηλεκτρόνιο). Το κάθε ζεύγος, όταν σχηματιστεί, έχει μηδενική ορμή στο σύστημα κέντρου μάζας και μηδενικό spin (άρα συμπεριφέρεται ως μποζόνιο), και ενέργειά χαμηλότερη από την ενέργεια των δύο ηλεκτρονίων χωριστά (σχηματίζεται μια νέα ενεργειακή στάθμη που χωρίζεται με χάσμα από την ενέργεια πριν τη "δέσμευση"). Όλα τα ζεύγη Cooper βρίσκονται στην ίδια ενεργειακή κατάσταση, αφού δεν υπακούουν πια στην απαγορευτική αρχή του Pauli, και εκτελούν συγχρονισμένη κίνηση χωρίς να συγκρούονται με τις ταλαντώσεις του πλέγματος.

Υπεραγωγοί υψηλών θερμοκρασιών: Το 1986, σε έρευνα πάνω στην αγωγιμότητα μεταλλικών οξειδίων, ανακαλύφθηκαν υπεραγωγίμο μεταλλικά οξείδια με T_c μέχρι και 100 K και B_c 50-100 T. Τα υλικά αυτά ονομάστηκαν υπεραγωγοί υψηλών θερμοκρασιών και αποτελούν τη νέα ελπίδα στην έρευνα των υπεραγωγών. (Το μεγάλο τους πλεονέκτημα είναι ότι για την ψύξη των υλικών μπορεί να χρησιμοποιηθεί πλέον υγρό άζωτο (αντί για υγρό He), το οποίο είναι φθηνότερο και πιο εύκολα υλοποιήσιμο.)

Η θεωρητική μελέτη των υπεραγωγών υψηλών θερμοκρασιών είναι υπό εξέλιξη, καθώς η θεωρία BCS στη σημερινή της μορφή δεν είναι απόλυτα επαρκής. Η θεωρητική αυτή μελέτη δίδει ελπίδες περαιτέρω αύξησης της T_c , η οποία έχει φθάσει σήμερα στους 125 K. Παράδειγμα τέτοιου υπεραγωγού είναι το Tl-Ba-Ca-Cu-O.

Μια σκιαγράφιση της πορείας της έρευνας πάνω στους υπεραγωγούς δίδεται στο Σχ. 8.



Σχ. 8: Η κρίσιμη θερμοκρασία διαφόρων υπεραγωγών και το έτος ανακάλυψής τους. Τα οριζόντια βέλη στον γ-άξονα δείχνουν το υλικό το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ψύξη του υπεραγωγού.

8. Πυρηνική Φυσική

Εδάφια:

[8.a. Πυρηνική δομή](#)

[8.b. Ραδιενέργεια](#)

[8.c. Πυρηνικές αντιδράσεις](#)

[8.d. Βλάβες από την ακτινοβολία](#)

Η γέννηση της πυρηνικής φυσικής έγινε το 1896, με την ανακάλυψη της ραδιενέργειας από τον Becquerel και την προσπάθεια κατανόησης της ενέργειας αυτής.

8.a. Πυρηνική δομή

Σύσταση πυρήνων: Κάθε πυρήνας αποτελείται από πρωτόνια (p) και νετρόνια (n). Ο αριθμός των πρωτονίων, Z, λέγεται ατομικός αριθμός και ο αριθμός πρωτονίων και νετρονίων μαζί, A (=Z+N), λέγεται μαζικός αριθμός. Το κάθε στοιχείο συνήθως συμβολίζεται με το σύμβολο ${}_Z^AX$, όπου X το σύμβολο του στοιχείου, π.χ. Fe.

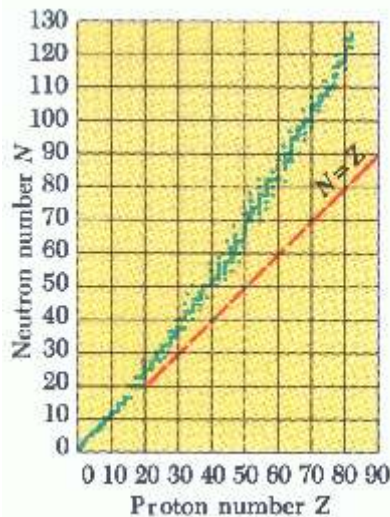
Τα πρωτόνια και τα νετρόνια κρατούνται δέσμια στον πυρήνα υπό την επίδραση της **ισχυρής πυρηνικής δύναμης**, η οποία δρα μεταξύ όλων των πυρηνικών σωματιδίων (p και n), υπερνικώντας την απωστική δύναμη Coulomb μεταξύ των πρωτονίων. Η δύναμη αυτή είναι πολύ ισχυρή αλλά με πολύ μικρή εμβέλεια (1-2 fm).

Ισότοπα λέμε τα στοιχεία με τον ίδιο ατομικό αριθμό αλλά διαφορετικό μαζικό (δηλ. διαφορετικό αριθμό νετρονίων). Έχουν ίδιες χημικές ιδιότητες άρα και ίδιο σύμβολο.

Ως μονάδα για τη μέτρηση της μάζας του πυρήνα χρησιμοποιούμε συνήθως την ατομική μονάδα μάζας, u, που είναι το 1/12 της μάζας του ατόμου του ^{12}C . ($1\text{ u}c^2=931,5\text{ MeV}$).

Μέγεθος πυρήνων: Το μέγεθος των πυρήνων μπορεί να προσδιοριστεί προσεγγιστικά μέσω κρούσεων ταχέων σωματιδίων με τους πυρήνες (πώς;). Έχει βρεθεί ότι οι πυρήνες είναι συνήθως σφαιρικοί, με ακτίνα, r, της τάξης των μερικών φεμτομέτρων, ή φέρμι (fm). $1\text{ fm}=10^{-15}\text{ m}$. Συγκεκριμένα, $r=r_0A^{1/3}$, με $r_0=1,2\text{ fm}$.

Σταθερότητα πυρήνων: Για μικρούς πυρήνες (μικρό Z) σταθερότεροι πυρήνες είναι εκείνοι με Z=N (ίσο αριθμό p και n). Πηγαίνοντας σε μεγαλύτερους πυρήνες, ευνοούνται από άποψη σταθερότητας οι πυρήνες με περισσότερα νετρόνια από πρωτόνια. Αυτό γιατί χρειάζεται η ισχυρή πυρηνική δύναμη (μικρής εμβέλειας, δρα μεταξύ όλων των σωματιδίων) να υπερνικήσει τη μεγάλη εμβέλειας δύναμη Coulomb μεταξύ των πρωτονίων (εξηγήστε το περισσότερο). Πηγαίνοντας σε $Z>83$ δεν υπάρχουν πια σταθεροί πυρήνες. Στο Σχ. 1 δείχνεται η σχέση αριθμού πρωτονίων και νετρονίων για τους σταθερούς πυρήνες. Αξιοσημείωτο είναι ότι οι περισσότεροι σταθεροί πυρήνες έχουν Z ή N άρτιο και ότι πυρήνες με Z ή N έναν από τους αριθμούς 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 (μαγικοί αριθμοί) είναι εξαιρετικά σταθεροί.



Σχ. 1: Η σχέση αριθμού πρωτονίων και νετρονίων για τους σταθερούς πυρήνες (πράσινη στικτή γραμμή).

Ενέργεια σύνδεσης ή συνοχής: Το γεγονός ότι ο πυρήνας αποτελεί μια σταθερή οντότητα δείχνει ότι η ενέργειά του είναι χαμηλότερη από εκείνη των συστατικών του. Άρα για να τον διασπάσουμε στα συστατικά του χρειάζεται να δώσουμε ενέργεια. Η ενέργεια αυτή (που χρειάζεται να δώσουμε για να διασπάσουμε έναν πυρήνα στα συστατικά του) λέγεται ενέργεια σύνδεσης ή συνοχής του πυρήνα, E_b : Για έναν πυρήνα μάζας M , που αποτελείται από Z πρωτόνια και N νετρόνια, η ενέργεια συνοχής δίδεται από διατήρηση ενέργειας:

$$Mc^2 + E_b = Z m_p c^2 + N m_n c^2 \rightarrow E_b = [Z m_p + N m_n - M] c^2 \approx 931,5 \text{ MeV/u}$$

Για ποσοτική περιγραφή της σταθερότητας του πυρήνα, χρησιμοποιούμε συνήθως την ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο, E_b/A . Οι σταθερότεροι πυρήνες έχουν μεγαλύτερη ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο. Για τους σταθερότερους πυρήνες που υπάρχουν στη φύση $E_b/A \sim 8-9 \text{ MeV}$ (είναι αυτοί με $A \sim 60$).

Οποσδήποτε να θυμάστε: Τάξη μεγέθους πυρηνικών ενεργειών: MeV. Τάξη μεγέθους πυρηνικών διαστάσεων: fm.

Πυρηνικά μοντέλα: Μέχρι σήμερα η λεπτομερής φύση των πυρηνικών δυνάμεων δεν έχει γίνει πλήρως κατανοητή. Τα διάφορα μοντέλα που έχουν προταθεί είναι φαινομενολογικά και ερμηνεύουν ικανοποιητικά κάποια αλλά όχι όλα τα φαινόμενα που σχετίζονται με την συμπεριφορά των πυρήνων. Τα βασικότερα πυρηνικά μοντέλα είναι τα εξής:

- Μοντέλο της σταγόνας: Προτάθηκε από τον Bohr το 1936. Σύμφωνα με αυτό τα νουκλεόνια στον πυρήνα συμπεριφέρονται όπως τα μόρια μιας σταγόνας νερού (κινούνται, αλληλεπιδρούν, συγκρούονται κ.ο.κ.).
- Μοντέλο των φλοιών ή των ανεξάρτητων σωματιδίων: Θεωρεί ότι τα νουκλεόνια συμπεριφέρονται παρόμοια με τα ηλεκτρόνια ενός ατόμου, δηλ. έχουν καθορισμένες ενεργειακές καταστάσεις και τροχιές, και δεν συγκρούονται.
- Συλλογικό μοντέλο: Περιέχει στοιχεία και των δύο προηγούμενων μοντέλων. Θεωρεί ότι ο πυρήνας αποτελείται από τα νουκλεόνια κόρου, τα οποία

συμπεριφέρονται όπως στο μοντέλο της σταγόνας, ενώ υπάρχουν και τα εξωτερικά νουκλεόνια, που δέχονται το δυναμικό των νουκλεονίων κόρου και συμπεριφέρονται σύμφωνα με το μοντέλο των φλοιών.

•
Μαγνητική ροπή πυρήνα και πυρηνικό spin: Υπό κατασκευή. Αν δεν είναι έτοιμο ως τις 6/1/2005 παραλείπεται.

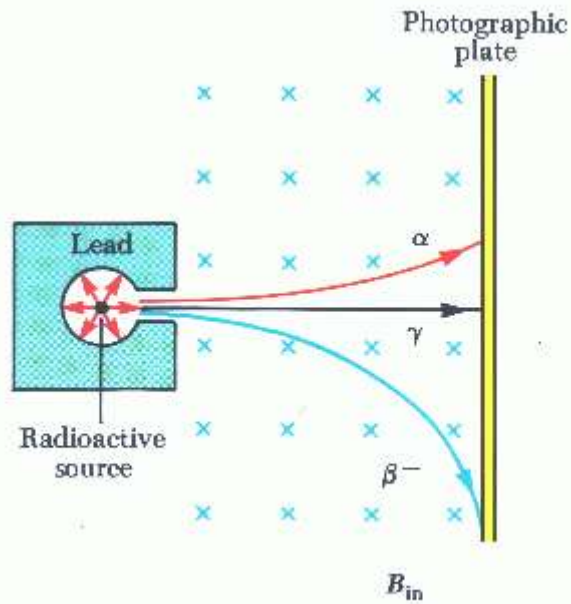
8.b. Ραδιενέργεια

Με τον όρο ραδιενέργεια χαρακτηρίζουμε την ακτινοβολία που εκπέμπεται αυθόρμητα από τους πυρήνες. Η ραδιενέργεια ανακαλύφθηκε από τον Becquerel, το 1896, κατά τη μελέτη αλάτων ουρανίου. Μεταγενέστερα πειράματα από τους Pierre και Marie Curie και τον Rutherford έδειξαν ότι η ραδιενέργεια είναι **προϊόν διάσπασης των ασταθών πυρήνων**.

Υπάρχουν τρία είδη ραδιενέργειας, όπως τα κατηγοριοποίησε ο Rutherford με βάση το φορτίο τους και την ικανότητά τους να διεισδύουν στην ύλη:

- Ακτινοβολία άλφα: Πρόκειται για πυρήνες He (σωμάτια άλφα). Είναι η λιγότερο διεισδυτική - μόλις που διαπερνά ένα φύλλο χαρτί. Μπορεί να ερμηνευθεί μέσω του φαινομένου σήραγγας (βλ. Κεφ. 3).
- Ακτινοβολία βήτα: Πρόκειται για ηλεκτρόνια ή ποζιτρόνια. Είναι μέτρια διεισδυτική - διαπερνά λίγα mm Al. Η μελέτη της (φαινόταν να παραβιάζει την αρχή διατήρησης ενέργειας και ορμής) οδήγησε στην ανακάλυψη του νετρίνου (Pauli, 1930), ουδέτερου σωματιδίου, χωρίς μάζα, με spin 1/2, που αλληλεπιδρά πολύ ασθενικά με την ύλη.
- Ακτινοβολία γάμμα: Είναι φωτόνια υψηλής ενέργειας (MeV). Είναι η περισσότερο διεισδυτική - διαπερνά, π.χ., μερικά cm Pb. Εκπέμπεται κυρίως από τους πυρήνες που αποτελούν προϊόντα διάσπασης άλφα ή βήτα, οι οποίοι στις περισσότερες περιπτώσεις είναι σε διεγερμένες καταστάσεις.

Ο διαχωρισμός των διαφόρων ειδών ραδιενέργειας μπορεί να γίνει με χρήση ενός μαγνητικού πεδίου, όπως φαίνεται στο Σχ. 2 (εξηγήστε πώς).



Σχ. 2: Ο διαχωρισμός της ακτινοβολίας μιας ραδιενεργού πηγής, με χρήση μαγνητικού πεδίου.

Οι διεργασίες της διασπασης άλφα, βήτα και γάμμα δείχνονται στον επόμενο πίνακα:

Various Decay Pathways	
Alpha decay	${}^A_ZX \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}X + {}^4_2\text{He}$
Beta decay (β^-)	${}^A_ZX \longrightarrow {}^A_{Z+1}X + \beta^- + \bar{\nu}$
Beta decay (β^+)	${}^A_ZX \longrightarrow {}^A_{Z-1}X + \beta^+ + \nu$
Electron capture	${}^A_ZX + {}^0_{-1}e \longrightarrow {}^A_{Z-1}X + \nu$
Gamma decay	${}^A_ZX^* \longrightarrow {}^A_ZX + \gamma$

Π. 1: Οι διεργασίες της ραδιενεργού διασπασης άλφα, βήτα και γάμμα για έναν πυρήνα ατομικού αριθμού Z και μαζικού αριθμού A.

Ρυθμός διάσπασης: Ο ρυθμός διάσπασης των ραδιενεργών πυρήνων υπακούει στην αριστερή από τις παρακάτω εξισώσεις, λύση της οποίας (βλ. δεξιό μέλος) δίδει τον αριθμό των πυρήνων του δείγματος που έχουν παραμείνει αδιάσπαστοι.

$$\begin{array}{ccc}
 \boxed{\text{Αριθμός αδιάσπαστων πυρήνων}} & & \boxed{\text{Αρχικοί πυρήνες (για } t=0\text{)}} \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \frac{dN}{dt} = -\lambda N & \Longrightarrow & N = N_0 e^{-\lambda t} \\
 \uparrow & & \downarrow \\
 \boxed{\text{Σταθερά διάσπασης}} & &
 \end{array}$$

(1)

Ο ρυθμός διάσπασης είναι γνωστός και ως **ενεργότητα δείγματος**, R, και υπολογίζεται μέσω της λύσης της (1), ως

$$R = \left| \frac{dN}{dt} \right| = |-\lambda N| = |-\lambda N_0 e^{-\lambda t}| = R_0 e^{-\lambda t}$$

Ο χρόνος που χρειάζεται για να πααμείνουν σε ένα δείγμα (αδιάσπαστοι) οι μισοί από τους αρχικούς πυρήνες λέγεται **χρόνος ημιζωής** του δείγματος, $T_{1/2}$.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Μονάδες ενεργότητας είναι το

1 curie (Ci) = $3,7 \times 10^{10}$ διασπάσεις/sec, που είναι η ενεργότητα ενός γραμμαρίου ραδίου (Ra), και το

1 becquerel (Bq) = 1 διάσπαση/sec, στο SI.

Ραδιοχρονολόγηση με C: Μια πολύ σημαντική εφαρμογή της ραδιενεργού διάσπασης πυρήνων είναι η ραδιοχρονολόγηση με άνθρακα. Βασίζεται στο ότι ο λόγος $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ στους ζωντανούς οργανισμούς είναι σταθερός ($\approx 1,3 \times 10^{-12}$, λόγω του ότι στο CO_2 της ατμόσφαιρας ο λόγος αυτός είναι σταθερός), ενώ μετά το θάνατο του οργανισμού ο άνθρακας ^{14}C , που είναι ασταθής, διασπάται μέσω διάσπασης β^- σε άζωτο (γράψτε την εξίσωση της διάσπασης). Μετρώντας το λόγο πυρήνων $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ που υπάρχουν σε ένα δείγμα μια δεδομένη χρονική στιγμή, μπορούμε μέσω των σχέσεων της προηγούμενης παραγράφου, να μετρήσουμε την ηλικία του δείγματος, δηλ. πόσος χρόνος έχει παρέλθει από το θάνατο του οργανισμού από τον οποίο έχει προέλθει το δείγμα. Με τη μέθοδο αυτή έχουν χρονολογηθεί οργανισμοί που έχουν ζήσει 1000 με 25000 χρόνια πριν.

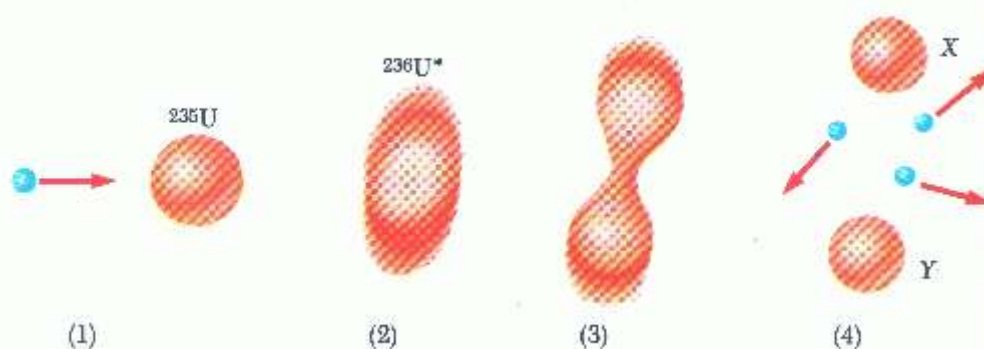
Εφαρμόστε τη μέθοδο ραδιοχρονολόγησης σε ένα κομμάτι γαινάνθρακα μάζας 25 gr, που δείχνει ενεργότητα ^{14}C 250 διασπάσεις/min, δεδομένου του ότι ο χρόνος ημιζωής του ^{14}C είναι 5730 έτη και ο λόγος $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ στους ζωντανούς οργανισμούς είναι $1,3 \times 10^{-12}$.

8.c. Πυρηνικές αντιδράσεις

Εκτός από την ενέργεια που εκλύεται με την αυθόρμητη διάσπαση των πυρήνων, μπορούμε να πάρουμε πυρηνική ενέργεια και "εξαναγκασμένα", μέσω πυρηνικών αντιδράσεων. Οι βασικότερες πυρηνικές αντιδράσεις είναι η πυρηνική σχάση και η πυρηνική σύντηξη.

Πυρηνική σχάση: Είναι η εξαναγκασμένη διάσπαση ενός βαριού πυρήνα σε δύο μικρότερους πυρήνες.

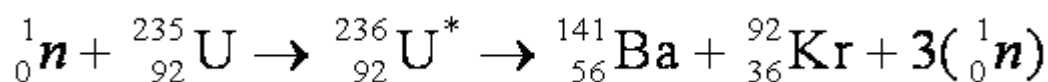
Ο τρόπος που συνηθως γίνεται είναι μέσω βομβαρδισμού του πυρήνα με χαμηλής ταχύτητας νετρόνια (θερμικά νετρόνια). Τα νετρόνια, λόγω του ότι δεν έχουν φορτίο, μπορούν να πλησιάσουν πολύ τον πυρήνα και να συλληφούν από αυτόν, διαταράσσοντας την ισορροπία του (βλ. Σχ. 3) και προκαλώντας τη διάσπασή του, από την οποία εκλύονται μεγάλες ποσότητες ενέργειας (λόγω του ότι η μάζα ηρεμίας των προϊόντων είναι πολύ μικρότερη από εκείνη των αντιδρώντων). Από τη σχάση ενός πυρήνα μπορεί να εκλυθεί ενέργεια 10^6 φορές μεγαλύτερη από αυτήν που εκλύεται κατά την καύση ενός μορίου οκτανίου.



Σχ. 3: Πυρηνική σχάση μέσω βομβαρδισμού με νετρόνια. Ο πυρήνας, συλλαμβάνει το νετρόνιο ταλαντώνεται έντονα λόγω της επιπλέον ενέργειας, παίρνοντας σχήματα στα οποία η δύναμη Coulomb μπορεί να υπερσχύσει της ισχυρής, και διασπάται.

Η πρώτη πυρηνική σχάση παρατηρήθηκε το 1939, από τους Otto Hahn και Fritz Strazmann.

Παράδειγμα σχάσης είναι η

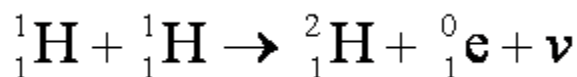


Η πυρηνική σχάση απελευθερώνει επιπλέον νετρόνια, τα οποία μπορούν να προκαλέσουν τη σχάση νέων πυρήνων, οδηγώντας έτσι σε μια αλυσιδωτή αντίδραση. Αυτό ακριβώς είναι που γίνεται στους αντιδραστήρες σχάσης.

Πώς μπορούν να επιβραδυνθούν τα νετρόνια σε έναν αντιδραστήρα σχάσης, ώστε να είναι δυνατόν να απορροφηθούν από τους πυρήνες;

Γιατί τοποθετούνται ρυθμιστικές ράβδοι καδμίου για την απορρόφηση των νετρονίων στους αντιδραστήρες σχάσης;

Πυρηνική σύντηξη: Είναι η ένωση δύο ελαφρών πυρήνων για το σχηματισμό ενός βαρύτερου πυρήνα. Παράδειγμα τέτοιας αντίδρασης είναι η



Για να πραγματοποιηθεί μια πυρηνική σύντηξη χρειάζεται να δοθούν μεγάλες ποσότητες ενέργειας ώστε να υπερνικηθεί η άπωση Coulomb μεταξύ των πυρήνων και να γίνει δυνατό το πλησίασμά τους. Χρειάζεται έτσι μεγάλες θερμοκρασίες και πιέσεις.

Η συστηματική παραγωγή ενέργειας μέσω ελεγχόμενης πυρηνικής σύντηξης σε αντιδραστήρα σύντηξης δεν έχει ακόμα επιτευχθεί. Το σημαντικότερο πλεονέκτημά που θα είχε σε σχέση με την ενέργεια που προέρχεται από σχάση είναι η έλλειψη ραδιενεργών αποβλήτων στα προϊόντα της αντίδρασης.

8.d. Βλάβες από την ακτινοβολία

Οι βλάβες που μπορούν να προκληθούν στην ύλη από την ακτινοβολία εξαρτώνται από τον τύπο και την ενέργεια της ακτινοβολίας και από τις ιδιότητες της εκάστοτε ύλης. Εδώ θα εστιαστούμε σε βλάβες από ακτινοβολία που προέρχεται από τους πυρήνες (MeV).

Σε μη βιολογικούς οργανισμούς, π.χ. μέταλλα, οι βλάβες μπορεί να είναι μεγάλη μετατόπιση ή απόσπαση ατόμων ή ιόντων, η οποία μπει να οδηγήσει σε μεταβολή των ιδιοτήτων του υλικού.

Σε βιολογικούς οργανισμούς οι βλάβες προέρχονται κυρίως από τον ιονισμό μορίων των κυττάρων. Αποτέλεσμα είναι

- α) Θάνατος των κυττάρων ή ελαττωματικά κύτταρα, αν τα μόρια που ιονίζονται είναι πολλά ή ζωτικά ή αποσπώνται από αυτά πολλά ηλεκτρόνια.
- β) Μεταβολή της λειτουργίας των κυττάρων, αφού τα μόρια είναι πλέον ιόντα, τα οποία έχουν διαφορετική χημική συμπεριφορά. (έχουν υψηλή δραστηριότητα και μπορούν, π.χ., να προκαλέσουν χημικές αντιδράσεις που μπορούν να καταστρέψουν τους δεσμούς σε πρωτεΐνες κλπ., ή να οδηγήσουν σε ανώμαλη διαίρεση του κυττάρου). Αν τα κυτταρα είναι αναπαραγωγικά, αυτό μπορεί να οδηγήσει σε ελαττωματικούς απογόνους.

Μονάδες για τη μέτρηση της ποσότητας ακτινοβολίας που αλληλεπιδρά με μια ουσία (ή δόσης της ακτινοβολίας) είναι το:

1 R (roentgen - ρέντγκεν): Είναι η ποσότητα ιονίζουσας ακτινοβολίας που παράγει ηλεκτρικό φορτίο $(1/3) \times 10^{-9}$ Cb σε 1 cm³ αέρα, ή, ισοδύναμα, που αποδίδει ενέργεια $8,76 \times 10^{-3}$ J σε 1 Kg αέρα.

1 rad: Είναι η ποσότητα ιονίζουσας ακτινοβολίας που αποδίδει ενέργεια 10^{-2} J σε 1 Kg ακτινοβολουμένου υλικού.

Επειδή η βιολογική δραστηριότητα της ακτινοβολίας (δηλ. η βλαβή που προκαλεί) εξαρτάται όχι μόνο από την ενέργεια που αποδίδει στην ύλη αλλά και από τον τύπο της ακτινοβολίας, ορίζεται ο συντελεστής σχετικής βιολογικής δραστηριότητας, RBE (Relative Biological Effectiveness), που μετράει πόσο δραστηκότερη είναι η κάθε ακτινοβολία σε σχέση με ίδια δόση ακτίνων γ.

Χρησιμοποιώντας τον RBE, ορίζουμε τη μονάδα που στην πραγματικότητα μετράει τη βιολογική βλάβη από την ακτινοβολία στον άνθρωπο, η οποία είναι το rem:

$$\text{δόση σε rem} = \text{δόση σε rad} \times \text{RBE}$$

9. Στοιχειώδη σωματίδια

Εδάφια:

[9.a. Οι θεμελιώδεις δυνάμεις](#)

[9.b. Ταξινόμηση σωματιδίων](#)

[9.c. Νόμοι διατήρησης](#)

[9.d. Τα quarks](#)

[9.e. Το "Καθιερωμένο Μοντέλο"](#)

Τα ερωτήματα που θα εξετάσουμε στο παρόν κεφάλαιο είναι ποια είναι πραγματικά τα στοιχειώδη σωματίδια και ποιες είναι οι αλληλεπιδράσεις τους.

Ως το 1940 οι φυσικοί πίστευαν ότι τα πιο στοιχειώδη σωματίδια είναι τα πρωτόνια, τα νετρόνια, τα ηλεκτρόνια και τα νετρίνα, με τα αντισωματίά τους. Από το 1945, σε κρούσεις με μεταξύ σωματιδίων υψηλής ενέργειας, ανακαλύφθηκαν πολλά νέα σωματίδια με πολύ μικρή διάρκεια ζωής (10^{-6} - 10^{-23} sec) και τέθηκε έντονα το ερώτημα αν όλα αυτά τα σωματίδια είναι στοιχειώδη και πώς είναι δυνατόν να είναι τόσα πολλά, δεδομένης της "οικονομίας" της φύσης.

Το συμπέρασμα, από τα πειράματα και τις ως τώρα αποδεκτές θεωρίες, είναι ότι υπάρχουν δύο οικογένειες στοιχειωδών σωματιδίων, τα **quarks** και τα **λεπτόνια**.

Κλειδί για την κατανόηση των ιδιοτήτων των στοιχειωδών σωματιδίων είναι η γνώση και η κατανόηση των αλληλεπιδράσεών τους.

9.a. Οι θεμελιώδεις δυνάμεις

Όλα τα σωματίδια στη φύση υπόκεινται σε τέσσερις βασικές δυνάμεις, με τη έννοια ότι όχι μόνο αλληλεπιδρούν μέσω αυτών αλλά και παράγονται μέσω αυτών των

δυνάμεων. Οι δυνάμεις αυτές είναι η ισχυρή, η ηλεκτρομαγνητική, η ασθενής και η βαρυτική. Τα χαρακτηριστικά τους αναφέρονται στον επόμενο πίνακα.

Ισχυρή	Μικρής εμβέλειας (1-2 fm)	Υπέθυνη για το σχηματισμό των πυρήνων
Ηλεκτρομαγνητική	Μεγάλης εμβέλειας ($\sim 1/r^2$), ισχύς: ισχυρή/100	Υπέθυνη για το σχηματισμό ατόμων και μορίων
Ασθενής	Μικρής εμβέλειας (1-2 fm), ισχύς: ισχυρή/10 ⁹	Υπέθυνη για τη διάσπαση πυρήνων (ραδιενέργεια)
Βαρυτική	Μεγάλης εμβέλειας ($\sim 1/r^2$), ισχύς: ισχυρή/10 ³⁸	Υπέθυνη για την κίνηση πλανητών

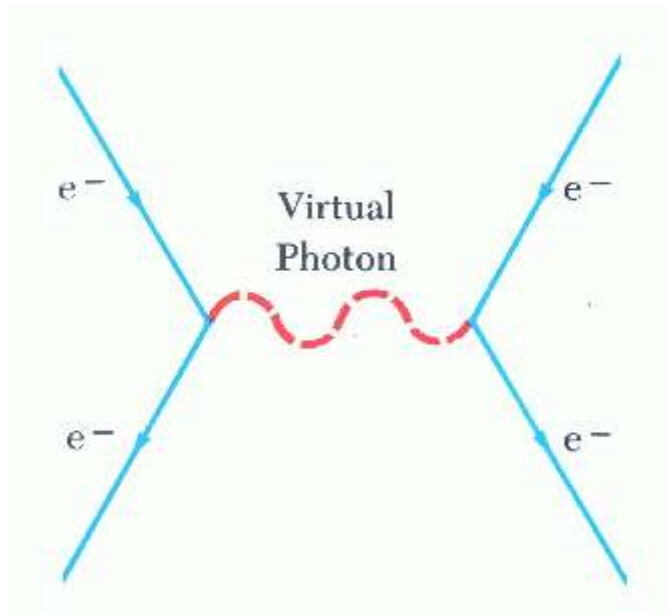
Στη σύγχρονη φυσική οι αλληλεπιδράσεις των σωματιδίων περιγράφονται ως ανταλλαγή ειδικών σωματιδίων πεδίου (ή κβάντων πεδίου), που λέγονται φορείς της δύναμης (κάτι ανάλογο με τον ομοιοπολικό δεσμό μεταξύ των ατόμων). Τα σωματίδια πεδίου μεταφέρουν ενέργεια και ορμή από το ένα αλληλεπιδρών σωματίο στο άλλο. Στον παρακάτω πίνακα αναφέρονται οι φορείς κάθε μίας από τις δυνάμεις και τα χαρακτηριστικά τους.

Ισχυρή	γλοϊόνια (gluons)	μάζα;
Ηλεκτρομαγνητική	φωτόνια (γ)	χωρίς μάζα
Ασθενής	Διανυσματικά μποζόνια W^+ , W^- , Z^0	μεγάλη μάζα (~ 90 GeV)
Βαρυτική	γκραβιτόνιο (δεν έχει ανακαλυφθεί)	μάζα;

Σημειώστε επίσης ότι οι φορείς αυτοί έχουν spin ακέραιο, είναι δηλαδή μποζόνια, αντίθετα με τα σωματίδια που αποτελούν τις δομικά συστατικά της ύλης, τα οποία είναι φερμιόνια (spin ημιακέραιο).

Η δημιουργία των σωματιδίων-φορέων (εκ του μηδενός) είναι κάτι που παραβιάζει τη αρχή διατήρησης της ενέργειας. Ο λόγος που είναι δυνατή αυτή η δημιουργία είναι ότι η αρχή της αβεβαιότητας χρόνου-ενέργειας επιτρέπει τέτοιες παραβιάσεις, με την προϋπόθεση ότι θα διαρκούν πολύ μικρό χρόνο, τ ($\Delta E \tau = \hbar$). τ είναι ο χρόνος μεταξύ εκπομπής του σωματίου-φορέα από το ένα αλληλεπιδρών σωματίο και απορρόφησής του από το άλλο.

Ένας τρόπος που συνήθως χρησιμοποιείται για να αναπαραστήσει τις αλληλεπιδράσεις σωματιδίων είναι τα διαγράμματα Feynmann. Ένα παράδειγμα δείχνεται στο Σχ. 1.

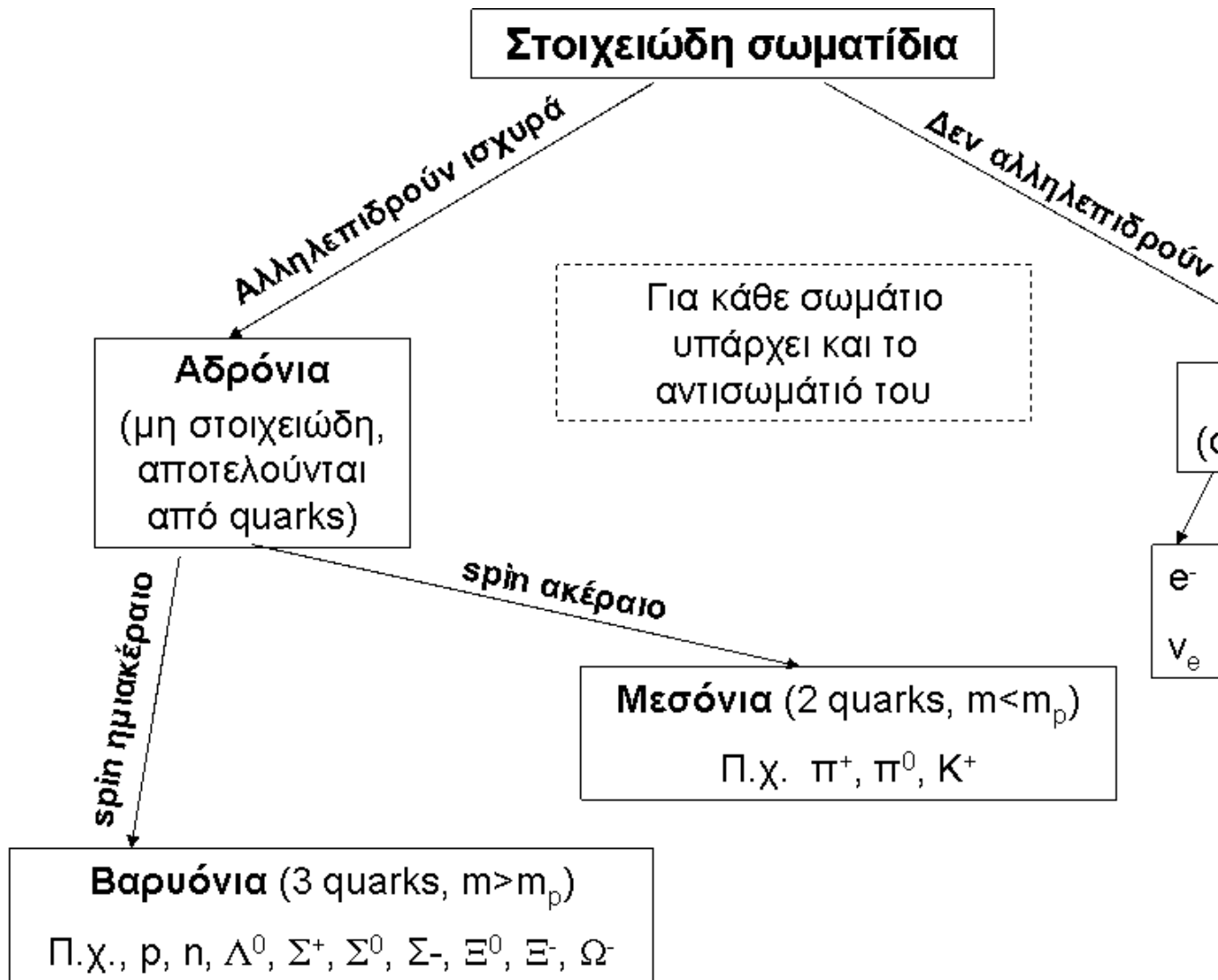


Σχ. 1: Διάγραμμα Feynmann που αναπαριστά την ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση δύο ηλεκτρονίων. Τα ηλεκτρόνια εισέρχονται στην περιοχή αλληλεπίδρασης, ανταλλάσσουν φωτόνια και απομακρύνονται.

8.b. Ταξινόμηση σωματιδίων

Όπως ήδη αναφέραμε, από το 1930 και μετά οι φυσικοί άρχισαν να ανακαλύπτουν μια πληθώρα ασταθών σωματιδίων, τα οποία αρχικά θεώρησαν ως στοιχειώδη. Τελικά, διαπιστώθηκε ότι τα περισσότερα από τα σωματίδια αυτά συντίθενται από άλλα, περισσότερο στοιχειώδη, τα quarks (τα οποία δεν μπορούν να υπάρξουν μεμονωμένα), οδηγώντας στο συμπέρασμα ότι υπάρχουν δύο μόνο οικογένειες στοιχειωδών σωματιδίων, τα quarks και τα λεπτόνια.

Το διάγραμμα που ακολουθεί αποτελεί μια κατάταξη των σωματιδίων που έχουν παρατηρηθεί πειραματικά, με βάση τις αλληλεπιδράσεις στις οποίες συμμετέχουν (ακριβέστερα, με βάση το αν μπορούν να αλληλεπιδρούν μέσω της ισχυρής δύναμης ή όχι).



Τα σωματίδια χωρίζονται σε **αδρόνια** (τα οποία μπορούν να αλληλεπιδρούν ισχυρά) και **λεπτόνια** (τα οποία δεν αλληλεπιδρούν ισχυρά). Τα αδρόνια με τη σειρά τους διακρίνονται σε **βαρυόνια** (σπιν ημιακέραιο) και **μεσόνια** (σπιν ακέραιο). Τα αδρόνια δεν είναι στοιχειώδη, αλλά συντίθενται από quarks - περισσότερα για αυτό θα αναφέρουμε αργότερα. Τα λεπτόνια είναι στοιχειώδη σωματίδια. Υπάρχουν τρεις οικογένειες λεπτονίων. Η οικογένεια του ηλεκτρονίου (ηλεκτρόνιο και νεutrίνο ηλεκτρονίου), του μιονίου (μύονιο και νεutrίνο μιονίου) και του σωματίου ταυ (ταυ και νεutrίνο του). Τα χαρακτηριστικά τους αναφέρονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Τα λεπτόνια

λεπτόνιο	φορτίο (q/e)	spin (s)	μάζα	λεπτονικός αριθμός e	λεπτονικός αριθμός μ	λεπτονικός αριθμός τ
e	-1	1/2	0,511 MeV	1	0	0
μ	-1	1/2	107 MeV	0	1	0
τ	-1	1/2	1584 MeV	0	0	1
ν_e	0	1/2	< 30 eV	1	0	0

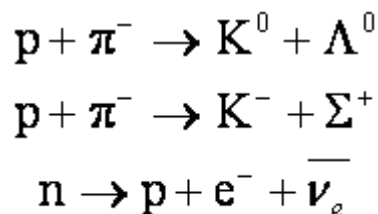
ν_μ	0	1/2	< 0,5 MeV	0	1	0
ν_τ	0	1/2	< 150 MeV	0	0	1

Τα αντισωματίδια των παραπάνω λεπτονίων έχουν ίδια μάζα, αντίθετο φορτίο και αντίθετους λεπτονικούς αριθμούς (βλ. επόμενο εδάφιο).

8.c. Νόμοι διατήρησης

Τα περισσότερα από τα αδρόνια του διαγράμματος του προηγούμενου εδαφίου είναι εξαιρετικά ασταθή. Διασπώνται πολύ γρήγορα (σε 10^{-23} - 10^{-6} sec), δίδοντας άλλα σωματίδια. Τα βαρυόνια διασπώνται δίδοντας ως τελικό προϊόν πρωτόνιο (το ελαφρύτερο βαρυόνιο). Εν γένει, η συνήθης ύλη συντίθεται μόνο από πρωτόνια, νετρόνια και ηλεκτρόνια.

Ακολουθούν τρία παραδείγματα διασπάσεων/μεταστοιχειώσεων στοιχειωδών σωματιδίων.



Κατά τις διασπάσεις των στοιχειωδών σωματιδίων, εκτός από τους νόμους διατήρησης ενέργειας, ορμής, στροφορμής, και φορτίου, ισχύουν κάποιοι επιπλέον νόμοι διατήρησης. Αυτοί είναι ο νόμος διατήρησης του **βαρυονικού αριθμού** και του **λεπτονικού αριθμού κάθε οικογένειας**.

Η διατήρηση του βαρυονικού αριθμού μας λέει ότι ο αριθμός των βαρυονίων θα πρέπει να διατηρείται κατά την αντίδραση, και η διατήρηση του λεπτονικού αριθμού ότι ο αριθμός των λεπτονίων κάθε οικογένειας θα πρέπει να διατηρείται. (Με άλλα λόγια, στα βαρυόνια αποδίδουμε έναν νέο κβαντικό αριθμό, τον βαρυονικό - ίσο με μονάδα για κάθε βαρυόνιο -, που θα πρέπει να διατηρείται. Ανάλογα, στα λεπτόνια αποδίδουμε τρεις λεπτονικούς αριθμούς, έναν για κάθε οικογένεια - π.χ. το ηλεκτρόνιο έχει λεπτονικό αριθμό ηλεκτρονίου 1 και τους υπόλοιπους λεπτονικούς αριθμούς μηδέν. Σημειώστε ότι τα αντιβαρυόνια έχουν βαρυονικό αριθμό αντίθετο από αυτόν του αντίστοιχου βαρυονίου. Το ανάλογο ισχύει και για τα αντιλεπτόνια κάθε οικογένειας.)

Εκτός από τους νόμους διατήρησης βαρυονικού και λεπτονικών αριθμών υπάρχουν και κάποιοι επιπλέον νόμοι διατήρησης, που αφορούν μόνο τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις. Αυτοί είναι η διατήρηση της παραδοξότητας, της χάρης και της ομορφιάς, για τους οποίους θα αναφέρουμε περισσότερα στο εδάφιο των quarks.

9.d. Τα quarks

Το 1963, οι Gell-Mann και Zweig (ανεξάρτητα) διατύπωσαν την άποψη ότι τα αδρόνια αποτελούνται από πιο στοιχειώδη σωματίδια, τα οποία ονόμασαν quarks. Τα πρώτα quarks που ανακαλύφθηκαν ήταν τα u (up), d (down) και s (strange), και μεταγενέστερα ανακαλύφθηκαν άλλα τρία, τα c (charm), b (bottom ή beautiful), t (top ή truth). Για κάθε quark υπάρχει και το σχετικό antiquark. Για την ερμηνεία των αλληλεπιδράσεων στις οποίες εμπλέκονται τα quarks χρειάζεται να εισαχθούν τρεις νέοι κβαντικοί αριθμοί, η παραδοξότητα, η ομορφιά και η αλήθεια, και τρεις αντίστοιχοι νόμοι διατήρησης (μόνο για τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις). Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται τα quarks και οι κβαντικοί αριθμοί τους. Η μάζα τους κυμαίνεται από 360 MeV (u και d) ως ~100 GeV (t).

Τα quarks

quark	φορτίο (q/e)	spin (s)	Βαρυονικός αριθμός	παραδοξότητα (S)	χάρη (C)	ομορφιά	αλήθεια
u	2/3	1/2	1/3	0	0	0	0
d	-1/3	1/2	1/3	0	0	0	0
s	-1/3	1/2	1/3	-1	0	0	0
c	2/3	1/2	1/3	0	1	0	0
b	-1/3	1/2	1/3	0	0	1	0
t	2/3	1/2	1/3	0	0	0	1

Τα βαρυόνια αποτελούνται από τρία quarks (--> βαρυονικός αριθμός 1) ενώ τα μεσόνια από ένα quark και ένα antiquark (--> βαρυονικός αριθμός 0).

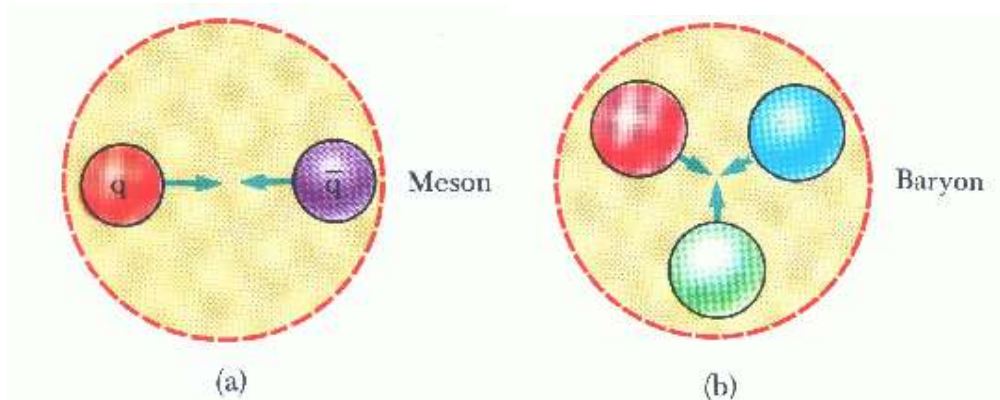
Τα συνήθη αδρόνια αποτελούνται μόνο από τα quarks u και d (p=uud, n=udd).

Το s quark απαντά σε μία κατηγορία ασταθών σωματιδίων, γνωστά ως παράδοξα σωματίδια, τα οποία ενώ παράγονται μέσω ισχυρής αλληλεπίδρασης διασπώνται μέσω ασθενούς.

Εκτός από το φορτίο υπάρχει και μια άλλη ιδιότητα/κατάσταση των quarks, η οποία λέγεται **χρώμα**. Τα quarks μπορούν να υπάρξουν σε τρία χρώματα: κόκκινο, πράσινο και μπλε (τα antiquarks θα έχουν τα χρώματα αντικόκκινο, αντιπράσινο και αντιμπλέ). Η ιδιότητα αυτή του χρώματος είναι υπεύθυνη για την ισχυρή δύναμη μεταξύ των quarks (με τον ίδιο τρόπο που το φορτίο είναι υπεύθυνο για την ηλεκτρομαγνητική δύναμη μεταξύ σωματιδίων). Η ισχυρή δύναμη μεταξύ quarks λέγεται και δύναμη χρώματος και οι φορείς της λέγονται γλοιόνια. Τα quarks, κατά την αλληλεπίδρασή τους ανταλλάσσουν γλοιόνια και μέσω αυτής της ανταλλαγής αλλάζουν το χρώμα τους (τα γλοιόνια φέρουν επίσης χρώμα). Η θεωρία που περιγράφει τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των quarks λέγεται Κβαντική Χρωμοδυναμική.

Είπαμε και πιο πάνω ότι, από ό,τι φαίνεται ως τώρα, στη φύση δεν μπορούν να υπάρξουν μεμονωμένα quarks. Υπάρχουν μόνο σε συνδυασμούς και μάλιστα μόνο σε συνδυασμούς οι οποίοι είναι άχρωμοι. Άχρωμο σωματίδιο μπορούμε να πάρουμε συνδυάζοντας είτε τρία quarks διαφορετικού χρώματος είτε ένα quark ενός χρώματος

με ένα antiquark του ίδιου αντιχρώματος. Η πρώτη δυνατότητα, όπως μπορεί κανείς εύκολα να διαπιστώσει, οδηγεί σε βαρυόνιο και η δεύτερη σε μεσόνιο (βλ. Σχ. 2).



Σχ. 2: Ο σχηματισμός ενός μεσονίου από συνδυασμό quark-antiquark (a), και ενός βαρυονίου από τρία quarks διαφορετικού χρώματος (b).

9.e. Το Καθιερωμένο Μοντέλο

Το Καθιερωμένο Μοντέλο είναι η θεωρία που προσπαθεί να ενοποιήσει τις ισχυρές, ασθενείς και ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις, δηλαδή να τις περιγράψει με έναν ενιαίο τρόπο, ως τρεις διαφορετικές εκφάνσεις μίας και μοναδικής δύναμης. Αποτελεί συνδυασμό της θεωρίας ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων (η οποία ενοποίησε τις ηλεκτρομαγνητικές (ΗΜ) με τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις) και της Κβαντικής Χρωμοδυναμικής (η οποία περιγράφει τα quarks και τις αλληλεπιδράσεις τους). Σύμφωνα με το καθιερωμένο μοντέλο, σε υψηλές ενέργειες ($> \text{TeV}$) οι ισχυρές, ασθενείς και ΗΜ αλληλεπιδράσεις θα έχουν την ίδια σχετική ένταση.

Για να αποδειχθεί το μοντέλο αυτό πειραματικά χρειάζεται επιτάχυνση και κρούσεις σωματιδίων σε πολύ υψηλές ενέργειες ($> \text{TeV}$), πράγμα που με τους υπάρχοντες επιταχυντές σωματιδίων δεν είναι εφικτό, υπάρχει όμως δυνατότητα να γίνει εφικτό στο εγγύς μέλλον.

Η προσπάθεια ενοποίησης με τις παραπάνω αλληλεπιδράσεις και της βαρύτητας, οδηγεί στη θεωρία που είναι γνωστή ως **Μεγάλη Ενοποιημένη Θεωρία, GUT**.

Γιατί χρειαζόμαστε πολύ υψηλές ενέργειες για να μελετήσουμε τη δομή των στοιχειωδών σωματιδίων;