ΜΑΘΗΜΑ 1ο

Α. Απαραίτητες γνώσεις θεωρίας.

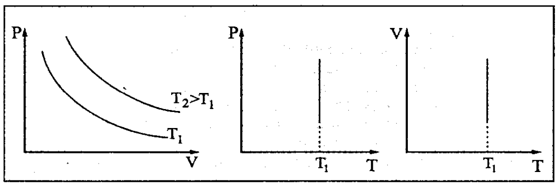
Οι πειραματικά προσδιορισμένες σχέσεις που συνδέουν τα τρία μακροσκοπικά μεγέθη (πίεση, όγκο και θερμοκρασία) ορισμένης ποσότητας αερίου ο μάζονται νόμοι των αερίων και είναι οι εξής:

Νόμος του Boyle (ή νόμος της ισόθερμης μεταβολής)

Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου, σε σταθερή θερμοκρασία, είναι αν- στροφα ανάλογη με τον όγκο του.

$p \cdot V = \text{σταθ}$ ή $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$ για $T = \text{σταθ}$

Γραφική παράσταση του νόμου του Boyle

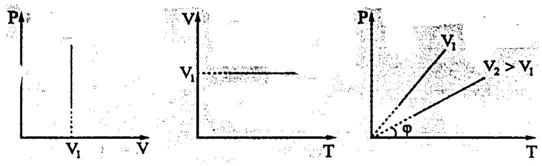


Νόμος του Charles (ή νόμος της ισόχωρης μεταβολής)

Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου, υπό σταθερό όγκο, είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου. $\frac{p}{T} = \text{σταθ}$ ή $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ για $V = \text{σταθ}$

Γραφική παράσταση του νόμου του Charles

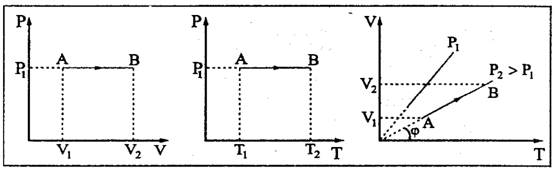
Νόμος του Gay-Lussac (ή νόμος της ισοβαρούς μεταβολής)



Ο όγκος ορισμένης ποσότητας αερίου, σε σταθερή πίεση, είναι ανάλογος την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

$\frac{V}{T} = \text{σταθ}$ ή $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ για $p = \text{σταθ}$

Γραφική παράσταση του νόμου του Gay-Lussac



• Η καταστατική εξίσωση χρησιμοποιείται ακόμα και αν η μάζα του αερίου μεταβάλλεται κατά τη μετάβαση του αερίου από μία κατάσταση σε μία άλλη. Τότε θα ισχύει η παρακάτω εξίσωση:

$$\left.\begin{array}{l} p_1V_1 = n_1RT_1 \Rightarrow \dfrac{p_1V_1}{n_1T_1} = R \\ p_2V_2 = n_2RT_2 \Rightarrow \dfrac{p_2V_2}{n_2T_2} = R \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{p_1V_1}{n_1T_1} = \frac{p_2V_2}{n_2T_2}$$

• Όλα τα αέρια τα οποία υπακούουν στους πειραματικούς νόμους που περιγράψαμε και επαληθεύουν την καταστατική εξίσωση $pV = nRT$ ονομάζονται ιδανικά αέρια.

Β. Μεθοδολογία ασκήσεων.

Νόμοι των αερίων - Καταστατική εξίσωση ιδανικών αερίων

Για να καταλάβουμε ποιός νόμος αερίων ισχύει, κοιτάμε πιο μέγεθος από τα P,V,T είναι σταθερό. Αν δεν είναι τίποτα σταθερό ή δίνεται η μάζα ή η πυκνότητα τότε χρησιμοποιούμε καταστατική εξίσωση.

π.χ.1 Ιδανικό αέριο βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο που κλείνεται με έμβολο πάνω στο οποίο θέτουμ ορισμένα σταθμά. Το αέριο βρίσκεται σε θερμοκρασία $-1{,}5\ ^\circ C$ **και καταλαμβάνει όγκο 20L. Θερμαίνουμε το αέριο σε θερμοκρασία** $270\ ^\circ C$.

α. Ποιός νόμος αερίων ισχύει

β. Ποιός είναι ο τελικός όγκος του δοχείου

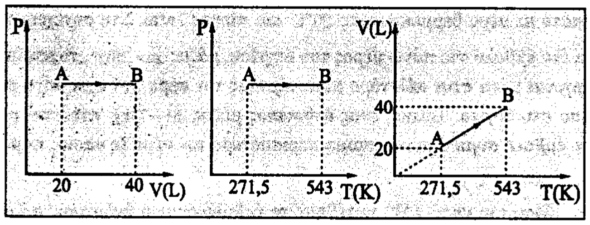
γ. Να αποδώσετε τη μεταβολή σε άξονες $P-V$, $P-T$, $V-T$.

Απ: α. Η πίεση στο εσωτερικό του δοχείου είναι ίση με την πίεση που προκαλεί η ατμόσφαιρα, το βάρος του εμβόλου και των σταθμών. Επειδή η εξωτερική πίεση παραμένει σταθερή, θα είναι και η εσωτερική σταθερή. Άρα ισχύει ο N. Gay-Lussac.

β. $V_1 = 20L$, $T_1 = -1{,}5 + 273 = 271{,}5K$, $T_2 = 270 + 273 = 543\ K$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1T_2}{T_1} \Rightarrow V_2 = \frac{20L \cdot 543K}{271{,}5K} \Rightarrow V_2 = 40L$$

γ.



Αν το φυσικό μέγεθος που είναι σταθερό π.χ. $p =$ σταθ , εμφανίζεται στους άξονες, τότε η γραφική παράσταση είναι κάθετη σ' αυτόν τον άξονα.

$T = 273 + \theta$, $1L = 10^{-3}m^3$, $1atm = 1{,}013 \cdot 10^5 \dfrac{N}{m^2}$

Αν στο τελικό αποτέλεσμα εμφανίζεται πηλίκο ομοειδών μεγεθών, τότε δεν χρειάζεται να μετατρέψω τον όγκο και την πίεση στο S.I. Η θερμοκρασία πάντα μετατρέπεται σε (K).

π.χ.2 Ένα κυλινδρικό δοχείο με διαθερμικά τοιχώματα κλείνεται με έμβολο και περιβάλλεται από λουτρό, σταθερής θερμοκρασίας. Το δοχείο περιέχει ιδανικό αέριο πίεσης $p_1 = 1atm$ **και όγκου** $V_1 = 30L$. **Μετακινώντας το έμβολο τριπλασιάζουμε την πίεση του αερίου.**

α. Ποιός νόμος αερίων ισχύει.

β. Ποιός είναι ο τελικός όγκος του αερίου

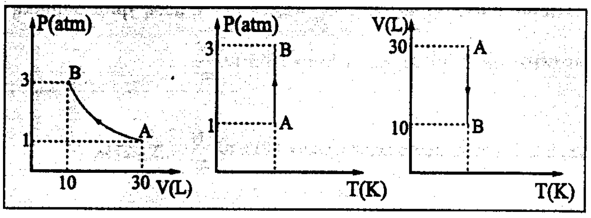
γ. Να αποδώσετε τη μεταβολή σε άξονες $P-V$, $P-T$, $V-T$.

Απ: α. Επειδή το δοχείο έχει διαθερμικά τοιχώματα και περιβάλλεται από λουτρό σταθερής θερμοκρασίας, θα ισχύει ο N. Boyle

β. $p_1 = 1atm$, $V_1 = 30L$, $p_2 = 3p_1 = 3atm$.

Ισχύει ο N. Boyle: $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow V_2 = \dfrac{p_1V_1}{p_2} \Rightarrow V_2 = \dfrac{1atm \cdot 30L}{3atm} \Rightarrow V_2 = 10L$

γ.



π.χ. 3

Ιδανικό αέριο βρίσκεται μέσα σε κυλινδρικό δοχείο με $p_1 = 5atm$, $V_1 = 2L$ **και** $T_1 = 300K$. **Το αέριο θερμαίνεται με σταθερή πίεση μέχρι να διπλασιασθεί ο όγκος του. Στη συνέχεια με σταθερή θερμοκρασία αυξάνεται ο όγκος του μέχρι να γίνει** $V_3 = 5L$. **Έπειτα ψύχεται με σταθερή πίεση μέχρι την αρχική θερμοκρασία και τέλος συμπιέζεται με σταθερή θερμοκρασία μέχρι την αρχική του κατάσταση.**

α. Να υπολογίσετε την πίεση, τον όγκο και την θερμοκρασία σε κάθε θέση.

β. Να γίνουν τα διαγράμματα $P-V$, $P-T$, $V-T$.

Απ: Αντί για τους νόμους των αερίων, θα μπορούσαμε να εφαρμόσουμε την καταστατική εξίσωση σε κάθε θέση.

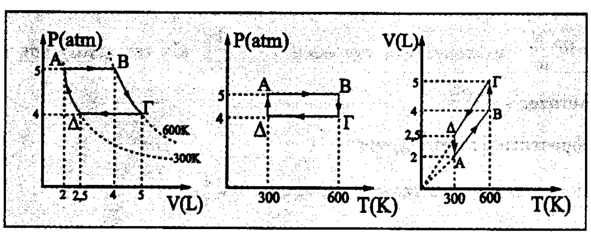
$V_B = 2V_1 = 4L$

• $A \rightarrow B(p_1 = \text{σταθ})$ N. Gay-Lussac:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \Rightarrow T_B = \frac{T_A \cdot V_B}{V_A} \Rightarrow T_B = \frac{300K \cdot 4L}{2L} \Rightarrow T_B = 600K$$

• $B \rightarrow \Gamma(T_B = \text{σταθ})$ N. Boyle:

$$p_BV_B = p_\Gamma V_\Gamma \Rightarrow p_\Gamma = \frac{P_BV_B}{V_\Gamma} \Rightarrow P_\Gamma = 4atm$$



$\Gamma \rightarrow \Delta (p_\Gamma = \sigma\tau\alpha\theta)$ N. Gay-Lussac

$$\frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{V_\Delta}{T_\Delta} \Rightarrow V_\Delta = \frac{V_\Gamma \cdot T_\Delta}{T_\Gamma} \Rightarrow V_\Delta = \frac{5L \cdot 300K}{600K} \Rightarrow V_\Delta = 2{,}5L$$

Για την R: $R = 8{,}314 J/mol \cdot K$ αν όλες οι μονάδες είναι στο S.I. $R = 8{,}314 atm \cdot L/mol \cdot K$ αν η πίεση δίνεται σε atm και ο όγκος σε L.

π.χ.4

$1cm^3$ **αέρα βρίσκεται σε s.t.p.**

α. Πόσος είναι ο αριθμός μορίων του,

β. Πόση είναι η μάζα του,

γ. Ποιά είναι η πυκνότητα του.

Δίνεται $R = 8{,}314 J/mol \cdot K$, $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ **η μέση γραμομοριακή μάζα του αέρα** $M = 29 \cdot 10^{-3} kg/mol$, $1atm = 1{,}013 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$

Απ: S.t.p. είναι οι συνθήκες $p = 1atm = 1{,}013 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$, $T = 273K$

α. Ο αριθμός των moles του αέρα: $n = \frac{N}{N_A}$

Από την καταστατική εξίσωση $P \cdot V = nRT \Rightarrow P \cdot V = \frac{m}{M} RT \Rightarrow$

$$m = \frac{RVM}{RT} \Rightarrow m = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 N/m^2 \cdot 1 \cdot 10^{-6} m^3 \cdot 29 \cdot 10^{-3} kg/mol}{8{,}314 J/mol \cdot K \cdot 273K} \Rightarrow$$

$m = 1{,}29 \cdot 10^{-6} kg$ (ή αλλιώς $n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} \Rightarrow m = \frac{MN}{N_A}$)

γ. Από την καταστατική εξίσωση

$$P \cdot V = nRT \Rightarrow P \cdot V = \frac{m}{M} RT \Rightarrow \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT} \Rightarrow \rho = \frac{PM}{RT} \Rightarrow$$

$$m = \frac{PVM}{RT} \Rightarrow m = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 N/m^2 \cdot 29 \cdot 10^{-3} kg/mol}{8{,}314 J/mol \cdot K \cdot 273K} = 1{,}29 \frac{kg}{m^3} \Rightarrow$$

$\rho = 1{,}29 \frac{kg}{m^3}$ (ή αλλιώς $\rho = \frac{m}{V}$).

π.χ. 5 Για να μετρήσουμε το βάθος της λίμνης Πλαστήρα κάνουμε το εξής πείραμα. Μια φυσαλίδα αέρα όγκου $20cm^3$ **βρίσκεται στο βυθό της λίμνης όπου η θερμοκρασία είναι** $4°C$**. Η φυσαλίδα όταν ανεβαίνει στην επιφάνεια έχει όγκο** $100cm^3$ **και η θερμοκρασία είναι** $20°C$**. Θεωρήστε τη θερμοκρασία της ίση με του νερού που την περιβάλλει, την ατμοσφαιρική πίεση** $P_0 = 10^5 \frac{N}{m^2}$ **την πυκνότητα του νερού** $\rho = 10^3 \frac{kg}{m^3}$ **και την επιτάχυνση της βαρύτητας** $g = 10 \frac{m}{s^2}$**.**

Υδροστατική πίεση $P_{υδρ} = \rho g h$

Αν δίνεται η ακτίνα της φυσαλίδας τότε $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Απ:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Η καταστατική εξίσωση στον βυθό}: (P_0 + \rho g h) V_1 = nRT_1 \\ \text{Η καταστατική εξίσωση στην επιφάνεια}: P_0 V_2 = nRT_2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{(P_0 + \rho g h) V_1}{P_0 V_2} = \frac{nRT_1}{nRT_2} \Rightarrow h = \frac{P_0 \left(\frac{V_2 T_1}{V_1 T_2} - 1 \right)}{\rho g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{10^5 \frac{N}{m^2} \left(\frac{100cm^3 \cdot 277K}{20cm^3 \cdot 293K} - 1 \right)}{10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 10 \frac{m}{s^2}} \Rightarrow h = 37{,}26m$$

π.χ.6

Σ' ένα παιδικό πάρτυ θέλουμε να φουσκώσουμε 200 μπαλόνια με ήλιο Το κάθε μπαλόνι έχει όγκο 2L και πίεση 1,5atm. Αν η φιάλη που θα χρησι- μοποιήσουμε έχει όγκο 4L, ποιά είναι η πίεσή της. Θεωρήστε ότι η φιάλ και τα μπαλόνια έχουν την ίδια θερμοκρασία, ενώ δεν χάθηκε ήλιο στη διαδικασία.

Απ:

Όταν η συνολική μάζα διατηρείται σταθερή, χρησιμοποιούμε την καταστατι- κή εξίσωση σε συνδυασμό με την αρχή διατήρησης της μάζας.

Η καταστατική εξίσωση:

στη φιάλη: $P_{ολ} \cdot V_{ολ} = n_{ολ} RT \Rightarrow n_{ολ} = \frac{P_{ολ} \cdot V_{ολ}}{RT}$

στο μπαλόνι: $P \cdot V = nRT \Rightarrow n = \frac{P \cdot V}{RT}$

Η μάζα του ηλίου που είναι στη φιάλη ($n_{ολ}$) είναι ίση με το άθροισμα των μαζών στα μπαλόνια (200n). Άρα $n_{ολ} = 200n \Rightarrow \frac{P_{ολ} \cdot V_{ολ}}{RT} = 200 \frac{P \cdot V}{RT} \Rightarrow$

$$P_{ολ} = \frac{200 \cdot P \cdot V}{V_{ολ}} \Rightarrow P_{ολ} = \frac{200 \cdot 1{,}5atm \cdot 2L}{4L} \Rightarrow P_{ολ} = 150atm$$

π.χ7 Ένα κυλινδρικό δοχείο ακτίνας $\tau = 40cm$ **και ύψους** $h_0 = 50cm$ **είναι γεμάτο με αέρα θερμοκρασίας** $20°C$ **και πίεσης 1atm. Στη συνέχεια τίθεται ένα έμβολο στο πάνω μέρος του δοχείου, μάζας** $m = 20kg$ **, το οποίο κατέρχεται μέσα στον κύλινδρο συμπιέζοντας τον αέρα που έχει παγιδευθεί μέσα στο δοχείο. Τελικά, ένας άνθρωπος μάζας** $M = 75kg$ **στέκεται πάνω στο έμβολο συμπιέζοντας ακόμη περισσότερο τον αέρα (ο οποίος παραμένει στους** $20°C$ **)**

α. Πόσο πιο κάτω (Δh) κατέβηκε το έμβολο όταν ο άνθρωπος ανέβηκε πάνω του;

β. Σε ποια θερμοκρασία πρέπει να θερμανθεί ο αέρας ώστε το έμβολο με τον άνθρωπο να ανυψωθούν στο ύψος h, όπου αρχικά ισορροπούσε το έμβολο. $1atm = 10^5 \frac{N}{m^2}$, $g = 10 \frac{m}{S^2}$

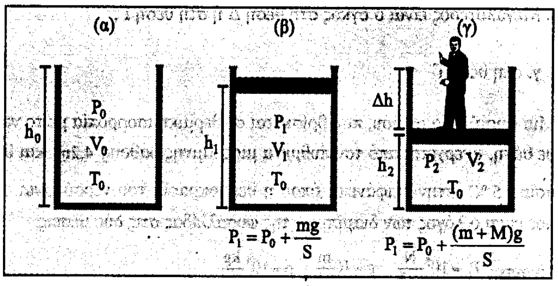
Όγκος κυλίνδρου $V = S \cdot h = \pi \tau^2 \cdot h$. Η πίεση που προκαλεί μια δύναμη $\vec{F}$ κάθετη σε επιφάνεια εμβαδού S είναι $P = \frac{F}{S}$.

Απ: α. Η καταστατική εξίσωση:

$$\left.\begin{aligned}&\bullet\ \text{με το έμβολο}: P_1V_1 = nRT_0\\ &\bullet\ \text{αρχικά}: P_0V_0 = nRT_0\end{aligned}\right\} P_1V_1 = P_0V_0 \Rightarrow$$

$$\left(P_0 + \frac{mg}{s}\right)\pi r^2 \cdot h_1 = P_0 \cdot \pi r^2 \cdot h_0 \Rightarrow h_1 = \frac{P_0 \cdot h_0}{P_0 + \frac{mg}{\pi r^2}} = 49{,}8cm \Rightarrow h = 49{,}8cm$$

Η καταστατική εξίσωση:



$$\left.\begin{aligned}&\text{με τον άνθρωπο και το έμβολο}: P_2V_2 = nRT_0\\ &\text{με το έμβολο}: P_1V_1 = nRT_0\end{aligned}\right\} \Rightarrow P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow$$

$$\left(P_0 + \frac{mg}{s}\right)\pi r^2 \cdot h_1 = \left(P_0 + \frac{(m+M)g}{s}\right) \cdot \pi r^2 \cdot h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{\left(P_0 + \frac{mg}{s}\right)}{P_0 + \frac{(m+M)g}{s}} \cdot h_1 \Rightarrow h_2 = 49{,}1cm$$

Άρα $\Delta h = h_1 - h_2 = 0{,}7cm \Rightarrow \Delta h = 0{,}7cm$

β. Όταν θερμανθεί το αέριο με το έμβολο και τον άνθρωπο, η εσωτερική πίεση μένει σταθερή ίση με την εξωτερική που είναι $P_2 = P_0 + \frac{(m+M)g}{s}$. Δηλαδή ισχύει ο N. Gay-Lussac.

$$\frac{V_2}{T_0} = \frac{V_1}{T'} \Rightarrow T' = \frac{V_1}{V_2} \cdot T_0 \Rightarrow T' = \frac{s \cdot h_1}{s \cdot h_2} \cdot T_0 \Rightarrow$$

$$T' = \frac{h_1}{h_2} \cdot T_0 \Rightarrow T' = \frac{49{,}8cm}{49{,}1cm} \cdot 293K \Rightarrow T' = 297{,}2K$$

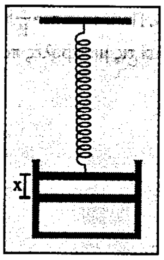
π.χ.8

Ένας κύλινδρος στο πάνω μέρος του κλείνεται με έμβολο εμβαδού διατομής $10^{-2}m^2$ και αμελητέας μάζας. Το έμβολο είναι συνδεδεμένο με ελατήριο σταθεράς $K = 2 \cdot 10^3 \frac{N}{m}$. Ο κύλινδρος περιέχει 5L αερίου και το ελατήριο ισορροπεί ασυμπίεστο, υπο πίεση 1atm και θερμοκρασία 20 °C.

α. Κατά πόσο θα ανυψωθεί το έμβολο, όταν η θερμοκρασία του αερίου ανέλθει στους 250 °C ;

β. Ποια είναι τότε η πίεση του αερίου;

$1atm = 10^5 \frac{N}{m^2}$.



Απ:

$$\begin{array}{l|l} V_1 = 5L & V_2 = V_1 + x \cdot s \\ P_1 = 1atm & P_2 = P_1 + \frac{k \cdot x}{s} \\ T_1 = 293K & T_2 = 523K \\ S = 10^{-2}m^2 & \end{array}$$

Όταν το έμβολο ανυψωθεί κατά x, τότε ο όγκος του αερίου, γίνετ $V_2 = V_1 + x \cdot s$, ενώ στην ατμοσφαιρική πίεση προστίθεται η πίεση του συμπι σμένου ελατηρίου $\left(\frac{k \cdot x}{s}\right)$. Δηλαδή $P_2 = P_1 + \frac{k \cdot x}{s}$.

Εφαρμόζουμε στις δύο θέσεις την καταστατική εξίσωση.

N. Hooke
$F_{ελ} = -Kx$

$$\left.\begin{aligned}&\text{Αρχικά}: P_1V_1 = nRT_1\\ &\text{Τελικά}: P_2V_2 = nRT_2\end{aligned}\right\} \frac{P_1V_1}{P_2V_2} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow P_2V_2 = \frac{P_1V_1T_2}{T_1} \Rightarrow$$

$$\left(P_1 + \frac{k \cdot x}{s}\right)(V_1 + x + s) = \frac{P_1V_1T_2}{T_1} \Rightarrow 20x^2 + 20x - 3{,}92 = 0$$

Από τη λύση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης έχουμε $x = 0{,}168m$

β. $P_2 = P_1 + \frac{k \cdot x}{s} \Rightarrow P_2 = 1{,}336 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$

π.χ.9

Οριζόντιος κυλινδρικός σωλήνας κλειστός στις δύο άκρες του, χωρίζεται (δύο διαμερίσματα από στεγανό ευκίνητο έμβολο. Στο ένα διαμέρισμα περιέχ ται αέριο He και στο άλλο H_2. Τα δύο τμήματα έχουν την ίδια θερμοκρασ και τον ίδιο όγκο. Αν η ολική μάζα των αερίων είναι 5g, να βρεθεί:

α. Η μάζα κάθε αερίου

β. Αν θερμάνουμε ομοιόμορφα τον κύλινδρο θα μετακινηθεί το έμβολο κι κατά ποιο νόμο;

Δίνονται οι γραμμομοριακές μάζες $M_{He} = 4 \cdot 10^{-3} kg/mol$, $M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} kg/m($

Απ: α. Θα είναι $m_{ολ} = m_{He} + M_{H_2}$ (1)

$$\left.\begin{aligned}&1^0\ \text{διαμέρισμα}: P_1V_1 = \frac{m_{He}}{M_{He}}RT_1\\ &2^0\ \text{διαμέρισμα}: P_1V_1 = \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}}RT_1\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{m_{He}}{4} = \frac{m_{H_2}}{2} \Rightarrow m_{He} = 2m_{H_2} \quad (2)$$

Από τις (1), (2) έχω: $m_{He} = \frac{10}{3}g$ και $m_{H_2} = \frac{5}{3}g$

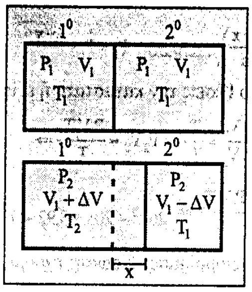
β. Αν θερμάνουμε ομοιόμορφα σε θερμοκρασία T_2 τότε:

$$\left.\begin{aligned}&1^0\ \text{διαμέρισμα}: \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}\\ &2^0\ \text{διαμέρισμα}: \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_3}{T_2}\end{aligned}\right\} V_2 = V_3 \text{ άρα δεν θα κινηθεί το έμβολο}$$

π.χ. 10

Σε οριζόντιο κυλινδρικό θερμομονωτικό σωλήνα, εσωτερικής διατομή $S = 10cm^2$ περιέχεται ιδανικό αέριο θερμοκρασίας 27 °C. Θερμομονωτικό έμ βολο που μετακινείται χωρίς τριβές χωρίζει τον σωλήνα σε δύο ίσα διαμερί σματα όγκου $V_1 = 70cm^3$ το καθένα. Αυξάνουμε τη θερμοκρασία στο ένα δια μέρισμα τους 127 °C ενώ στο άλλο τη διατηρούμε 27 °C. Κατά όσο μετακινή θηκε το έμβολο;

Απ: Αν ο όγκος στο 1⁰ διαμέρισμα αυξήθηκε κατά ΔV με μετακίνηση του εμβόλου κατά x , τότε στο 2⁰ διαμέρισμα μειώθηκε κατά ΔV.



$$\left.\begin{aligned} 1^0: \frac{P_1V_1}{T_1} &= \frac{P_2(V_1+\Delta V)}{T_2} \\ 2^0: \frac{P_1V_1}{T_1} &= \frac{P_2(V_1-\Delta V)}{T_1} \end{aligned}\right\} \frac{P_2(V_1+\Delta V)}{T_2} = \frac{P_2(V_1-\Delta V)}{T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{(V_1+\Delta V)}{T_2} = \frac{(V_1-\Delta V)}{T_1} \Rightarrow \Delta V = \frac{V_1(T_2-T_1)}{T_1+T_2} \Rightarrow \Delta V = 10cm^3$$

Άρα $\Delta V = x \cdot s \Rightarrow x = \frac{\Delta V}{S} \Rightarrow x = 1cm$

Γ'Προτεινόμενα θέματα.

1. Ιδανικό αέριο περιέχεται σε δοχείο σταθερού όγκου. Αρχικά η θερμοκρασία του ήταν $10\ ^oC$ και η πίεσή του $2{,}5atm$.

α. Ποιοι θα είναι πίεσή του όταν η θερμοκρασία του γίνει $80\ ^oC$

β. Ποιος είναι ο λόγος της αρχικής προς την τελική ενεργό ταχύτητα.

Απ. α. 3,1 atm
β. 0,89

2. Αέριο βρίσκεται σε δοχείο υπό πίεση 10atm και θερμοκρασία $15\ ^oC$. Αν το μισό αέριο διαφύγει και η θερμοκρασία του ανυψωθεί στους $65\ ^oC$ ποιά θα είναι η πίεση του αερίου στο δοχείο.

Απ. 5,87 atm

3. 1mol αέριου οξυγόνου βρίσκεται υπό πίεση 6atm και σε θερμοκρασία $27\ ^oC$

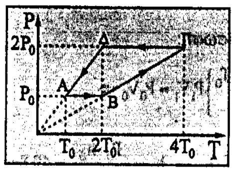
α. Αν το αέριο θερμανθεί υπο σταθερό όγκο έως ότου τριπλασιαστεί η πίεσή του ποιά θα είναι η τελική θερμοκρασία;

β. Αν το αέριο, από την αρχική κατάσταση θερμανθεί ώστε η πίεσή του και ο όγκος του να διαπλασιαστούν, ποιά θα είναι η τελική θερμοκρασία.

Απ. α. $T_1 = 900\,K$

β. $T_2 = 1200\,K$

4. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου εκτελεί την μεταβολή που φαίνεται στο σχήμα



α. Ποιος νόμος περιγράφει κάθε μεταβολή

β. Να παραστήσετε τη μεταβολή σε άξονες $P-V$ και $V-T$

γ. Μεγαλύτερος είναι ο όγκος στη θέση Δ ή στη θέση Γ;

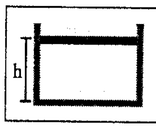
Απ. γ. στη θέση Γ

5. Μια φυσαλλίδα αερίου, που βρίσκεται σε θερμική ισορροπία με το νερό σ κάθε θέση, ανέρχεται από τον πυθμένα μιας λίμνης βάθους 4,2m και θερμ κρασίας $5\ ^oC$ στην επιφάνεια, όπου η θερμοκρασία του νερού είναι $12\ ^oC$ Ποιος είναι ο λόγος των διαμέτρων της φυσαλλίδας στις δύο θέσεις.

Δίνονται $P_0 = 10^5 \frac{N}{m^2}$, $g = 10\frac{m}{s^2}$, $\rho = 10^3 \frac{kg}{m^3}$

Απ. 1,13

6. Ένα κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο διατομής $S = 0{,}008m^2$ κλείνετε αερ στεγώς από ένα έμβολο εμβαδού μάζας $m = 20kg$, χωρίς τριβές. Ο κύλινδρος περιέχει $n = 0{,}2mol$ ιδανικού αερίου θερμοκρασίας $\theta = 127\ ^oC$ προσδιορίστε το ύψος h στο οποίο το έμβολο θα ισορροπεί υπό την επίδραση του βάρους του.



Δίνονται $g = 10\frac{m}{s^2}$, $P_0 = 1{,}013 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$, $R = 8{,}314 J/mol \cdot K$.

Απ. h=0,66 m

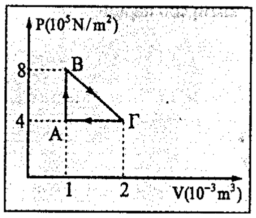
7. Αν σε μια μεταβολή δεδομένης ποσότητας ιδανικού αερίου, η πυκνότητ του παραμένει σταθερή και η αρχική πίεση του αερίου είναι 1,5atm σε θερμο κρασία $27\ ^oC$ να υπολογιστεί η πίεση του όταν η θερμοκρασία του γίνει $127\ ^oC$

Απ. P=2 atm

8. Δύο δοχεία με όγκους 600L και 400L συνδέονται με λεπτό σωλήνα αμελη τέου όγκου που φέρει κλειστή στρόφιγγα. Τα δοχεία περιέχουν αέριο υπο πίε ση 1atm και 3 atm αντίστοιχα. Να βρεθεί η τελική πίεση στα δοχεία αν ανοί ξουμε τη στρόφιγγα. Να θεωρήσετε οτι η θερμοκρασία παραμένει σταθερή.

Απ. P=1,8 atm

9. Ποσότητα $n = \frac{2}{R} mol$ ιδανικού αερίου βρίσκεται στην κατάσταση Α και εκτε λεί τις μεταβολές που φαίνονται στο σχήμα.



α. Να υπολογίσετε τις θερμοκρασίες στις καταστάσεις Α, Β, Γ

β. Να υπολογίσετε της p(T) σε κάθε μεταβολή.

γ. Να βρείτε την μέγιστη θερμοκρασία στη διάρκεια των μεταβολών.

Απ. α. $T_A = 400K$, $T_B = 200K$, $T_\Gamma = 200K$

γ. $T_{max} = 1125K$

"ΤΟ ΞΕΧΩΡΙΣΤΟ ΘΕΜΑ"

Κυλινδρικό δοχείο κλείνεται στο ένα άκρο του με έμβολο που κινείται χωρίς τριβές. Το δοχείο βρίσκεται σε μια μεγάλη δεξαμενή ωερού σε οριζόντια θέση και σε βάθος $h = 10m$. Το δοχείο περιέχει ιδανικό αέριο θερμοκρασίας $27\,°C$, έχει εμβαδόν διατομής $S = 5\cdot 10^{-3} m^2$ και ισορροπεί στη θέση όπου το μήκος του τμήματος του κυλίνδρου που περιέχει το αέριο είναι $x_1 = 0{,}2m$.

α. Με τη βοήθεια θερμοδοχείου το αέριο αρχίζει να εκτονώνεται σιγά-σιγά καθώς θερμαίνεται μέχρι το έμβολο να μετατοπιστεί κατά $x_2 = 0{,}1m$

β. Ακολούθως κρατώντας συνεχώς σταθερό το έμβολο και οριζόντιο τον κύλινδρο, το ανεβάζουμε στην επιφάνεια, όπου με την βοήθεια ψυχροδοχείο, ψύχουμε το αέριο μέχρι να αποκτήσει πίεση ίση με την ατμοσφαιρική $P_0 = 10^5 \frac{N}{m^2}$

γ. Στη συνέχεια αφήνουμε το έμβολο και ψύχουμε το αέριο μέχρι να αποκτήσει τον αρχικό όγκο

δ. Τέλος κρατώντας πάλι σταθερό το έμβολο θερμαίνουμε το αέριο μέχρι τις αρχικές συνθήκες

i. ποιές μεταβολές υφίσταται το αέριο, γράψτε τους αντίστοιχους νόμους των αερίων,

ii. υπολογίστε τα P,V,T σε κάθε θέση,

iii. κάντε τα διαγράμματα $P-V$, $P-T$, $V-T$.

Δίνεται $P_0 = 10^5 \frac{N}{m^2}$, $\rho_{H_2O} = 10^3 \frac{Kg}{m^3}$, $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Απ:

i. • Αρχικά επειδή βρίσκεται σε μεγάλη δεξαμενή είναι $T = σταθ$. Ισχύει ο N. Boyle: $P_A V_A = P_B V_B$ (1)

• Ακολούθως επειδή κρατάμε σταθερό το έμβολο είναι $V = σταθ$. Ισχύει ο N. Charles: $\frac{P_B}{T_B} = \frac{P_\Gamma}{T_\Gamma}$ (2)

• Στη συνέχεια επειδή η εσωτερική πίεση του αερίου είναι ίση με την εξωτερική (ατμοσφαιρική) συνεχώς είναι $P = σταθ$. Ισχύει ο N. Gay - Lussac: $\frac{V_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{V_\Delta}{T_\Delta}$ (3)

• Τέλος επειδή κρατάμε πάλι σταθερό το έμβολο είναι $V = σταθ$. Ισχύει ο N. Charles: $\frac{P_\Delta}{T_\Delta} = \frac{P_A}{T_A}$ (4)

ii. Θέση :

$T_A = (273+27)K = 300K$, $V_A = S\cdot x_1 = 1\cdot 10^{-3} m^3$

$P_A = P_0 + h\cdot \rho_{H_2O}\cdot g = 2\cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$

Θέση Β:

$V_B = S(x_1 + x_2) = 1{,}5\cdot 10^{-3} m^3$, $T_B = T_A = 300K$,

N. Boyle $(1) \Rightarrow P_B = \frac{P_A V_A}{V_B} = \frac{4}{3}\cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$

Θέση Γ:

$V_\Gamma = V_B = 1{,}5\cdot 10^{-3} m^3$

$P_\Gamma = P_0 = 10^5 \frac{N}{m^2}$

N. Charles: $(2) \Rightarrow T_\Gamma = \frac{P_\Gamma T_B}{P_B} = \frac{10^5 \frac{N}{m^2}\cdot 300K}{\frac{4}{3}\cdot 10^5 \frac{N}{m^2}} = 225K$

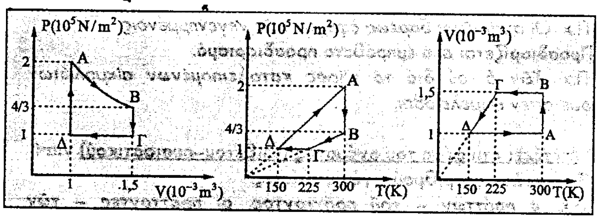
Θέση Δ:

$P_\Gamma = P_\Delta = P_0 = 10^5 \frac{N}{m^2}$

$V_\Delta = V_A = 10^{-3} m^3$

N. Gay-Lussac: $(3) \Rightarrow T_\Delta = \frac{T_\Gamma V_\Delta}{V_\Gamma} = \frac{225K\cdot 10^{-3} m^3}{1{,}5\cdot 10^{-3} m^3} \Rightarrow T_\Delta = 150K$

iii.

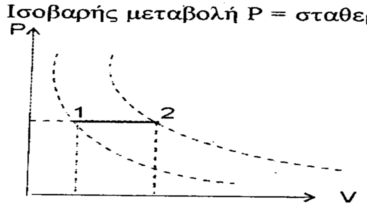


ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: ΒΑΓΙΟΝΑΚΗΣ Ι. - ΓΚΡΟΣ Γ.
ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑΚΗΣ Γ. - ΘΕΟΔΩΡΟΠΟΥΛΟΣ Σ.
ΚΑΛΙΜΑΝΗΣ Ι. - ΚΑΛΠΟΥΖΑΝΗ Μ.
ΜΠΙΖΕΛΗΣ Δ. - ΤΟΥΜΠΗΣ Δ.

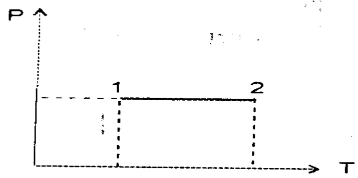
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1
(ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ - ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ)

ΝΟΜΟΙ ΑΕΡΙΩΝ ΣΕ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ P – V, P – T, V – T

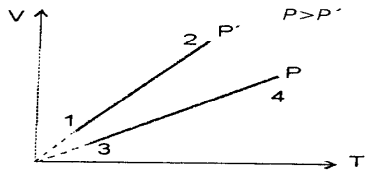
Ισοβαρής μεταβολή P = σταθερό



A

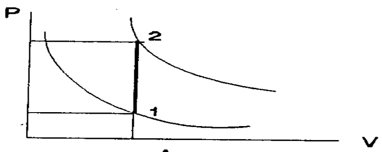


B

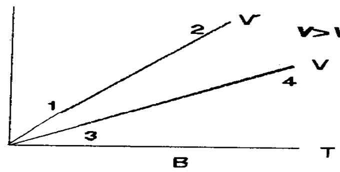


Γ

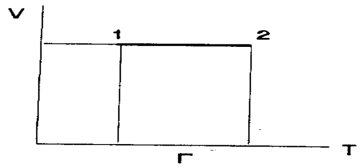
Ισόχωρη μεταβολή V = σταθερό



A

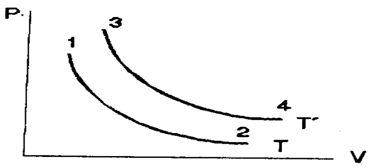


B

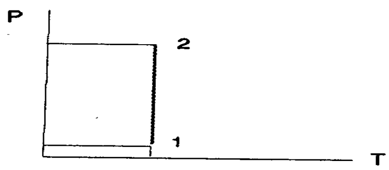


Γ

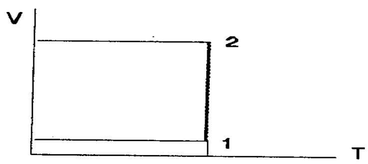
Ισόθερμη μεταβολή T = σταθερό



A



B



Γ

➢ **Μαθηματική μορφή των νόμων**

Ισοβαρής μεταβολή **V = σταθ. T** $\Rightarrow \dfrac{V}{T}$ **= σταθερό όταν P = σταθ.**

Η μεταβολή σε διάγραμμα V – T είναι ευθεία γραμμή που η προέκτασή της περνά από την αρχή των αξόνων

Εφαρμογή για δύο σημεία $\dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2}$

Ισόχωρη μεταβολή **P = σταθ. T** $\Rightarrow \dfrac{P}{T}$ **= σταθερό όταν V = σταθερό**

Η μεταβολή σε διάγραμμα P – T είναι ευθεία γραμμή που η προέκτασή της περνά από την αρχή των αξόνων

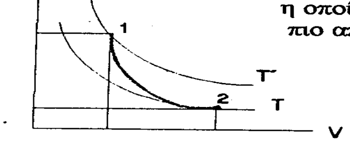
Εφαρμογή για δύο σημεία $\dfrac{P_1}{T_1} = \dfrac{P_2}{T_2}$

Ισόθερμη μεταβολή **P·V = σταθ.** $\Rightarrow P = \dfrac{\text{σταθ.}}{V}$ **όταν T = σταθερό**

Η μεταβολή σε διάγραμμα P – V είναι καμπύλη η οποία λέγεται ισόθερμη και τείνει ασυμπτωτικά στους άξονες

Εφαρμογή για δύο σημεία $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$

Αδιαβατική μεταβολή **$P \cdot V^{\gamma}$ = σταθ.** Άλλες μορφές: **$T \cdot V^{\gamma-1}$ = σταθ.** **$P^{1-\gamma} \cdot T^{\gamma}$ = σταθ.**



Η μεταβολή σε διάγραμμα P – V είναι καμπύλη η οποία βρίσκεται μεταξύ δύο ισόθερμων καμπυλών, και είναι πιο απότομη από αυτές.

Εφαρμογή για δύο σημεία: $P_1 \cdot V_1^{\ \gamma} = P_2 \cdot V_2^{\ \gamma}$

$T_1 \cdot V_1^{\ \gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\ \gamma-1}$

$$P_1^{1-\gamma} \cdot T_1^{\gamma} = P_2^{1-\gamma} \cdot T_2^{\gamma}$$

Όλοι οι νόμοι χρησιμοποιούνται με την προϋπόθεση ότι τα mol του αερίου (n) μένουν σταθερά στην διάρκεια της μεταβολής.

- Εάν σε μια μεταβολή αλλάζουν η πίεση P, ο όγκος V και η θερμοκρασία T ενώ τα mol (n) του αερίου μένουν σταθερά μπορούμε να γράψουμε την εξής σχέση μεταξύ της αρχικής και τελικής κατάστασης του αερίου $\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$

Σημαντικές σημειώσεις

- Στην ισοβαρή μεταβολή, διάγραμμα V – T, όποια ευθεία έχει μικρότερη κλίση αντιστοιχεί σε μεγαλύτερη πίεση.
  Π.χ. Στην ισοβαρή μεταβολή σχήμα Γ (διάγραμμα V – T) ισχύει $P > P'$
- Στην ισόχωρη μεταβολή, διάγραμμα P – T, όποια ευθεία έχει μικρότερη κλίση αντιστοιχεί σε μεγαλύτερο όγκο.
  Π.χ. Στην ισόχωρη μεταβολή σχήμα Β (διάγραμμα P – T) ισχύει $V > V'$
- Στην ισόθερμη μεταβολή, δίαγραμμα P – V, όποια καμπύλη είναι πιο πάνω αντιστοιχεί σε μεγαλύτερη θερμοκρασία.
  Π.χ. Στην ισόθερμη μεταβολή σχήμα Α (διάγραμμα P – V) ισχύει $T' > T$
- Όταν σε μια μεταβολή ο όγκος αυξάνεται έχουμε εκτόνωση ενώ όταν ο όγκος μειώνεται έχουμε συμπίεση.
- Όταν σε μια μεταβολή η θερμοκρασία αυξάνεται έχουμε θέρμανση ενώ όταν η θερμοκρασία μειώνεται έχουμε ψύξη.
- Στην αδιαβατική συμπίεση η θερμοκρασία αυξάνεται ενώ στην αδιαβατική εκτόνωση η θερμοκρα μειώνεται.

▪ Καταστατική εξίσωση αερίων

Αριθμός mol $n = \frac{m}{M}$ Αριθμός mol $n = \frac{N}{N_A}$ Πυκνότητα $d = \frac{m}{V}$

$$\boxed{\begin{gathered} P \cdot V = n \cdot R \cdot T \\ P \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \\ P \cdot V = \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T \\ P \cdot M = d \cdot R \cdot T \end{gathered}}$$

Εάν σε μια μεταβολή ενός αερίου αλλάζουν τα P, V, n, T τότε συνήθως κάνουμε την καταστατικ εξίσωση των αερίων για την αρχική και την τελική κατάσταση της μεταβολής και διαιρούμε τις καταστατικές κατά μέλη για να βρούμε την σχέση μεταξύ των μεγεθών.

▪ Κινητική θεωρία αερίων

Ενεργός ταχύτητα $U_{εν}$ $\quad U_{εν} = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{M}}$, $U_{εν} = \sqrt{\overline{U^2}}$

Μέση κινητική ενέργεια $\quad \overline{E_{κιν}} = \frac{3}{2} \cdot K \cdot T$ όπου $K = \frac{R}{N_A}$

Μέση κινητική ενέργεια $\quad \overline{E_{κιν}} = \frac{1}{2} m_{μορ.} \overline{U^2} = \frac{1}{2} m_{μορ.} U^2_{εν}$

Πίεση $\quad P = \frac{1}{3} \cdot d \cdot \overline{U^2} = \frac{1}{3} \cdot d \cdot U^2_{εν}$

Σημαντικές σημειώσεις

- Η μέση κινητική ενέργεια εξαρτάται **μόνο** από την θερμοκρασία ($\overline{E_{κιν}} = \frac{3}{2} \cdot K \cdot T$), δηλαδ δύο διαφορετικές ποσότητες δύο διαφορετικών αερίων στην ίδια θερμοκρασία έχουν τη ίδια μέση κινητική ενέργεια. Από τον άλλον τύπο $\overline{E_{κιν}} = \frac{1}{2} m_{μορ.} \overline{U^2}$ καταλαβαίνουμε ό για δύο αέρια με $m_{μορ.1} > m_{μορ.2}$ τα οποία βρίσκονται <u>στην ίδια θερμοκρασία T</u> θα ισχύ $\overline{U^2}_1 < \overline{U^2}_2$ έτσι ώστε $\overline{E_{κιν1}} = \overline{E_{κιν2}}$
- Η ενεργός ταχύτητα εξαρτάται τόσο από την θερμοκρασία όσο και από την γραμμομορι μάζα του αερίου δηλαδή δύο διαφορετικές ποσότητες δύο διαφορετικών αερίων στην ίδι θερμοκρασία **δεν** έχουν την ίδια ενεργό ταχύτητα, το αέριο που έχει την μεγαλύτερη γραμμομοριακή μάζα έχει την μικρότερη ενεργό ταχύτητα.