ΚΙΝΗΣΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

ΘΕΜΑΤΑ Α

Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες:

Α1. Στη μεταφορική κίνηση:
α. Όλα τα σημεία του στερεού έχουν την ίδια ταχύτητα.
β. Το κέντρο μάζας του σώματος διαγράφει ευθεία τροχιά.
γ. Κάθε ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δυο τυχαία σημεία του σώματος μετατοπίζεται παράλληλα στον εαυτό του.
δ. Δεν υπάρχει σημείο που να έχει μηδενική ταχύτητα.
ε. Το κέντρο μάζας μπορεί να διαγράφει κυκλική τροχιά.

Α2. Στη στροφική κίνηση
α. Ο άξονας περιστροφής έχει ίδια γωνιακή ταχύτητα με το σώμα.
β. Το σώμα αλλάζει προσανατολισμό.
γ. Ο ρυθμός μεταβολής γωνιακής θέσης μετριέται σε rad/s^2.
δ. Όλα τα σημεία του σώματος που κινούνται έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.
ε. Ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας μετριέται σε rad/s^2.
στ. Στην ομαλή στροφική κίνηση η γωνιακή ταχύτητα αυξάνεται με σταθερό ρυθμό.
ζ. Η γραμμική και η γωνιακή ταχύτητα κάθε σημείου συνδέονται με τη σχέση $\upsilon=\omega r$.
η. ¨Ολα τα σημεία έχουν την ίδια κεντρομόλο επιτάχυνση.
θ. Η γωνιακή επιτάχυνση έχει την κατεύθυνση του $d\vec{\omega}$ μόνο στην επιταχυνόμενη κίνηση.
ι. Τα $\vec{\omega}$ και $\vec{\alpha}_{\gamma\nu}$ έχουν αντίθετες κατευθύνσεις στην επιβραδυνόμενη κίνηση.

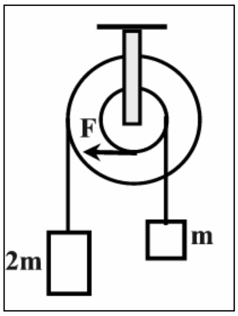
Α3. Στην κύλιση χωρίς ολίσθηση ενός τροχού
α. Το σώμα μετακινείται στο χώρο αλλά δεν αλλάζει προσανατολισμό.
β. Η ταχύτητα κάθε σημείου είναι η συνισταμένη της μεταφορικής ταχύτητας $\vec{\upsilon}_{cm}$ και της ταχύτητας λόγω στροφικής κίνησης $\vec{\omega}\vec{r}$.
γ. Δεν υπάρχει σημείο που να κάνει μόνο μεταφορική κίνηση.
δ. Η μετατόπιση του CM κατά dx σε χρόνο dt είναι ίση με το τόξο που έχει διαγράψει ένα σημείο της περιφέρειας του τροχού.
ε. Ισχύουν οι σχέσεις $\upsilon_{cm}=\omega R$ και $\alpha_{cm}=\alpha_{\gamma\nu}R$
στ. Δεν υπάρχει σημείο που να έχει κάποια στιγμή μηδενική ταχύτητα.
ζ. Κάθε σημείο που απέχει κάποια στιγμή απόσταση 2R από το έδαφος έχει ταχύτητα $2\upsilon_{cm}$.
η. Το CM κινείται όπως ένα υλικό σημείο που θα είχε όλη τη μάζα του τροχού αν σε αυτό ασκούνταν όλες οι δυνάμεις που ασκούνται και στον τροχό.

Α4. Η ροπή δύναμης:
α. Είναι διανυσματικό μέγεθος.
β. Έχει μέτρο ίσο με το πηλίκο του μέτρου της δύναμης δια την κάθετη απόσταση της δύναμης από τον άξονα περιστροφής.
γ. Μετριέται σε Nm^2.
δ. Έχει αρνητική αλγεβρική τιμή όταν τείνει να περιστρέψει το σώμα στη φορά των δεικτών του ρολογιού.
ε. Αν η δύναμη F δε βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής η ροπή της ισοδυναμεί με τη ροπή μια συνιστώσας της που βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα.

στ. Αν δεν υπάρχει σταθερός άξονας περιστροφής χρησιμοποιείται η έννοια της ροπής δύναμης ως προς σημείο.
ζ. Περιγράφει την ικανότητα μιας δύναμης να μετακινεί ένα σώμα.
η. Η συνολική τιμή της είναι το αλγεβρικό άθροισμα όλων των ροπών που ασκούνται στο σώμα ως προς τον ίδιο άξονα.

Α5. Το ζεύγος δυνάμεων:
α. Αποτελείται από δύο δυνάμεις με ίσα μέτρα, παράλληλες διευθύνσεις και αντίθετες φορές.
β. Έχει ροπή που είναι ανεξάρτητη από τη θέση του άξονα περιστροφής.
γ. Έχει μέτρο ίσο με $F \cdot d$, όπου d η απόσταση των φορέων των δύο δυνάμεων του ζεύγους.
δ. Μπορεί να έχει και μηδενική ροπή.
ε. Εμφανίζεται στην περίπτωση στροφής του τιμονιού του αυτοκινήτου με τα δύο χέρια.
στ. Εξηγεί γιατί τα μεγάλα οχήματα έχουν και τιμόνια μεγάλης ακτίνας.

Α6. Στην ισορροπία ενός στερεού σώματος:
α. Αν το σώμα έχει σταθερό άξονα πρέπει η συνισταμένη των ροπών ως προς τον άξονα αυτό να είναι μηδέν.



β. Αν το σώμα είναι ελεύθερο θα πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς κάθε σημείο να είναι μηδέν.
γ. Ισχύουν οι σχέσεις $\Sigma F=0$ και $\Sigma\vec{\tau}=0$
δ. Ισχύουν οι σχέσεις $\Sigma\vec{F}=0$ και $\Sigma\vec{\tau}=0$
ε. Ισχύουν οι σχέσεις $\Sigma F_x=0$ $\Sigma F_y=0$ και $\Sigma\vec{\tau}=0$
στ. Στο σχήμα ο μικρός δίσκος έχει ακτίνα R και ο μεγάλος 2R. Για να ισορροπεί το σύστημα του σχήματος θα πρέπει η δύναμη F να έχει μέτρο 3mg.

Α7. Η ροπή αδράνειας
α. Είναι διανυσματικό μέγεθος.
β. Μετριέται σε $kg \cdot m$.
γ. Εξαρτάται και από τη θέση του άξονα περιστροφής.
δ. Είναι ίδια για μια συμπαγή και μια κοίλη σφαίρα ίδιας μάζας και ακτίνας ως προς τον ίδιο άξονα.
ε. Έχει τη μικρότερη τιμή της όταν ο άξονας διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος.
στ. Ισούται με mR^2 για ένα ομογενή δακτύλιο μάζας m ακτίνας R ως προς κάθε άξονα περιστροφής του, με όλη τη μάζα συγκεντρωμένη στην περιφέρεια.
ζ. Είναι μεγαλύτερη για ένα σώμα που έχει τη μάζα του κατανεμημένη μακριά από τον άξονα περιστροφής του.
η. Στο θεώρημα Steiner οι άξονες πρέπει να είναι παράλληλοι.
θ. Ομογενής δακτύλιος μάζας m και ακτίνας R και ομογενής δίσκος μάζας 2m και ακτίνας R έχουν ίδια ροπή αδράνειας, ως προς τον κύριο άξονα.
ι. Εκφράζει την αδράνεια του σώματος στη στροφική κίνηση.

Α8. Σύμφωνα με το θεμελιώδη νόμο για τη στροφική κίνηση:
α. Ισχύει η σχέση $\Sigma\tau=I \cdot \alpha_{\gamma\nu}$
β. Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών και η ροπή αδράνειας έχουν υπολογιστεί ως προς τον ίδιο άξονα.
γ. Αν είναι $\Sigma\tau=0$ το σώμα δεν περιστρέφεται.
δ. Ισχύει και στις σύνθετες κινήσεις χωρίς προϋποθέσεις.

ε. Ισχύει και στις σύνθετες κινήσεις αρκεί ο άξονας να διέρχεται από το CM να είναι άξονας συμμετρίας και να μην αλλάζει κατεύθυνση.

στ. Αν είναι η $\Sigma\tau=0$ τότε θα πρέπει και $\Sigma\vec{F}=0$.
ζ. Αν διπλασιαστεί η Στ, τότε θα διπλασιαστεί και η ροπή αδράνειας.
η. Αν υποδιπλασιαστεί η ροπή αδράνειας με σταθερή τη Στ, τότε θα διπλασιαστεί η $\alpha_{\gamma\nu}$.

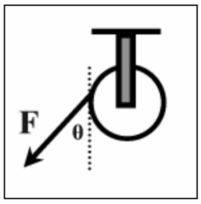
Α9. Η στροφορμή:
α. ενός υλικού σημείου που κάνει κυκλική κίνηση ακτίνας r, έχει μέτρο L=mur και διεύθυνση αυτή του άξονα περιστροφής.
β. μετριέται σε kgm^2/s.
γ. έχει ρυθμό μεταβολής που ισούται με τη δύναμη που δέχεται το σώμα.
δ. ενός στερεού σώματος ισούται με $I\cdot\omega$
ε. είναι διανυσματικό μέγεθος.
στ. λέγεται και spin όταν σχετίζεται με τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας.
ζ. spin των ηλεκτρονίων είναι $\hbar/2$.
η. συστήματος σωμάτων είναι το διανυσματικό άθροισμα των στροφορμών των σωμάτων.
θ. έχει φορά που δίνεται από τον κανόνα του αριστερού χεριού.
ι . της γης είναι δύο ειδών, spin για την περιστρροφή της γύρω από τον Ήλιο και στροφορμή για την περιστροφή της γύρω από τον άξονά της.

Α10. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες:
α. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ενός στερεού ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που δρουν στο σώμα.
β. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ενός συστήματος σωμάτων ισούται με τη συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που δουν στο σώμα.
γ. Η ολική ροπή των εσωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν.
δ. Αν η συνισταμένη ροπή που ασκείται σε ένα σώμα είναι μηδέν η στροφορμή του σώματος παραμένει σταθερή.
ε. Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή επειδή ο φορέας της ελκτικής δύναμης από τον ήλιο διέρχεται από το κέντρο μάζας της.
στ. Αν η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν τότε η στροφορμή του συστήματος είναι μηδέν.
η. Όταν τα αστέρια συρρικνώνονται η στροφορμή τους αυξάνεται.
θ. Όταν ο ακροβάτης θέλει να αυξήσει τη γωνιακή του ταχύτητα συμπτύσσει τα χέρια και τα πόδια του.
ι. Αν η αθλήτρια του πατινάζ ανοίξει τα χέρια της η ροπή αδράνειας αυξάνεται και η στροφορμή μειώνεται.
κ. Σε ένα σώμα που δεν δέχεται εξωτερικές ροπές, η ανακατανομή μάζας οδηγεί σε μεταβολή της γωνιακής του ταχύτητας.

Α11. Η κινητική ενέργεια περιστροφής:
α. ισούται με $I\omega^2/2$.
β. αυξάνεται αν το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών είναι θετικό.
γ. είναι σταθερή, αν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν.
δ. μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό αν το σώμα δέχεται σταθερή ροπή.
ε. ισούται με $\frac{I\omega^2}{2}+\frac{m\upsilon_{cm}{}^2}{2}$ όταν το σώμα κάνει σύνθετη κίνηση.
στ. είναι μονόμετρο μέγεθος και μετριέται σε Joule.

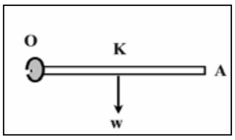
ζ. του ομογενούς δίσκου είναι μεγαλύτερη από αυτή ενός ομογενούς δακτυλίου ίσης μάζας και ακτίνας που κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν με ίδια γωνιακή ταχύτητα.

Α12. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες:
α. Το έργο μιας δύναμης που στρέφει ένα σώμα κατά γωνία θ εκφράζεται σε συνάρτηση με τη ροπή της δύναμης ως το γινόμενο: $W = r \cdot \theta$
β. Το αλγεβρικό άθροισμα των έργων όλων των δυνάμεων ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος.
γ. Το αλγεβρικό άθροισμα των έργων όλων των ροπών ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος.



δ. Ο ρυθμός παραγωγής έργου μιας δύναμης που στρέφει ένα σώμα είναι $P = r \cdot \omega^2$.
ε. Μια σταθερή ροπή που στρέφει ένα σώμα γύρω από σταθερό άξονα κάνει το ίδιο έργο σε κάθε περιστροφή.
στ. Ο ρυθμός παραγωγής έργου μιας σταθερής ροπής είναι μηδέν.
ζ. Ο ρυθμός παραγωγής έργου μιας σταθερής ροπής είναι ανάλογος του χρόνου t.
η. Αν στο διπλανό σχήμα η γωνία είναι $\theta = 60^0$ η στιγμιαία ισχύς της δύναμης F θα είναι $FR\omega/2$ και το έργο της για μια περιστροφή ίσο με $FR\pi$.

Α13. Αφήνουμε έναν ομογενή κύλινδρο να κατέβει ένα κεκλιμένο επίπεδο. Δέχεται μόνο τη δύναμη του βάρους και τη δύναμη από το επίπεδο.
α. Για να κυλίεται θα πρέπει να υπάρχουν τριβές.
β. Το βάρος του είναι υπεύθυνο για τη γωνιακή του επιτάχυνση.
γ. Θα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει για κάθε τιμή του συντελεστή στατικής τριβής.
δ. Είναι αδύνατο να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα υ_{cm}.
ε. Καθώς κατεβαίνει η στροφορμή του διατηρείται σταθερή.
στ. Η στροφορμή του αυξάνεται με σταθερό ρυθμό.
ζ. Η κινητική του ενέργεια αυξάνεται με σταθερό ρυθμό.
η. Η επιτάχυνση του cm εξαρτάται από την ακτίνα του.
θ. Ισχύει η σχέση $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\nu} R$, αν κάνει σύνθετη κίνηση.

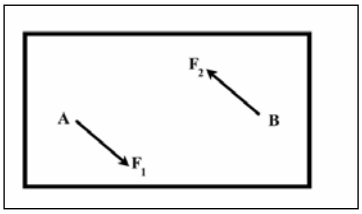


Α14. Η ομογενής ράβδος του σχήματος περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα Ο με την επίδραση του βάρους της, χωρίς τριβές.
α. Η ροπή αδράνειας ως προς το Ο είναι $ML^2/3$ αν ως προς το CM είναι $ML^2/12$.
β. Η γωνιακή επιτάχυνση είναι σταθερή.
γ. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής μειώνεται καθώς διαγράφει γωνία από 0 σε 90^0.
δ. Όταν περνάει από την κατακόρυφη θέση έχει μέγιστη γωνιακή ταχύτητα και μηδενική γωνιακή επιτάχυνση.
ε. Όταν περνάει από την κατακόρυφη θέση η δύναμη που δέχεται από τον άξονα Ο είναι ίση με το βάρος της.
στ. Τη στιγμή που ξεκινάει χωρίς αρχική ταχύτητα έχει μέγιστη επιτάχυνση.
ζ. Η γωνιακή ταχύτητα θα μηδενιστεί στη συμμετρική οριζόντια θέση.
η. Μέχρι την κατακόρυφη θέση το έργο της ροπής που δέχεται είναι MgL/2.
θ. Τη στιγμή που θα έχει διαγράψει γωνία 120^0 ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας θα είναι αρνητικός.
ι. Στην κατακόρυφη θέση ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι θετικός.

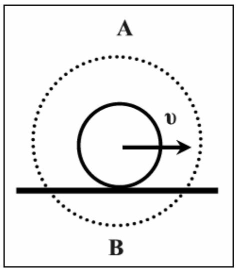
ΘΕΜΑΤΑ Β

Β1. Σε ένα ρολόι θέλουμε το άκρο του ωροδείκτη και το άκρο του λεπτοδείκτη να έχουν την ίδια ταχύτητα λόγω περιστροφής (γραμμική ταχύτητα). Αν συμβολίσουμε με l_1 το μήκος του ωροδείκτη και με l_2 το μήκος του λεπτοδείκτη, τότε για το λόγο των μηκών ισχύει :

α. $l_1/l_2=12$ β. $l_1/l_2=1/12$, γ. $l_1/l_2=1$



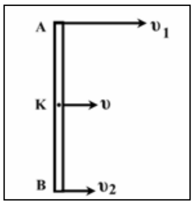
Β2. Στο διπλανό σχήμα ασκείται ένα ζεύγος δυνάμεων στην ορθογώνια πλάκα. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές ή λανθασμένες και γιατί;
α. Αν μετακινήσουμε τις δυνάμεις παράλληλα με τον εαυτό τους χωρίς να αλλάξουμε τη μεταξύ τους απόσταση, η ροπή ζεύγους θα μείνει σταθερή.
β. Αν αντιστρέψουμε τη φορά των δυνάμεων η ροπή του ζεύγους θα μείνει σταθερή.
γ. Αν διπλασιάσουμε την απόσταση των δυνάμεων η ροπή ζεύγους θα τετραπλασιαστεί
δ. Είναι αδύνατον να υπολογίσουμε τη ροπή ζεύγους χωρίς να ορίσουμε άξονα περιστροφής.



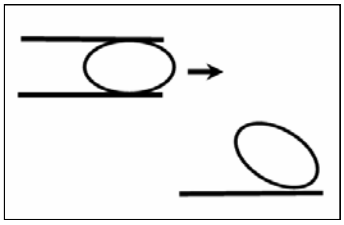
Β3. Καρούλι με εσωτερική ακτίνα R και εξωτερική 2R κυλίεται χωρίς ολίσθηση πάνω σε μια οριζόντια ράγα με την εσωτερική του επιφάνεια να εφάπτεται στη ράγα, όπως στο σχήμα. Αν $υ_A$ είναι το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου (Α) και $υ_B$ το μέτρο του κατώτερου σημείου Β, τότε ισχύει:

α. $\frac{υ_B}{υ_A}=0$ β. $\frac{υ_B}{υ_A}=3$ **γ.** $\frac{υ_B}{υ_A}=\frac{1}{3}$

Β4. Αυτοκίνητο επιβραδύνεται κινούμενο προς το Βορρά. Η γωνιακή ταχύτητα και επιτάχυνση:
α. Έχουν αντίθετες κατευθύνσεις με την $\vec{α}_{γν}$ να έχει ανατολική κατεύθυνση.
β. Κατευθύνονται και οι δύο προς το νότο.
γ. Έχουν αντίθετες κατευθύνσεις με την επιτάχυνση να έχει δυτική κατεύθυνση.
δ. Έχουν αντίθετες κατευθύνσεις με την επιτάχυνση να έχει βόρεια κατεύθυνση.

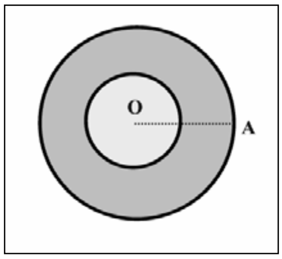


Β5. Η ράβδος του σχήματος είναι ομογενής μάζας m=3kg και μήκους AB=L=2m. Η ροπή αδράνειας ως προς το κέντρο μάζας Κ είναι $I=mL^2/12$. Τα σημεία Α και Β έχουν σταθερές ταχύτητες $υ_1$=8m/s και $υ_2$=2m/s. Να βρείτε τη σωστή απάντηση στις ερωτήσεις που ακολουθούν:
Α. Η ράβδος κάνει κίνηση:
α) Μεταφορική, β) Περιστροφική γ) Σύνθετη
Β. Η γωνιακή ταχύτητα είναι: **α)** 3rad/s β) 2,5rad/s γ) 5rad/s
Γ) Η κινητική ενέργεια είναι: α) 4,5J β) 37,5J **γ) 42 J**



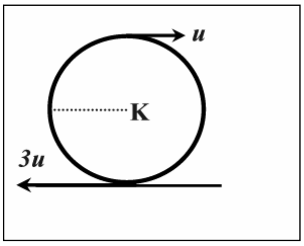
Β6. Αν το βλήμα όταν βγεί από την κάνη του κανονιού δέχεται μόνο τη δύναμη του βάρους του είναι δυνατόν να προσγειωθεί με τον τρόπο που φαίνεται στο σχήμα;

Β7. Ο ομογενής δίσκος ακτίνας R και μάζας M του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και περνά από το κέντρο του. Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I=MR^2/2$ και επιπλέον γνωρίζουμε ότι η μάζα ενός τμήματος του δίσκου είναι ανάλογη της επιφάνειας που καλύπτει, δηλαδή M/R^2=σταθερό. Αφαιρούμε ένα κυκλικό δίσκο ακτίνας R/2 .
Η ροπή αδράνειας του δακτυλίου που σχηματίστηκε είναι:



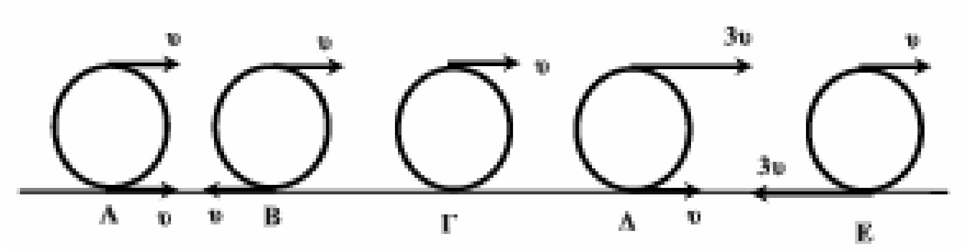
α. $MR^2/8$ β. $7MR^2/6$ **γ.** $15MR^2/32$

Β8. Ο κύλινδρος του σχήματος έχει $I=mR^2/2$ και ως θετική θεωρείται η κατεύθυνση προς τα δεξιά.
I. Ο κύλινδρος:



α. Μεταφέρεται χωρίς να περιστρέφεται
β. Περιστρέφεται χωρίς να μεταφέρεται
γ. Κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει
δ. Μεταφέρεται και περιστρέφεται
I. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι:
α. $\upsilon_K=\upsilon$ **β.** $\upsilon_K=-\upsilon$ γ. $\upsilon_K=2\upsilon$
III. Η Κινητική ενέργεια του κυλίνδρου είναι: α. $m\upsilon^2/2$ **β**. $3m\upsilon^2/2$ γ. $3m\upsilon^2/4$

Β9. Ένας ομογενής τροχός κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με πέντε διαφορετικούς τρόπους. Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το O είναι $I=mR^2/2$. Να αντιστοιχήσετε τις παραπάνω κινήσεις με τις κινητικές ενέργειες που δίνονται από κάτω.

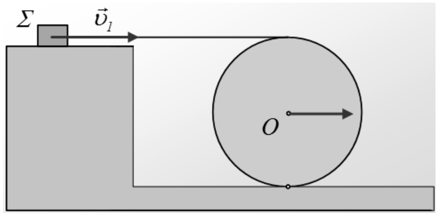


1. $K=3m\upsilon^2/16$ 2. $K=m\upsilon^2/4$ 3. $K=m\upsilon^2/2$ 4. $K=3m\upsilon^2/2$ 5. $K= 9m\upsilon^2/4$

Β10. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένας τροχός που κινείται. Σε ποια ή ποιες περιπτώσεις ο τροχός:

i) εκτελεί μόνο στροφική κίνηση;
ii) κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει;
iii) μεταφέρεται χωρίς να στρέφεται.
iv) εκτελεί σύνθετη κίνηση.
v) στρέφεται αλλά και ολισθαίνει
vi) σπινάρει.

B11. Στο σχήμα γύρω από έναν τροχό, ακτίνας R, ο οποίος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο, έχουμε τυλίξει ένα νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου έχουμε δέσει ένα σώμα Σ. Το νήμα που συνδέει τον τροχό με το σώμα Σ είναι οριζόντιο. Σε μια στιγμή το σώμα Σ έχει ταχύτητα $υ_1$ και επιτάχυνση $α_1$.



i) Η ταχύτητα του άξονα του τροχού, που περνά από το κέντρο του O, είναι:

α) ½ $υ_1$, β) $υ_1$, γ) $2υ_1$.

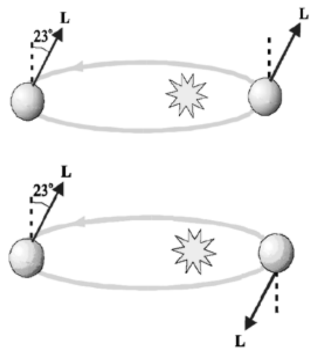
ii) Ο τροχός έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου:

α) $α_{γν}=0$, **β)** $α_{γν}= ½\, α_1/R$, γ) $α_{γν}= α_1/R$.

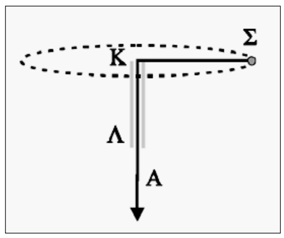
B12. Μια μπάλα κυλάει χωρίς να ολισθαίνει πάνω σ’ ένα τραπέζι και κάποια στιγμή πέφτει από αυτό. Θεωρούμε ότι η μόνη δύναμη που δέχεται η μπάλα, στο κενό, είναι το βάρος της. Κατά τη διάρκεια της πτώσης της:

α. Η στροφορμή διατηρείται σταθερή.
β. Η επιτάχυνση του CM αυξάνεται.
γ. Η κινητική ενέργεια αυξάνεται
δ. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται σταθερή.
ε. Η κινητική ενέργεια περιστροφής διατηρείται σταθερή.
Ποιες προτάσεις είναι σωστές;

B13. Τα παρακάτω σχήματα δείχνουν τη στροφορμή της Γης, λόγω της περιστροφής της γύρω από τον εαυτό της (spin) σε δύο θέσεις, στο περιήλιο (μικρότερη απόσταση από τον Ήλιο) και στο αφήλιο (μεγαλύτερη απόσταση από τον Ήλιο) της τροχιάς της γύρω από τον Ήλιο. Ποιο σχήμα είναι σωστό;



B14. Το σφαιρίδιο Σ του σχήματος μάζας m διαγράφει κυκλική τροχιά με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, $ω_1$, ακτίνας R. Το σκοινί στο οποίο είναι δεμένο το σφαιρίδιο περνάει από κατακόρυφο σωλήνα ΚΛ. Ασκώντας κατάλληλη δύναμη στο ελεύθερο άκρο Α του σκοινιού μειώνουμε την ακτίνα περιστροφής του σφαιριδίου στη μισή της αρχικής.



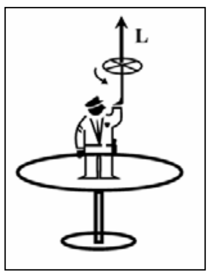
Ι. Το σφαιρίδιο θα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα:

α) $ω_2=4ω_1$ β) $ω_2=2ω_1$ γ) $ω_2=ω_1$ δ) $ω_2=ω_1/2$

ΙΙ. Το έργο της δύναμης που ασκήσαμε θα είναι:

α) $mω_1^2R^2$ β) $mω_1^2R^2/2$ γ) $2mω_1^2R^2$ **δ)** $3mω_1^2R^2/2$

B15. Στο σχήμα φαίνεται ένα άντρας που βρίσκεται πάνω σε ένα τραπέζι και κρατά ένα τροχό με τη βοήθεια του κατακόρυφου άξονά του. Το τραπέζι μπορεί να στρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα, χωρίς τριβές, αλλά είναι αρχικά ακίνητο. Ο άντρας μένει πάντα ακίνητος ως προς το τραπέζι. Ο τροχός ήδη περιστρέφεται και έχει στροφορμή αλγεβρικής τιμής L, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο άντρας στρέφει τον άξονα του τροχού κατά 180^0. Τότε η στροφορμή του συστήματος τραπέζι άνθρωπος θα γίνει:

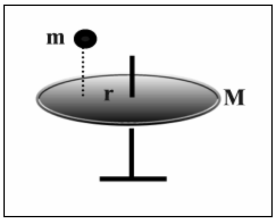


α. −2L β. −L **γ.** 2L δ) L

B16. Ένας αστέρας με ροπή αδράνειας $I=2mR^2/5$ περιστρέφεται με κινητική ενέργεια K. Αν λόγω συρρίκνωσης η ακτίνα του υποδιπλασιαστεί χωρίς να χάσει μάζα τότε η κινητική του ενέργεια γίνεται:

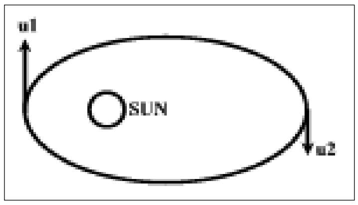
α. 2K, **β.** 4K γ. 16K

B17. Ο δίσκος του σχήματος έχει μάζα M, ακτίνα R και ροπή αδράνειας $I=MR^2/2$ και περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα με σταθερή κινητική ενέργεια K_1. Πέφτει και κολλάει στο δίσκο σημειακή μάζα $m=M/2$, σε απόσταση, $r=R/2$ από τον άξονα περιστροφής, οπότε το σύστημα περιστρέφεται πλέον με κινητική ενέργεια K_2. Ο λόγος K_1/K_2 είναι :



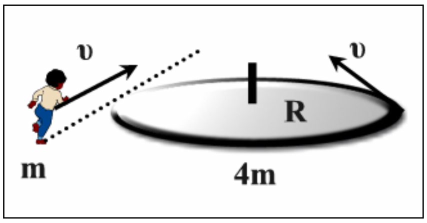
α. 5/8 **β.** 5/2 γ. 9/8 δ. 1/2

B18. Κατά την ετήσια περιφορά της γης γύρω από τον ήλιο όταν η γη βρίσκεται στο περιήλιο έχει ταχύτητα $υ_1$ και απόσταση από τον ήλιο R_1, ενώ όταν βρίσκεται στο αφήλιο οι αντίστοιχες τιμές είναι $υ_2$ και $R_2=4R_1$. Τότε ο λόγος των κινητικών ενεργειών είναι K_1/K_2



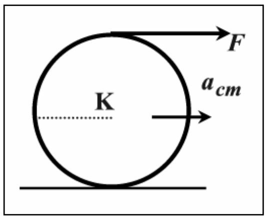
α.16 β. 8 γ. 4 δ. 2

B.19 Ο κυκλικός δίσκος του σχήματος έχει μάζα M=4m, ακτίνα R, ροπή αδράνειας $I=MR^2/2$ και περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Κάθε σημείο της περιφέρειάς του έχει ταχύτητα μέτρου υ. Ο δίσκος δεν δέχεται εξωτερικές ροπές. Το παιδάκι μάζας, m, τρέχει σε αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου υ και ενσωματώνεται στο δίσκο. Ο φορέας της ταχύτητας του παιδιού εφάπτεται της περιφέρειας του δίσκου όπως φαίνεται και στο σχήμα. Το παιδί θεωρείται ως υλικό σημείο. Η απώλεια κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω της πλαστικής κρούσης είναι, E:



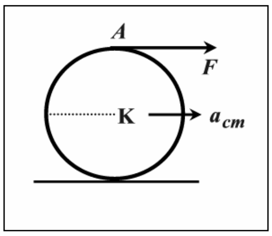
α. E=0 β. $E=mυ^2$ γ. $E=mυ^2/3$ **δ.** $E=4mυ^2/3$

B20. Σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο με σταθερή επιτάχυνση δεχόμενη τη δύναμη που φαίνεται στο σχήμα. Αν ξαφνικά η δύναμη F καταργηθεί, τότε η σφαίρα:



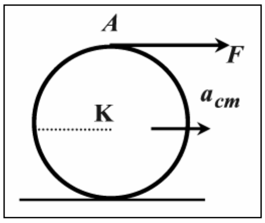
α. Θα συνεχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα.
β. Θα συνεχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει επιβραδυνόμενα .
γ. Θα κάνει μόνο ομαλή μεταφορική κίνηση.
δ. Θα κάνει επιβραδυνόμενη μεταφορική κίνηση.

B21. Μια στεφάνη μάζας m ακτίνας R με όλη τη μάζα συγκεντρωμένη στην περιφέρεια έχει τυλιγμένο νήμα στο οποίο ασκείται δύναμη F και το ξετυλίγει ενώ αυτή βρίσκεται αρχικά ακίνητη πάνω σε **λείο** επίπεδο.
I. Να ελέγξετε αν η στεφάνη κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
II. Για οριζόντια μετατόπιση του σημείου A κατά d, η μεταφορική κινητική ενέργεια $K_μ$ και η αντίστοιχη περιστροφική $K_π$ του κυλίνδρου είναι :



α. $K_μ=K_π=$ ½ Fd β. $K_μ=K_π=Fd$ γ. $K_μ=Fd$, $K_π=$ ½Fd δ. $K_μ=$ ½Fd, $K_π=Fd$

B22. Ο ομογενής κύλινδρος ($I= ½ mR^2$) έχει τυλιγμένο νήμα στο οποίο εμείς ασκούμε δύναμη F στο σημείο και αυτός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



I. Θα ήταν δυνατό να κάνει κύλιση χωρίς ολίσθηση σε λείο έδαφος;

II. Αν το CM του κυλίνδρου μετατοπιστεί κατά Δx τότε το έργο της F είναι:

α. F·Δx **β.** F·2Δx γ. F·4Δx δ. 0

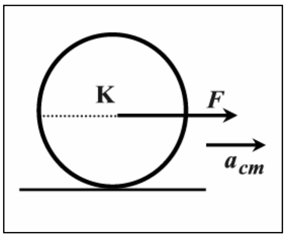
III. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου είναι :

α. $F·υ_{cm}$ **β.** $2F·υ_{cm}$, γ. μηδέν δ. $½ F·υ_{cm}$

IV. Αν το CM του κυλίνδρου μετατοπιστεί κατά Δx τότε η μεταβολή της μεταφορικής κινητικής ενέργεια του κυλίνδρου θα είναι

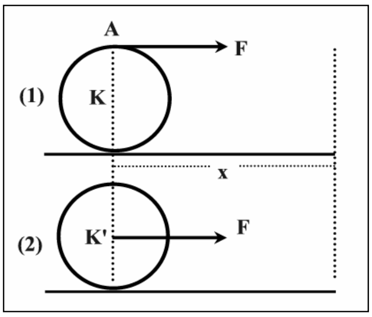
α. $ΔK_μ=2FΔx$ β. $ΔK_μ= 2FΔx/3$ **γ.** $ΔK_μ= 4FΔx/3$ δ. $ΔK_μ= FΔx/2$

B23. Κοίλη σφαίρα με $I_{cm}=2mR^2/3$ είναι ακίνητος πάνω στο οριζόντιο έδαφος. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και εδάφους είναι μ. Ασκούμε οριζόντια σταθερή δύναμη F της οποίας ο φορέας διέρχεται από το κέντρο όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει αν η τιμή της δύναμης F είναι:



α. F>μmg β. F<μmg **γ.** F<2,5μmg δ. F>3μmg

B24. Στους δύο αυτούς όμοιους τροχούς ($I= ½ mR^2$) που αρχικά είναι ακίνητοι ασκούνται οι ίδιες δυνάμεις για ίδια μετατόπιση Δx=1m του CM με τον τρόπο που φαίνεται στο σχήμα. Οι τροχοί κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν.



I. Ποιος τροχός αποκτάει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια;

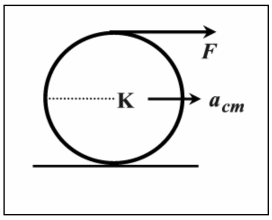
α. ο (1), β. ο (2), γ. αποκτούν την ίδια.

II. Σε μια στιγμή που η κινητική ενέργεια του τροχού (2) αυξάνεται με ρυθμός 4J/s, η κινητική ενέργεια του A αυξάνεται με ρυθμό :

α. 1J/s β. 2J/s γ. 4J/s **δ. 8J/s**

III. Να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις της ισχύος της κάθε δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο, t.

B25. Δύο κύλινδροι ίδια μάζας, ίδιας ακτίνας και ίδιας ροπής αδράνειας $I = ½ mR^2$, τυλίγονται με νήμα και τοποθετούνται πάνω σε διαφορετικά οριζόντια επίπεδα. Ο (1) σε λείο και ο (2) σε τραχύ ώστε να μπορεί να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Αν ασκήσουμε ίδια δύναμη F και μέχρι να ξετυλιχτεί νήμα ίδιου μήκους L.



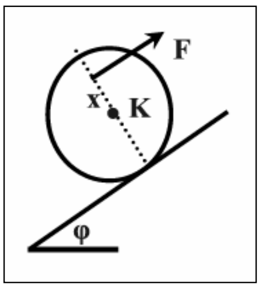
I. Οι μετατοπίσεις $Δx_1$ και $Δx_2$ των κέντρων μάζας του κάθε κυλίνδρου θα έχουν τη σχέση:

α) $Δx_1=Δx_2$ β) $Δx_1=2Δx_2$ **γ)** $Δx_2=2Δx_1$ δ) $Δx_1=4Δx_2$

II. Οι κινητικές ενέργειες K_A και K_B των δύο κυλίνδρων θα συνδέονται με τις σχέσεις:

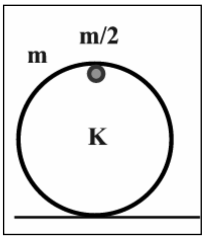
α. $K_1=K_2$ β. $K_1=0,50K_2$ γ. $K_1=1,25K_2$ **δ.** $K_1=0,75K_2$

B26. Στον κύλινδρο του σχήματος ($I=½mR^2$) η δύναμη F είναι κατά μέτρο διπλάσια του βάρους mg και η γωνία φ έχει ημφ=0,5. Αν το επίπεδο είναι τελείως λείο, σε πόση απόσταση x πρέπει να ασκηθεί η δύναμη ώστε ο κύλινδρος να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει;



α. R β. 2R/5 γ. R/5 **δ.** 3R/8

B27. Λεπτή κυλινδρική επιφάνεια μάζας m ακτίνας R θεωρείται ότι έχει όλη της τη μάζα κατανεμημένη ομοιόμορφα στην περιφέρεια. Στην εσωτερική της επιφάνεια έχει προσκολληθεί σημειακή μάζα m/2. Αρχικά ο κύλινδρος κρατιέται ακίνητος πάνω σε οριζόντιο επίπεδο έτσι ώστε η σημειακή μάζα να βρίσκεται στο ανώτερο σημείο του. Κάποια στιγμή αφήνουμε τον κύλινδρο να κινηθεί ελεύθερα. Αν ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο επίπεδο, τότε η γωνιακή του ταχύτητα, όταν η μάζα m/2 θα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της θα είναι:



α. $\sqrt{g/R}$ **β.** $\sqrt{2g/3R}$ γ. $2\sqrt{g/R}$

B28. Κυκλικός δίσκος (1) (I_1= 1/2 mR^2) και κυκλικός δακτύλιος (2) ($I_2=mR^2$) έχουν ίδια μάζα και ίδια ακτίνα, είναι στερεά ομογενή σώματα και μπορούν να στρέφονται γύρω από τον ίδιο σταθερό κύριο άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους και είναι κάθετος σε αυτά. Τη στιγμή t=0 είναι και τα δύο ακίνητα και δέχονται δυνάμεις ίσου μέτρου που είναι εφαπτόμενες στην περιφέρειά τους. Σε χρονική στιγμή t θα έχουν αποκτήσει στροφορμές L_1, L_2 και κινητικές ενέργειες K_1, K_2. Ισχύει:

I. α. $L_1=L_2$ β. $L_1=2L_2$ γ. $L_2=2L_1$

II. α. $K_1=K_2$ **β.** $K_1=2K_2$ γ. $K_2=2K_2$

B29. Δύο όμοιες σφαίρες ($I=2mR^2/5$) κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν ταχύτητα $υ_0$ σε οριζόντιο επίπεδο. Ξαφνικά συναντούν η κάθε μια από ένα κεκλιμένο επίπεδο ίδιας γωνίας κλίσης θ και αρχίζουν να το ανεβαίνουν. Η Α σφαίρα ανεβαίνει σε τελείως λείο επίπεδο, ενώ η Β σφαίρα σε επίπεδο τραχύ ώστε να συνεχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
Ι. Ποια σφαίρα φτάνει πιο ψηλά; α) η Α **β) η Β** γ. Καμιά
ΙΙ. Ποια σφαίρα φτάνει στο μέγιστο ύψος της πιο γρήγορα ; **α) η Α** β) η Β γ. Καμιά

B30. Κύλινδρος (I= ½mR^2) κατεβαίνει κεκλιμένο επίπεδο κυλιόμενος χωρίς να ολισθαίνει. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές και ποιες λανθασμένες.
α. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση $υ_{cm}=α_{cm}t$.
β. Η τριβή που ασκείται είναι T=mgημφ/3
γ. Το έργο της τριβής είναι αρνητικό.
δ. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται σταθερή
ε. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής είναι σταθερός
στ. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι σταθερός.

B31. Ένας κύβος (κ) μάζας m και μια σφαίρα (σ) μάζας m και ακτίνας R αφήνονται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος δύο κεκλιμένων επιπέδων ίδιας γωνίας κλίσης, φ. Ο κύβος ολισθαίνει χωρίς τριβές και η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Όταν φτάνουν στη βάση των κεκλιμένων επιπέδων τα κέντρα μάζας τους έχουν διανύσει την ίδια απόσταση:
Ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες:
i. Και τα δύο επίπεδα είναι λεία
ii. Και στις δύο κινήσεις η μηχανική ενέργεια διατηρείται σταθερή
iii. Τα σώματα κατεβαίνουν με την ίδια επιτάχυνση
iv. Στη βάση του κεκλιμένου φτάνει πρώτος **α.** ο κύβος. β. Η σφαίρα
v. Για τις κινητικές τους ενέργειες ισχύει: **α.** $K_κ/K_σ=1$ β. $K_κ/K_σ=2$
vi. Για τις ταχύτητες του κέντρου μάζας τους ισχύει: **α.** $υ_κ/υ_σ=\sqrt{7/5}$ β. $υ_κ/υ_σ=\sqrt{5/2}$
Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας. Η ροπή αδράνειας της σφαίρας είναι $I_{cm}=2mR^2/5$.

Β32. Συμπαγής ομογενής σφαίρα ($I_1=2mR^2/5$) και σφαιρικός φλοιός ($I_2=2mR^2/3$) έχουν την ίδια μάζα και την ίδια ακτίνα και αφήνονται ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο κεκλιμένου επιπέδου. Τα σώματα κυλάνε χωρίς να ολισθαίνουν. Όταν φθάνουν στη βάση του κεκλιμένου να συγκριθούν:

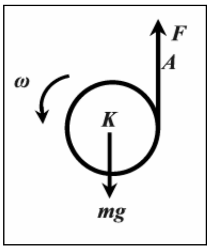
Ι. Για τις κινητικές τους ενέργειες **α. $K_1=K_2$** β. $K_1>K_2$ γ. $K_1<K_2$

β. Οι ταχύτητες του κέντρου μάζας τους α. $\upsilon_1=\upsilon_2$ **β. $\upsilon_1>\upsilon_2$** γ. $\upsilon_1<\upsilon_2$

γ. Οι επιταχύνσεις του κέντρου μάζας τους. α. $\alpha_1=\alpha_2$ **β. $\alpha_1>\alpha_2$** γ. $\alpha_1<\alpha_2$

δ. Οι χρόνοι κίνησης. α. $t_1=t_2$ β. $t_1>t_2$ **γ. $t_1<t_2$**

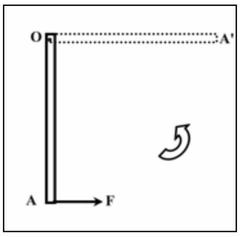
Β33. Γύρω από ομογενή κύλινδρο (γιο–γιο) είναι τυλιγμένο αβαρές σχοινί και στο ελεύθερο άκρο Α του σχοινιού ασκείται κατακόρυφη σταθερή δύναμη $F=mg/2$ με φορά προς τα πάνω. Δίνεται $I=mR^2/2$. Αν ο κύλινδρος μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά h, τότε:



Ι. Η επιτάχυνση του σημείου Α είναι: α. g β. 2g **γ. g/2**

ΙΙ. Η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου θα είναι: α. mgh β. 0,5mgh **γ. 1,5mgh**

Β34. Μια ομογενής ράβδος μήκους ΟΑ=L μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από σημείο Ο. Σε μια στιγμή t=0 και ενώ είναι κατακόρυφη και ακίνητη ασκείται στο άκρο Α δύναμη σταθερού μέτρου $F=mg/4$ που παραμένει συνεχώς κάθετη στη ράβδο



Ι. Να εξετάσετε αν η ράβδος θα φτάσει στην οριζόντια θέση.

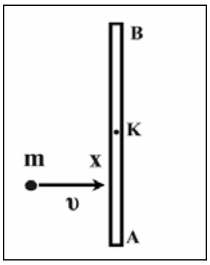
ΙΙ. Η σανίδα αποκτάει μέγιστη γωνιακή ταχύτητα όταν θα έχει διαγράψει γωνία θ ως προς την κατακόρυφο τέτοια ώστε:

α. ημθ=1, β. ημθ=$\sqrt{2}/2$ **γ.** ημθ=1/2

ΙΙΙ. Στη θέση μέγιστης γωνιακής ταχύτητας, ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας είναι:

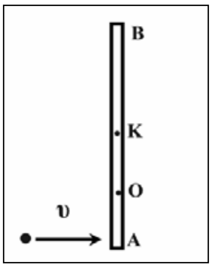
α. μέγιστος β. αρνητικός **γ.** μηδέν

Β35. Ράβδος μάζας M=2m και μήκους L με $I_{cm}=mL^2/12$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας m έρχεται με ταχύτητα, υ και διαπερνάει ακαριαία τη ράβδο σε απόσταση x=L/4 από το CM. Το βλήμα βγαίνει με ταχύτητα υ/2 και η ράβδος περιστρέφεται γύρω από το CM, K. Η κινητική ενέργεια της ράβδου μετά την κρούση είναι:



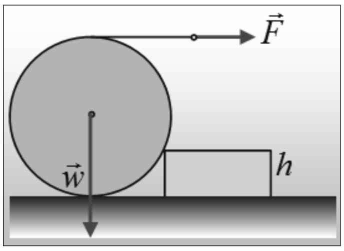
α. $7m\upsilon^2/64$ β. $m\upsilon^2/16$ γ. $3m\upsilon^2/64$

Β36. Ράβδος μάζας m, μήκους L και $I_K=mL^2/12$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας m έρχεται με ταχύτητα, υ και καρφώνεται στο άκρο Α της ράβδου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα περιστρέφεται γύρω από το νέο κέντρο μάζας του που είναι το σημείο Ο όπου ΟΚ=L/4. Η κινητική του ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι

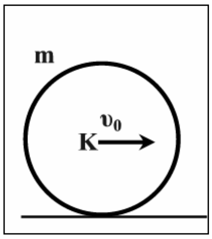


α. $m\upsilon^2/4$ β. $7m\upsilon^2/4$ **γ.** $2m\upsilon^2/5$

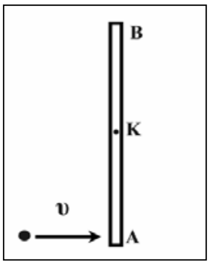
Β37. Γύρω από έναν κύλινδρο βάρους w και ακτίνας R, ο οποίος ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με σκαλοπάτι ύψους h=R/2, έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Ασκούμε στο άκρο του οριζόντιου νήματος, οριζόντια δύναμη F, μέτρου F=w/2, όπως στο σχήμα. Δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής στις επιφάνειες επαφής του κυλίνδρου με το οριζόντιο επίπεδο και το σκαλοπάτι. Ο κύλινδρος:



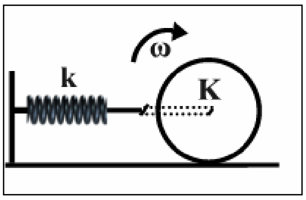
α) Ισορροπεί,
β) Περιστρέφεται χωρίς να υπερπηδά το σκαλοπάτι.
γ) Περιστρέφεται ενώ ταυτόχρονα υπερπηδά το σκαλοπάτι.



Β38. Σφαίρα ($I = 2mR^2/5$) μάζας m βάλλεται με οριζόντια ταχύτητα του κέντρου μάζας υ_0 πάνω σε οριζόντιο τραχύ επίπεδο. Το έργο της τριβής ολίσθησης μέχρι να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει είναι:
α) $-m\upsilon_0^2$ β) $-m\upsilon_0^2/5$ **γ)** $-m\upsilon_0^2/7$

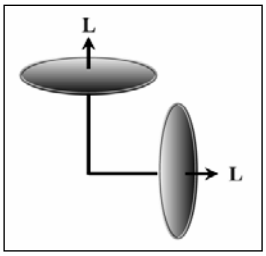


Β39. Ράβδος μάζας M=4kg, μήκους L=2m και $I_{cm}=ML^2/12$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σφαίρα μάζας m=1kg έρχεται με ταχύτητα, υ=4m/s και συγκρούεται ελαστικά στο άκρο Α. Μεταξύ της ράβδου και της σφαίρας δεν αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
α. Κατά την κρούση ισχύουν οι αρχές διατήρησης ορμής, στροφορμής και κινητικής ενέργειας
β. Μετά την κρούση η ράβδος περιστρέφεται με ω=3rad/s και η σφαίρα ακινητοποιείται.
γ. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της ράβδου είναι V=1m/s.



Β40. Ο κύλινδρος του σχήματος μάζας, m ακτίνας, R και ροπής αδράνειας $I_K=mR^2/2$ μπορεί να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Αρχικά βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του στην οποία το ελατήριο σταθεράς k έχει το φυσικό του μήκος. Απομακρύνουμε τον κύλινδρο από τη θέση ισορροπίας του και τον αφήνουμε ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t_0=0$. Το κέντρο μάζας του κυλίνδρου κάνει ΑΑΤ με σταθερά επαναφοράς
α. D=k β. D=2k γ. D=3k/2 **δ. D=2k/3**

Β41. Ο δίσκος του σχήματος στρέφεται γύρω από τον κατακόρυφο άξονα με στροφορμή σταθερού μέτρου L.

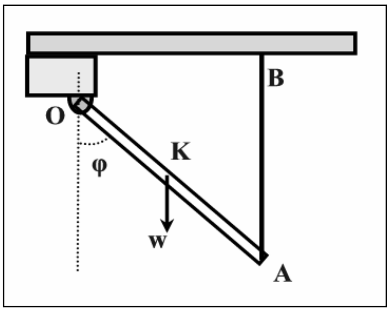


Αν στρέψουμε τον άξονα περιστροφής του κατά γωνία θ χωρίς να μεταβάλλουμε το μέτρο της στροφορμής του, τότε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής θα είναι |ΔL|. Αντιστοιχείστε |ΔL| και γωνία στροφής, θ

θ: i. 90^0 ii. 60^0 iii. 180^0 iv. 360^0

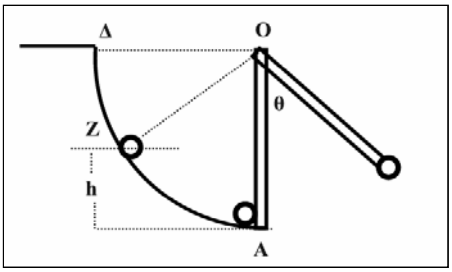
|ΔL|: α. 0 β. L γ. $L\sqrt{2}$ δ. 2L

ΘΕΜΑΤΑ Γ

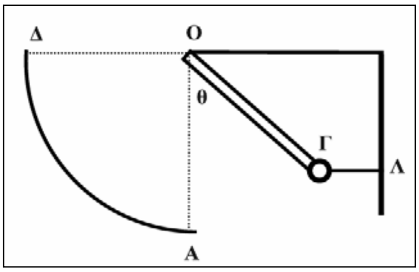


Γ1. Ομογενής ράβδος ΟΑ, μάζας m=3kg και μήκους L=1m είναι δυνατόν να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από άξονα που περνάει από το άκρο Ο και είναι κάθετος σ΄ αυτήν. Η ράβδος αρχικά ισορροπεί με τη βοήθεια του νήματος ΑΒ, σε τέτοια θέση, ώστε να σχηματίζει γωνία $\varphi=60^0$με την κατακόρυφο που περνάει από το άκρο της Ο,
α. Πόση είναι η τάση του νήματος ΑΒ;
β. Στη συνέχεια κόβουμε το νήμα και η ράβδος περιστρέφεται γύρω από το άκρο της Ο με τη βοήθεια κατάλληλης άρθρωσης. Πόση στροφορμή θα έχει η ράβδος όταν το κέντρο βάρους της περνάει από την κατώτερη θέση της τροχιάς του;
γ. Πόση είναι η επιτάχυνση του κέντρου Κ τη στιγμή που κόβεται το νήμα.
δ. Πόση είναι η δύναμη που ασκεί ο άξονας περιστροφής στη ράβδο στο σημείο Ο, τη στιγμή που αυτή περνάει από την κατακόρυφη θέση;
ε. Πόση γωνία θα σχηματίζει η ράβδος με την κατακόρυφο που περνάει από το σημείο, Ο τη χρονική στιγμή που θα σταματήσει στιγμιαία;
Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το άκρο της και είναι κάθετος σ' αυτήν $I_O=mL^2/3$ και $g=10m/s^2$.

ΑΠ: α. $T=15N$, β. $L=\sqrt{15}kgm^2/s$, γ. $\alpha=3,75\sqrt{3}m/s^2$, δ. $N=52,5N$, ε. $\theta=60^0$.



Γ2. Μια λεπτή ομογενής ράβδος μήκους L=0,3m και μάζας M=1kg μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα, που περνά από το άκρο της Ο, όπως στο σχήμα. Η ράβδος ισορροπεί ακίνητη στη θέση ΟΑ. Ένα μικρό σφαιρίδιο μάζας m=1kg αφήνεται να κινηθεί μεταφορικά από το σημείο Ζ με τριβές εντός τεταρτοκυκλίου που έχει κέντρο του το σημείο Ο και συναντά τη ράβδο στο σημείο Α, έχοντας ταχύτητα μέτρου υ=2m/s . Το σφαιρίδιο συγκρούεται με τη ράβδο και προσκολλάται στο άκρο της Α δημιουργώντας το σύστημα ράβδος – σφαιρίδιο το οποίο έχει ροπή αδράνειας $I=4ML^2/3$ που δίνεται από τη σχέση . Το σύστημα ράβδος – σφαιρίδιο ξεκινά να περιστρέφεται γύρω από το άκρο Ο της ράβδου.

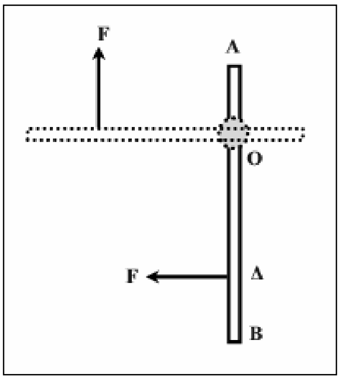


Να βρείτε:
α. Τη ροπή αδράνειας της ράβδου, ως προς τον άξονα περιστροφής που περνά από το Ο.
β. Το ύψος h από το οποίο αφέθηκε το σφαιρίδιο αν στη διαδρομή ΖΑ, το έργο της τριβής ολίσθησης είναι −1J.
γ. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο αμέσως μετά την κρούση.
δ. Τη μείωση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος λόγω της κρούσης.
ε. Τη μέγιστη γωνία θ που θα διαγράψει η ράβδος μετά την κρούση.
στ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο τη στιγμή που φτάνει στη μέγιστη γωνία θ.
ζ. Τη μέση ροπή που δέχεται η ράβδος από τη σφαίρα κατά τη διάρκεια της κρούσης αν αυτή είναι dt=0,01s.

η. Όταν το σύστημα ράβδος–σφαιρίδιο φτάνει στη μέγιστη γωνία την ακινητοποιούμε στη θέση αυτή και τη δένουμε με ένα νήμα ΚΛ όπως στο δεύτερο σχήμα. Να βρεθεί η τάση του νήματος.
θ. Το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας του σφαιριδίου στο Ζ που έγινε θερμότητα συνολικά. Ως $U_{βαρ}=0$ να θεωρηθεί το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το Α.
Δίνονται $ημ^2θ+συν^2θ=1$, $g=10m/s^2$.

Απ:α) $I=0,03kgm^2$,β) $h=0,3m$, γ) $ω=5rad/s$.δ) $ΔE=0,5J$, ε)$συνθ=2/3$, στ)$1,5\sqrt{5}kgm^2/s^2$ ζ) $τ=15Nm$, η) $T=15N$, θ) 50%

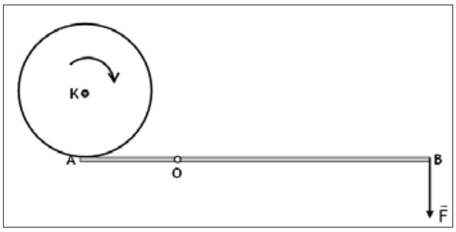
Γ3. Μια λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους $L=2m$ και μάζας $m=4kg$ μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που είναι κάθετος στο σημείο Ο της ράβδου. Το Ο απέχει από το πάνω άκρο Α απόσταση $ΟΑ=0,5m$. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί κατακόρυφα. Σταθερή δύναμη F ασκείται στο σημείο Δ της ράβδου και παραμένει συνεχώς κάθετη στο μήκος της. Η απόσταση ΟΔ είναι $x=ΟΔ=1m$. Η ράβδος ξεκινάει την περιστροφή της με γωνιακή επιτάχυνση $α_{γν}=30rad/s^2$ ενώ είναι ακόμα κατακόρυφη.



α. Πόσο είναι το μέτρο της F;
β. Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα με την οποία η ράβδος φτάνει στη οριζόντια θέση;
γ. Πόσο είναι τα μέτρα της οριζόντιας και κατακόρυφης συνιστώσας της δύναμης που ασκεί ο άξονας περιστροφής στη ράβδο στο σημείο Ο, όταν αυτή φτάνει στην οριζόντια θέση;
δ. Τη στιγμή που η ράβδος φτάνει στην οριζόντια θέση, να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής, δυναμικής και μηχανικής ενέργειας της ράβδου.
Δίνονται $g=10m/s^2$, $I_{cm}=ML^2/12$.

α. $F=70N$, β. $ω=8,78rad/s$ γ. $N_x=154N$, $N_y=12,8N$, ε. $439J/s$, $175,6J/s$, $614,6J/s$

Γ4. Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα $R=0,1m$ και στρέφεται γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του με στροφορμή μέτρου $L_0=20kgm^2/s$. Η σανίδα ΑΟΒ του σχήματος έχει μήκος $d=0,4m$, είναι ομογενής μάζας $M=30kg$ και μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που περνά από το σημείο Ο και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής του τροχού. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκείται στο άκρο Β της σανίδας κατακόρυφη δύναμη μέτρου $F=400N$με αποτέλεσμα η σανίδα να εφάπτεται στον τροχό στο άκρο της Α. Η σανίδα ισορροπεί οριζόντια, ενώ ο τροχός, λόγω τριβών στο σημείο επαφής με τη σανίδα, επιβραδύνεται και τελικά σταματά. Η τριβή ολίσθησης που ασκεί η σανίδα στον τροχό, όσο αυτός περιστρέφεται, έχει μέτρο $T=10N$.

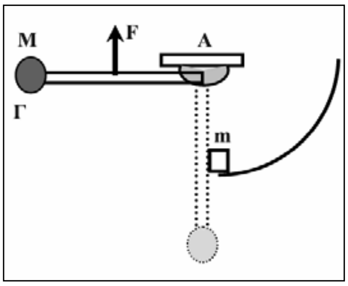


Να υπολογίσετε:
α) Την απόσταση (ΑΟ).
β) Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του τροχού, κατά τη διάρκεια της στροφικής του κίνησης.
γ) Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του τροχού, τη στιγμή που το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας είναι το μισό από το αρχικό.
δ) Τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία ο τροχός ακινητοποιείται καθώς και τη μέση ισχύ της ροπής που τον ακινητοποίησε (σε απόλυτη τιμή).

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του $I=2kgm^2$ και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ τροχού και της σανίδας $\mu=0,1$.
Σταθεροποιούμε κάπου αλλού τη ίδια σανίδα, και ακουμπάμε απαλά στο άκρο της Α έναν άλλο τροχό μάζας $m=1kg$, ακτίνας $R=0,1m$ με $I=mR^2/2$. Ο τροχός ήδη περιστρέφεται με $\omega_0'=30rad/s$. Μεταξύ σανίδας και τροχού η τριβή είναι και πάλι $T=10N$.
ε)Πόση θα είναι η μετατόπιση του κέντρου μάζας του τροχού πάνω στη σανίδα μέχρι να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει;
στ) Πόση θερμότητα εκλύεται μέχρι ο τροχός να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει;

Απ:α) 0,275m, β)1kgm^2/s^2,γ) –5J/s,δ)20s, –5W, ε)0,05m, στ)1,5J

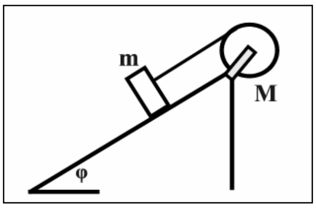
Γ5. Αβαρής ράβδος ΑΓ έχει μήκος $L=2m$ και είναι αρθρωμένη στο Άκρο της Α από το οποίο μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές. Στο άλλο άκρο Γ φέρει σημειακή μάζα $M=1kg$ Καθώς περιστρέφεται γύρω από το Α δέχεται στο μέσον της Κ σταθερή δύναμη $F=10N$ που διατηρείται συνεχώς κάθετη στη ράβδο και σε κατεύθυνση αντίθετη από αυτή της κίνησης της ράβδου. Αφήνουμε τη ράβδο να κινηθεί σε κατακόρυφο επίπεδο. Να υπολογιστούν:



α. Η γωνιακή επιτάχυνση τη στιγμή που η ράβδος αφήνεται ελεύθερη.
β. Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου στην κατακόρυφη θέση.
γ. Η γωνία στροφής της ράβδου σε εκείνη τη θέση στην οποία έχει μέγιστη γωνιακή ταχύτητα.
δ. Όταν η ράβδος φτάνει στην κατακόρυφη θέση μηδενίζεται η F και αμέσως μετά συγκρούεται με σημειακό σώμα μάζας $m=4kg$ και σταματάει ενώ το σώμα κινείται σε κυκλική τροχιά μετά την κρούση. Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική. Δίνεται $g=10m/s^2$.

ΑΠ:α.$\alpha_{\gamma\nu}=2,5rad/s^2$, β. $\omega=\sqrt{2,15}rad/s$, γ. $\theta=60^0$, δ. Είναι ελαστική

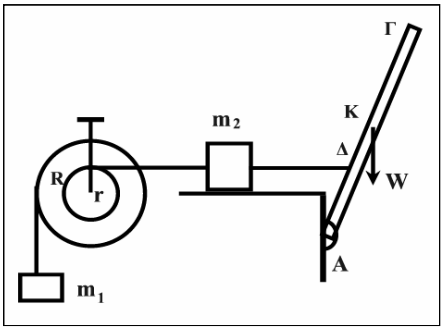
Γ6. Το κιβώτιο μάζας $m=4kg$ αφήνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ να ολισθήσει κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ, όπου ημφ=0,6, ενώ ο συντελεστής τριβής μεταξύ αυτού και του κεκλιμένου είναι $\mu=1/4$. Το κιβώτιο είναι συνδεδεμένο μέσω σχοινιού με τροχαλία μάζας $M=2kg$, ακτίνας $R=0,2m$ η οποία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του, Ο και είναι αρχικά ακίνητη. Να υπολογιστούν:



α. Η επιτάχυνση του κιβώτιου και η τάση του σχοινιού.
β. Η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας όταν θα έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $l=1,25m$
γ. Ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας κύβου και τροχαλίας την παραπάνω χρονική στιγμή.
δ. Το ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας του κύβου που μεταφέρεται στην τροχαλία μέχρι τη στιγμή που ο κύβος φτάνει στο οριζόντιο έδαφος.
Δίνονται ότι $I_o=MR^2/2$, $g=10m/s^2$.

α. 3,2m/s^2, 3,2N β. $10\sqrt{2}$rad/s, γ. $25,6\sqrt{2}$J/s, $6,4\sqrt{2}$J/s, δ) 13,3%

Γ7. Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος L=2m και μάζα M=4kg έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί έτσι ώστε να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία κλίσης φ, (ημφ=0,8, συνφ=0,6) Στο σημείο Δ δένεται με νήμα και ισχύει ΑΔ=L/3. Το νήμα συνδέεται με σώμα μάζας m_2=1kg που ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο και με τη βοήθεια δεύτερου νήματος που είναι τυλιγμένο στο αυλάκι ακτίνας r=0,1m της τροχαλίας. Στο εξωτερικό αυλάκι της τροχαλίας ακτίνας R είναι τυλιγμένο νήμα που φέρει σώμα m_1=4kg που ισορροπεί. Η τροχαλία έχει I=0,63kgm^2. Για τη ράβδο δίνεται $I_K=ML^2/12$ και g=10m/s^2.



Κατά τη διάρκεια της ισορροπίας του συστήματος να βρεθούν:

α. Οι τάσεις και των τριών νημάτων.

β. Η ακτίνα R.

Τη χρονική στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα στο σημείο Δ. Να υπολογίσετε:

γ. Τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

δ. Τις επιταχύνσεις των δύο σωμάτων m_1 και m_2.

Τη στιγμή που το σώμα m_1 θα έχει πέσει κατά h=1m να βρείτε :

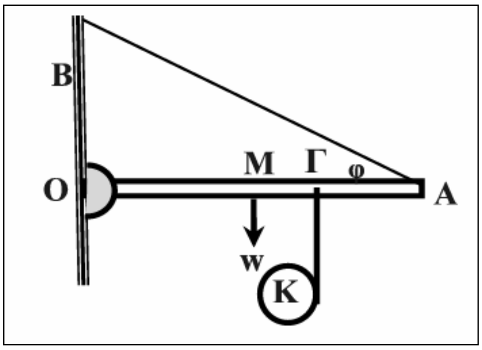
ε. την ταχύτητα και το ρυθμό μεταβολής κινητικής ενέργειας του m_1

στ. Τη γωνιακή ταχύτητα το πλήθος των περιστροφών και το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας.

ζ. Το ποσοστό της δυναμικής ενέργειας του σώματος m_1 που έγινε κινητική του m_2.

α.80N,80N,40N, β. R=0,2m,γ.6rad/s^2,δ. $α_1$=2m/s^2,$α_2$=1m/s^2, ε.2m/s.16J/s.στ.10rad/s,2,5/π, 63J/s, 1,25%

Γ8. Η ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος έχει μάζα M=4kg και μήκος L=2m . Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια άρθρωσης στο άκρο Ο και νήματος που είναι δεμένο στο άκρο Α και σχηματίζει γωνία φ=30^0 με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Από ένα σημείο Γ της ράβδου έχει δεθεί μέσω αβαρούς σχοινιού ένα γιο-γιο μάζας m=12kg, ο κύλινδρος του οποίου έχει ακτίνα R=0,1m . Το γιο-γιο ελευθερώνεται την t_0=0 και κατέρχεται διαγράφοντας κατακόρυφη τροχιά, χωρίς ποτέ το σχοινί να γλιστρά. Καθώς το γιο-γιο κατέρχεται το νήμα ΑΒ ασκεί στη ράβδο δύναμη μέτρου Τ=100Ν . Να βρείτε:



α) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας Κ του γιο-γιο.

β) το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του γιο-γιο ως προς τον ελεύθερο άξονα περιστροφής του, που περνά από το κέντρο του Κ.

γ) την απόσταση (ΟΓ).

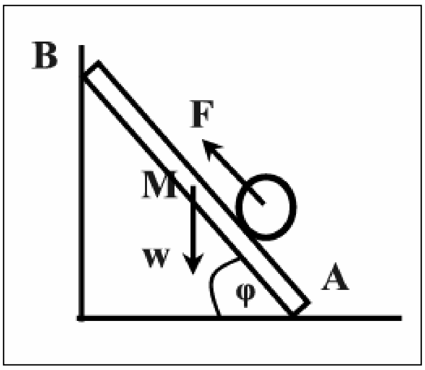
δ) τη δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο (μέτρο και διεύθυνση ως προς τον οριζόντιο άξονα).

ε) Μετά από Δt=3s το σχοινί κόβεται και ο κύλινδρος συνεχίζει να πέφτει μόνο με τη επίδραση του βάρους του. Να υπολογιστεί η μετατόπιση και η ταχύτητα του κέντρου μάζας και η στροφρομή του 2s μετά από αφότου κόπηκε το νήμα.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του γιο-γιο ως προς τον ελεύθερο άξονα περιστροφής του , I=mR^2/2, g=10m/s^2.

Απ: α)20/3m/s^2, β)4kgm^2/s^2, γ)1,5m. δ)F=20$\sqrt{21}$N, εφθ=$\sqrt{3}$/5, ε) υ=40m/s, L=12kgm/s^2 h=60m

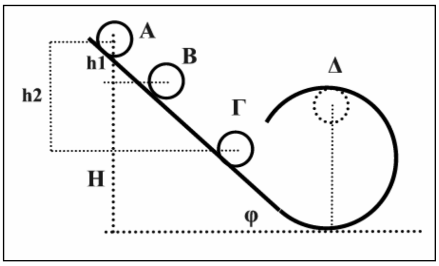
Γ9. Η λεπτή ομογενής δοκός ΑΒ του σχήματος μήκους $L=7{,}5\sqrt{2}$m και μάζας M=20kg ακουμπά σε λείο κατακόρυφο τοίχο ΟΒ και ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία $φ=45^0$ με το οριζόντιο δάπεδο. Ένας ομογενής, λεπτός δίσκος μάζας m=1kg και ακτίνας R κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει) κατά μήκος της δοκού προς το άκρο Β, υπό την επίδραση δύναμης μέτρου $F=20\sqrt{2}$N , παράλληλης στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου.
β) το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του δίσκου τη στιγμή που φτάνει στο ανώτερο σημείο Β της δοκού, αν ο δίσκος ξεκίνησε να κινείται από τη βάση Α χωρίς ταχύτητα.
γ) Το μέτρο και τη διεύθυνση της δύναμης $\vec{A}$ που ασκεί ο δίσκος στη ράβδο.
δ) Τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής μεταξύ δοκού και δαπέδου ώστε ο δίσκος να φτάσει στο άκρο Β της δοκού, χωρίς η δοκός να ολισθήσει στο δάπεδο.
Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς το κέντρο μάζας του $I=mR^2/2$ και $g=10m/s^2$.

Απ: α)$10\sqrt{2}m/s^2$, β) $10\sqrt{3}m/s$,γ) A=10N, δ) μ≥0,5

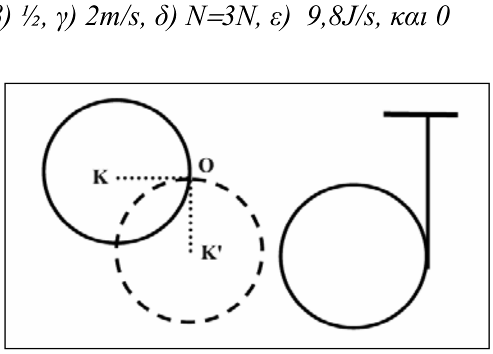
Γ10. Μια συμπαγής ομογενής σφαίρα μάζας m=0,7kg και ακτίνας r , αφήνεται από το σημείο Α ενός πλάγιου επιπέδου που σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο δάπεδο. Το σημείο Α βρίσκεται σε ύψος H=0,84m από το οριζόντιο δάπεδο. Η σφαίρα καθώς κατέρχεται κυλιόμενη διέρχεται από τα σημεία Β και Γ που απέχουν από το σημείο Α κατακόρυφη απόσταση h_1 και h_2 αντίστοιχα, με $h_2=4h_1$. Μόλις η σφαίρα φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, μπαίνει σε κυκλική στεφάνη ακτίνας R=0,28m . Η σφαίρα κυλιόμενη εντός της κυκλικής στεφάνης εκτελεί ανακύκλωση.



α) Να βρείτε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας, , της σφαίρας κατά την κίνησή της στο πλάγιο επίπεδο.
β) Να βρείτε το λόγο των μέτρων των στροφορμών $L_B/L_Γ$ της σφαίρας στις θέσεις Β και Γ.
γ) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας στο ανώτερο σημείο της στεφάνης (σημείο Δ στο σχήμα).
δ) Να βρείτε το μέτρο της δύναμης Ν που δέχεται η σφαίρα από τη στεφάνη στο σημείο Δ.
ε) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής κινητικής ενέργειας στο σημείο Δ κατώτερο σημείο της τροχιάς.
Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της: $I=2mr^2/5$. Η ακτίνα της σφαίρας r είναι πολύ μικρή σε σχέση με την ακτίνα R της στεφάνης, το ημφ=0,7 και $g=10m/s^2$.

Απ: α) $5m/s^2$, β) ½, γ) 2m/s, δ) N=3N, ε) 9,8J/s, και 0

Γ11. Ο λεπτός ομογενής δίσκος του σχήματος (α) έχει μάζα M=9kg, ακτίνα R=1/30m και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο της περιφέρειάς του. Αρχικά ο δίσκος βρίσκεται σε τέτοια θέση, ώστε η ακτίνα ΟΚ που συνδέει το σημείο Ο με το κέντρο μάζας Κ του δίσκου (που συμπίπτει με το κέντρο του δίσκου), να είναι οριζόντια. Από αυτή τη



θέση αφήνουμε το δίσκο να στραφεί. Η γωνιακή επιτάχυνση με την οποία ο δίσκος ξεκινά τη στροφική του κίνηση έχει μέτρο $\alpha_{\gamma\nu}$=200rad/s^2. Να βρείτε:

α) Τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του που διέρχεται από το σημείο Ο.

Τυλίγουμε πολλές φορές ένα αβαρές, μη εκτατό νήμα γύρω από έναν ίδιο δίσκο και την ελεύθερη άκρη του νήματος τη στερεώνουμε στην οροφή, σχηματίζοντας ένα γιο-γιο, όπως φαίνεται στο σχήμα (β). Αφήνουμε ελεύθερο το δίσκο και αυτός ξεκινά να κατέρχεται με το νήμα διαρκώς κατακόρυφο και χωρίς αυτό να γλιστρά ως προς το δίσκο.

β) Να βρείτε τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

γ) Να δείξετε ότι η τάση του νήματος που ασκείται στο δίσκο δε μεταβάλλει την συνολική κινητική του ενέργεια.

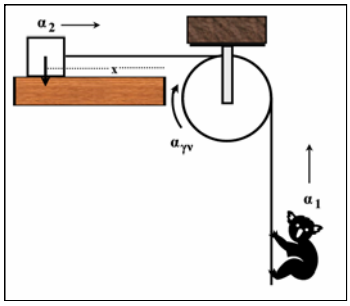
δ) Να βρείτε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου όταν έχει ξετυλιχθεί νήμα με μήκος ίσο με την ακτίνα του δίσκου.

ε) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της στροφικής κινητικής ενέργειας του δίσκου όταν έχει ξετυλιχθεί νήμα με μήκος ίσο με την ακτίνα του δίσκου.

Δίνεται g=10m/s^2. Επίσης δεν θεωρείται γνωστός ο τύπος της ροπής αδράνειας ομογενή δίσκου για άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.

Απ:α) I=0,015kgm^2, β) I_{cm}=0,005kgm^2,δ) 20rad/s,ε) 20J/s,

Γ12. Το coala μάζας m_1=40kg αρχίζει να ανεβαίνει το σχοινί, χωρίς αρχική ταχύτητα, με σταθερή επιτάχυνση α_1=2m/s^2. Η τροχαλία μάζας, M=20kg και ακτίνας, R=0,24m στρέφεται έτσι ώστε το σχοινί να μην ολισθαίνει μέσα στο αυλάκι της και το κιβώτιο μάζας, m_2=10kg, μπορεί να ολισθαίνει πάνω στο λείο τραπέζι, χωρίς τριβές.



α. Πόση είναι η επιτάχυνση α_2 του σώματος;

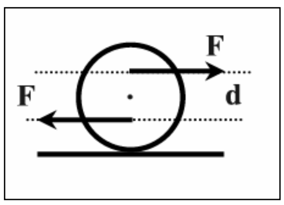
β. Αν τη στιγμή που άρχισε η ανάβαση το κέντρο μάζας του κιβωτίου, απείχε από το χείλος του τραπεζιού απόσταση x=12m, πόσα μέτρα πρόλαβε να ανυψωθεί το coala πριν το CM του κιβώτιου φτάσει στο κενό;

γ. Για την ανάβαση του coala κατά y=1m πόση ενέργεια ξόδεψε αυτό για να την κάνει;

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της τροχαλίας είναι I_{cm}=MR^2/2=0,576kgm^2 και το g=10m/s^2.

α. α_2=24m/s^2, β. y=1m, γ=6240J

Γ13. Ομογενής κύλινδρος μάζας m=2kg και ακτίνας R=0,1m ισορροπεί σε οριζόντιο δάπεδο με τον άξονα παράλληλο στο δάπεδο. Τη στιγμή t=0 ασκούμε στον κύλινδρο ζεύγος δυνάμεων, μέτρου F=4N η κάθε μια των οποίων οι φορείς βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας του κυλίνδρου και είναι κάθετο στον άξονα. Οι φορείς των δύο δυνάμεων του ζεύγους απέχουν d=R/2.



Α. Αν το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο:

α. Τι είδους κίνηση θα κάνει ο κύλινδρος και γιατί;

β. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του ανωτέρου σημείου του κυλίνδρου τη στιγμή t=3s.

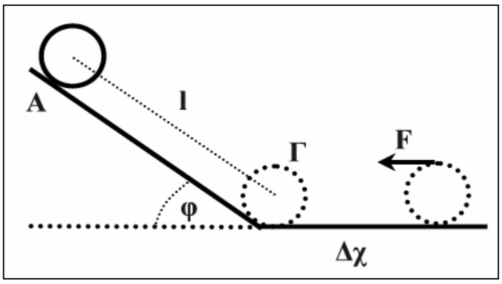
γ. Να βρείτε το ρυθμό με τον οποίο το ζεύγος των δυνάμεων προσφέρει ενέργεια στον κύλινδρο τη στιγμή t=3s.

Β. Αν το δάπεδο δεν είναι λείο και ο συντελεστής μέγιστης στατικής τριβής μεταξύ δαπέδου και κυλίνδρου είναι μ=0,5 να βρείτε:

δ. Για ποιες τιμές του μέτρου F της κάθε δύναμης του ζεύγους, ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
ε. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t=3s, αν η F=4N.
Δίνονται $I=mR^2/2$ και $g=10m/s^2$.

A. 6m/s, 12W, B. F≤30N, υ=4m/s

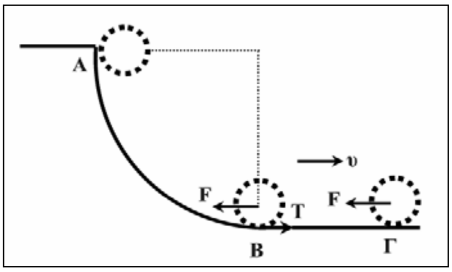
Γ14. Ο σφαιρικός φλοιός μάζας m=0,8kg, ακτίνας R=0,1m αφήνεται από την κορυφή Α κεκλιμένου επιπέδου ΑΓ γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$ και μήκους l=1,5m. Ο φλοιός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



α. Πόσο είναι το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του φλοιού όταν θα έχει διανύσει την απόσταση l;
β. Πόσο είναι το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που οφείλεται στην περιστροφική κίνηση τη στιγμή που το κέντρο του φλοιού έχει διανύσει απόσταση l=1,5m.
γ. Όταν ο φλοιός εισέλθει στο οριζόντιο επίπεδο δέχεται σταθερή δύναμη F=3N συνεχώς εφαπτομένη στο ανώτερο σημείο του. Κατά πόσο Δx πρέπει να μετατοπιστεί το κέντρο μάζας του ώστε να σταματήσει, ενώ συνεχώς κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει;
δ. Πόσο είναι το έργο της δύναμης F στη μετατόπιση Δx.
ε. Πόσο είναι οι ρυθμοί μεταβολής κινητικής ενέργειας, περιστροφής, μεταφοράς και συνολικής του φλοιού τη στιγμή που το κέντρο μάζας του έχει ταχύτητα 1m/s;
Η ροπή αδράνειας του σφαιρικού φλοιού ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του είναι $I=2mR^2/3$ και το $g=10m/s^2$.

α. υ=3m/s, β. 40%, γ. Δx=1m, δ. W_F =–6J, ε. –2,4J/s, –3,6J/s, –6J/s

Γ15. Στη διάταξη που φαίνεται στο σχήμα, το τεταρτοκύκλιο έχει ακτίνα R=0,3m και η σφαίρα μάζα m=5kg και ακτίνα r=0,02m. Η σφαίρα αφήνεται από το χείλος του τεταρτοκυκλίου έτσι ώστε το κέντρο της να βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το σημείο Α. Σε όλη τη διαδρομή της τόσο στο κυκλικό όσο και στο ευθύγραμμο τμήμα, η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Δίνονται $g=10m/s^2$ και $I_{cm}=2mr^2/5$.

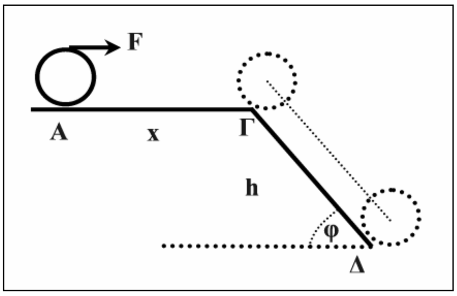


α. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας, Κ, της σφαίρας όταν αυτό φτάνει στην ίδια κατακόρυφο με το σημείο Β του τεταρτοκυκλίου.
β. Στη συνέχεια η σφαίρα αρχίζει να κυλάει στο οριζόντιο επίπεδο όπου δέχεται οριζόντια δύναμη F=7N η οποία ασκείται στο κέντρο μάζας, Κ, και έχει κατεύθυνση αντίθετη στην κίνησή της. Να υπολογιστούν:
β_1. Η επιβράδυνση του κέντρου μάζας της σφαίρας.
β_2. Η μέγιστη μετατόπιση του κέντρου μάζας της σφαίρας στο οριζόντιο επίπεδο.
β_3. Ο ρυθμός παραγωγής έργου της δύναμης F και οι ρυθμοί μεταβολής της κινητικής ενέργειας περιστροφής και μεταφοράς τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι 1m/s.
β_4. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας στο οριζόντιο επίπεδο.

α. υ=2m/s, β. $\alpha=1m/s^2$, x=2m, P=–7J/s, dK_π/dt=–2J/s, dK_μ/dt= –5J/s, $dL/dt=-0,04kgm^2/s^2$

Γ16. Ένας κύλινδρος ακτίνας $R=0{,}2m$ μάζας $m=1kg$ ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t=0$ μια σταθερή οριζόντια δύναμη $F=3N$ ασκείται στο ανώτερο σημείο της περιφέρειάς του όπως φαίνεται στο σχήμα με αποτέλεσμα ο κύλινδρος να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με μέτρο στροφορμής $L=0{,}4t$ (SI). Ο κύλινδρος φτάνει στο σημείο Γ αφού διανύσει απόσταση $x=2m$ και τότε η F καταργείται. Στη συνέχεια ο κύλινδρος κατεβαίνει **λείο** κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης, $\varphi=30^0$ και το κέντρο του φτάνει στο σημείο Δ. Το Γ και το Δ απέχουν κατακόρυφη απόσταση $h=0{,}45m$. Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου είναι $I=mR^2/2$.

α. Να υπολογιστούν το μέτρο της στατικής τριβής, και η επιτάχυνση του κέντρου μάζας όταν κινείται στο οριζόντιο επίπεδο, καθώς και η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς το κέντρο μάζας του.



β. Να υπολογιστεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής όταν φτάνει στο σημείο Γ.

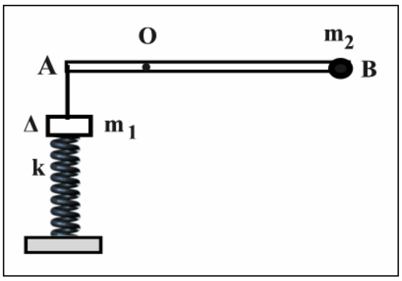
γ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας όταν ο κύλινδρος φτάνει στο σημείο, Δ και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου στο ίδιο σημείο.

δ. Να σχεδιαστεί σε βαθμολογημένους άξονες η γραφική παράσταση του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από $t=0$ έως ότου να φτάσει στο σημείο, Δ. Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. $T=1N$, $\alpha_{cm}=4m/s^2$, $I=0{,}02kgm^2$, β. 20rad/s, γ.5m/s, 25J/s

ΘΕΜΑΤΑ Δ

Δ1. Ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους L=3m μάζας M=12kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από το σημείο Ο και είναι κάθετος σε αυτήν. Η απόσταση ΑΟ είναι ΑΟ=1m. Στο άκρο Β υπάρχει σταθερά στερεωμένη σημειακή μάζα m_2=2kg. Στο άκρο Α η ράβδος συνδέεται με τεντωμένο νήμα ΑΔ με σώμα μάζας m_1=1kg που είναι στερεωμένο και δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=400N/m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όλο το σύστημα αρχικά ισορροπεί.



Α. Να υπολογιστούν:

α. Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου σώματος m_2 ως προς τον άξονα περιστροφής, Ο.

β. Το μέτρο της τάσης του νήματος και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής, όταν ισορροπεί.

Β. Τη χρονική στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα και το σώμα m_1 αρχίζει να ταλαντώνεται αρμονικά, ενώ η ράβδος με το m_2 να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Να υπολογιστούν:

γ. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος ράβδου – m_2 τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

δ. Τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος τη στιγμή που περνάει από την κατακόρυφη θέση.

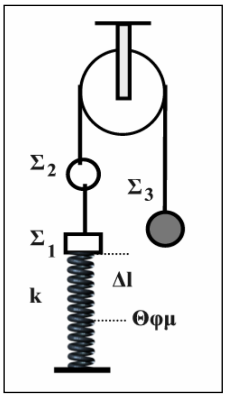
ε. Το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος m_1.

στ. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος m_1 τη χρονική στιγμή $t_1=\pi/60$s.

Δίνονται, η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος σ' αυτήν, $I_K = ML^2/12$ και το g=10m/s^2. Θετική η φορά προς τα πάνω.

α. 20kgm^2, β. T=100N, F=240N, γ.100kgm^2/s^2, δ.$\sqrt{10}$rad/s, ε. A=0,25m, T=0,1πs, στ. 125$\sqrt{3}$J/s.

Δ2. Στο σύστημα του σχήματος η τροχαλία έχει μάζα M=2kg, ακτίνα R=0,5m και τα σώματα $Σ_1$,$Σ_2$, $Σ_3$ μάζες m_1=1kg, m_2=2kg, m_3=5kg. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί με τα αβαρή νήματα τεντωμένα και το ιδανικό ελατήριο τεντωμένο κατά Δl=0,2m από το φυσικό του μήκος. Τη στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα που συνδέει τα $Σ_1$ και $Σ_2$ και το σύστημα μπαίνει σε κίνηση. Η θετική φορά για την ταλάντωση είναι προς τα πάνω. Να βρεθούν:



α. Η σταθερά k του ελατηρίου.

β. Η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.

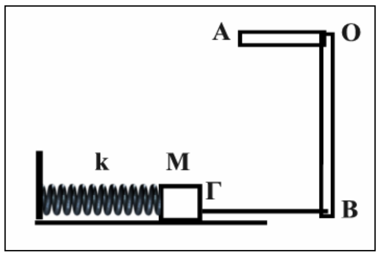
γ. Η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας τη στιγμή t=π/60s.

δ. Η ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ τη χρονική στιγμή t=π/60s.

ε. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή, t=π/60s. Δίνονται g=10m/s^2, I=MR^2/2.

α. 100N/m, β. 7,5rad/s^2, γ.π/8rad/s, δ. –1,5m/s, ε.15π/64J/s

Δ3. Η ορθή γωνία ΑΟΒ του σχήματος αποτελείται από δύο ομογενείς ισοπαχείς ράβδους διαφορετικών υλικών με μήκη ΟΑ=L_1=1m και ΟΑ=L_2=2m με μάζες m_1=8kg και m_2=4kg αντιστοίχως. Το σύστημα μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το Ο και είναι κάθετος σ΄ αυτές. Οι δύο ράβδοι είναι μεταξύ τους κολλημένες ώστε να σχηματίζουν πάντα ορθή γωνία. Το σύστημα κρατιέται ακίνητο με



τη βοήθεια τεντωμένου νήματος ΓΒ που συνδέεται με σώμα μάζας M=2kg που είναι δεμένο στην ελεύθερη άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=200N/m, όπως στο σχήμα. Το σώμα M μπορεί να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές. Κάποια στιγμή $t_0=0$ κόβουμε το νήμα. Να υπολογιστούν:

α. Η γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος των δύο ράβδων μόλις κόψαμε το νήμα.

β. Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος των δύο ράβδων τη στιγμή που η ΟΑ γίνεται κατακόρυφη.

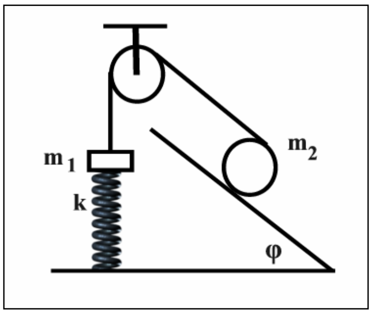
γ. Η τάση του νήματος πριν το κόψουμε.

δ. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας M τη χρονική στιγμή t=π/40s.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος σ΄ αυτήν, $I_{cm}=mL^2/12$, και $g=10m/s^2$.

α. $5rad/s^2$, β. ω=0, γ.T=20N, δ. 10J/s

Δ4. Σώμα μάζας $m_1=1kg$ ισορροπεί δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=100N/m το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο οριζόντιο έδαφος. Ομογενής κύλινδρος μάζας $m_2=8kg$ και ακτίνας R=0,2m βρίσκεται τοποθετημένος πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $φ=30^0$ και συνδέεται με αβαρές νήμα στο πάνω άκρο του Α, μέσω αβαρούς τροχαλίας, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί.



α. Να υπολογιστεί η τάση F του νήματος και η επιμήκυνση του ελατηρίου.

β. Τη χρονική t=0 κόβεταιο το νήμα οπότε ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, ενώ το σώμα m_1 κάνει ΑΑΤ. Να υπολογιστούν:

i. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

ii. Η περιοχή τιμών του συντελεστή μέγιστης στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και κεκλιμένου επιπέδου ώστε να είναι δυνατή η κύλιση χωρίς ολίσθηση.

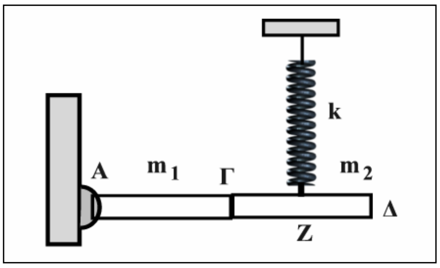
γ. Αν για την ΑΑΤ θεωρήσουμε ως θετική τη φορά προς τα κάτω να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ. Να βρείτε τη μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή που το σώμα m_1 περνάει για δεύτερη φορά από τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Δίνονται για το κύλινδρο η ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I=m_2R^2/2$ και το $g=10m/s^2$.

α. F=20N, $ΔL_1=0,1m$, β. $10/3m/s^2$, $μ_σ>\sqrt{3}/9$, γ. x=0,2ημ(10t–π/2) SI, δ. 25/54m

Δ5. Δύο ράβδοι ίδιου μήκους $l_1=l_2=1m$ με μάζες $m_1=0,6kg$ και $m_2=0,4kg$ αντιστοίχως είναι συγκολλημένες έτσι ώστε να αποτελούν μια ράβδο ΑΓΔ, όπως στο σχήμα. Η ράβδος είναι αρθρωμένη στο άκρο Α όπου μπορεί να περιστρέφεται. Στο μέσο Ζ του τμήματος ΓΔ είναι συνδεδεμένο το ελεύθερο άκρο του ελατήριου σταθεράς k=10N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση.



α. Να βρεθούν η επιμήκυνση του ελατηρίου και η δύναμη που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.

Κάποια στιγμή οι δύο ράβδοι ξεκολλάνε και αποχωρίζονται με αποτέλεσμα η μεν ράβδος ΑΓ να περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της η δε ΓΔ να κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

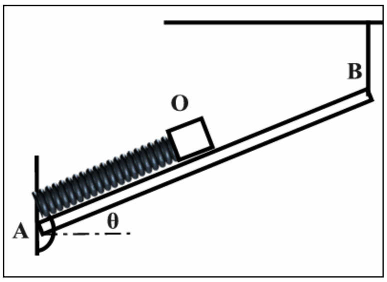
β. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο για την ταλάντωση αν θεωρηθεί ότι η θετική φορά είναι προς τα πάνω και ως t=0 η στιγμή που άρχισε η ταλάντωση.
γ. Να βρεθούν οι χρονικές στιγμές που μηδενίζεται για πρώτη και δεύτερη φορά ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου m_2, μετά την έναρξη των ταλαντώσεων.

δ. Όταν η ράβδος γίνεται κατακόρυφη η στροφορμή της έχει μέτρο $L=0{,}6kgm^2/s$. Να βρείτε το έργο της τριβής που ασκήθηκε κατά την περιστροφή της ράβδου.

Δίνεται $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος σ' αυτήν, $I_K = ml^2/12$.

α. 0,6m, 4N, β. x=0,2ημ(5t+3π/2) SI. γ. 0,1πs, 0,2πs, δ. 2,1J

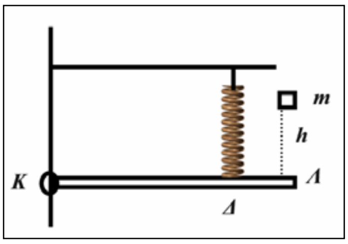
Δ6. Η λεία σανίδα του σχήματος έχει μήκος L=2m και μάζα M=4kg και στηρίζεται στο Α με άρθρωση και στο Β με νήμα. Η γωνία θ έχει ημθ=0,6. Πάνω στη σανίδα ισορροπεί ένα σώμα μάζας m=2κg δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=20N/m. Η θέση ισορροπίας του σώματος είναι στο μέσο Ο της σανίδας.



α. Να βρεθεί το μέτρο της τάσης του νήματος.
Μετακινούμε το σώμα κατά x=0,2m πάνω στη σανίδα και το αφήνουμε ελεύθερο.
β. Να αποδείξετε ότι κάνει ΑΑΤ και να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης.
γ. Να βρεθεί η εξίσωση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο, t, αν για t=0, x=+A.
δ. Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής και της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή t=0,5s
ε. Αποσύρουμε το ελατήριο και το σώμα πάνω από τη σανίδα και κόβουμε το νήμα. Πόσο θα είναι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου τη στιγμή που θα γίνει κατακόρυφη και πόσο θα είναι το μέτρο της δύναμης που ασκεί η άρθρωση στο σημείο Α .Δίνεται $g=10m/s^2$

Απ. α.30N, β. x=0,2ημ(πt+π/2), γ. T=30+2ημ(πt+π/2), δ.0 και 0, ε.$2\sqrt{6}$*rad/s, 136N*

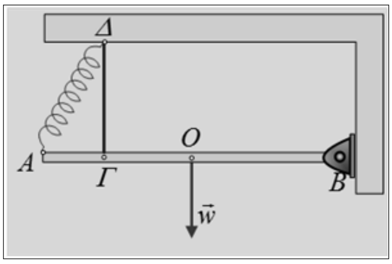
Δ7. Η ράβδος ΚΛ έχει μήκος L=1m και μάζα M=3kg και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το Κ χωρίς τριβές. Η ράβδος ισορροπεί με τη βοήθεια ελατηρίου σταθεράς k=200N/m το οποίο είναι στερεωμένο σε σημείο Δ έτσι ώστε ΚΔ=3/4m. Κομμάτι στόκου μάζας m=1kg πέφτοντας κατακόρυφα από ύψος h=1,8m πάνω από τη ράβδο και πέφτει στο άκρο Λ και κολλάει σ' αυτό με αποτέλεσμα το ελατήριο να επιμηκύνεται συνολικά κατά x_2=0,5m.



α. Πόση είναι η αρχική παραμόρφωση του ελατηρίου x_1;
β. Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την προσκόλληση του στόκου;
γ. Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος ράβδου στόκου αμέσως μετά την προσκόλληση του στόκου;
δ. Πόσο είναι το ημφ της μέγιστης γωνίας εκτροπής που σχηματίζει η ράβδος με την αρχική της οριζόντια θέση;
Δίνονται $I_{cm}=ML^2/12$ και $g=10m/s^2$.

α. 0,1m, β. 3rad/s, γ. 30J/s, δ. ημφ=0,6

Δ8. Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους ℓ=1m και μάζας M= 15kg, μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από άρθρωση στο άκρο της Β και ισορροπεί σε οριζόντια θέση δεμένη στο άκρο κατακόρυφου νήματος σε σημείο της Γ, όπου (ΑΓ)=0,2m. Παίρνουμε ένα ιδανικό ελατήριο με σταθερά k=225N/m και φυσικό μήκος ℓ_o=(4/15)m και τεντώνοντάς το, συνδέουμε τα άκρα του στο άκρο Α της ράβδου και στο σημείο πρόσδεσης του νήματος Δ, οπότε ο άξονας του ελατηρίου σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ, όπου ημφ=0,8 (συνφ=0,6).



i) Να βρεθεί η τάση του νήματος.

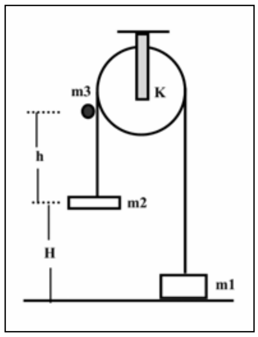
ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Να υπολογισθεί η αρχική επιτάχυνση του άκρου Α της ράβδου.

iii) Να βρεθεί ως προς το άκρο Β της ράβδου, η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, τη στιγμή που το ελατήριο θα γίνει κατακόρυφο, αν δεν αναπτύσσονται τριβές στην άρθρωση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς την άρθρωση I_B= 1/3ML^2 και g=10m/s^2.

ΑΠ: T=78,75N, 12,6rad/s, $5\sqrt{2}$kgm^2/s, 48kgm^2/s^2

Δ9. Η τροχαλία του σχήματος έχει μάζα M=2kg, ακτίνα R=0,1m και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο της Ο και είναι κάθετος σ΄ αυτήν. Τα δύο σώματα έχουν μάζες m_1=4kg, m_2=3kg και συνδέονται με νήμα. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί με τα m_1 και m_2 να απέχουν μεταξύ τους H=0,48m. Τρίτο σώμα μάζας m_3=2kg αφήνεται να πέσει από ύψος h=0,8m πάνω από το σώμα μάζας m_2. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά.



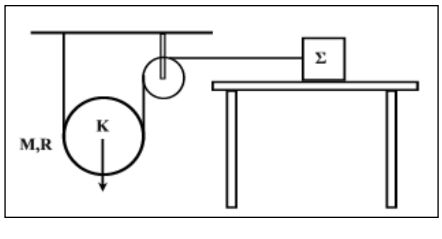
α. Να βρεθεί η στροφορμή της σφαίρας m_3 ως προς τον άξονα Κ λίγο πριν χτυπήσει στο σώμα m_2.

β. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας αμέσως μετά την κρούση.

γ. Να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας τη στιγμή που το συσσωμάτωμα m_2+m_3 φτάνει στο έδαφος και λίγο πριν χτυπήσει. Δίνονται g=10m/s^2 και I_K=MR^2/2.

α. L=0,8kgm^2/s, β. ω_1=8rad/s, γ. ω_2=$4\sqrt{10}$rad/s

Δ10. Στο σύστημα που φαίνεται στο σχήμα η μικρή τροχαλία είναι αμελητέας μάζας, και το αβαρές σχοινί συνδέει το σώμα Σ μάζας m=1kg με τον τροχό μάζας M=4kg και ακτίνας R=0,1m, ενώ το οριζόντιο επίπεδο πάνω στο οποίο κινείται το σώμα είναι τελείως λείο. Αν αφήσουμε το σύστημα ελεύθερο τη χρονική στιγμή t_0=0, να υπολογιστούν:



α. Η επιτάχυνση του κέντρου, Κ του τροχού.

β. Η επιτάχυνση του σώματος Σ.

γ. Η πτώση του κέντρου μάζας, Κ και η μετατόπιση του σώματος Σ, τη χρονική στιγμή t=2s.

δ. Η γωνία στροφής ενός σημείου του τροχού τη χρονική στιγμή, t=2s.

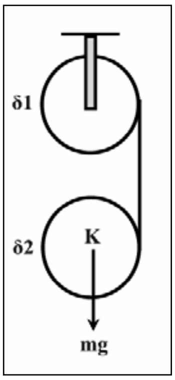
ε. Το ποσοστό της δυναμικής ενέργειας του τροχού που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια περιστροφής του μέχρι τη χρονική στιγμή t=2s.

στ. Ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας του τροχού τη χρονική στιγμή t=2s.

Δίνονται g=10m/s^2 και I_K =MR^2/2.

α. α_K=4m/s^2, β. α_Σ=8m/s^2, γ. y=8m, x=16m, δ. Δθ=80rad, ε. 1/10, στ. 192J/s

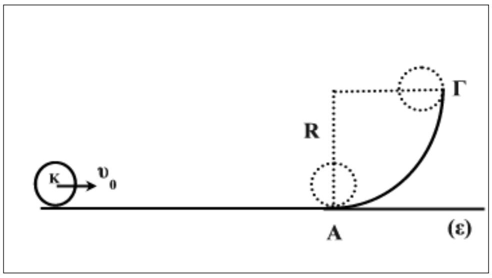
Δ11. Δύο κυλινδρικοί δίσκοι έχουν ίδια μάζα m=2kg και ίδια ακτίνα R=0,2m και ροπή αδράνεια ως προς τον άξονα συμμετρίας τους και περιστροφής τους, $I=mR^2/2$. Ο ένας δίσκος μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό άξονα, όπως φαίνεται στο σχήμα, ενώ αβαρές λεπτό νήμα είναι τυλιγμένο γύρω και από τους δύο δίσκους. Αν αφήσουμε τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το δεύτερο δίσκο ελεύθερο αυτός πέφτει ενώ ταυτόχρονα περιστρέφεται. Να υπολογιστούν:



α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κάτω δίσκου.
β. Η τάση του νήματος.
γ. Η γωνιακή επιτάχυνση του κάθε δίσκου.
δ. Το μήκος του νήματος που ξετυλίχτηκε μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.
ε. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κάθε δίσκου αλλά και του συστήματος τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.
στ. Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο δίσκων τη χρονική στιγμή t_1.
Δίνεται $g=10m/s^2$.

α.$8m/s^2$, β. 4N, γ.$20rad/s^2$, δ. 16m, ε. 32J/s, 288J/s, 320J/s, στ.320J

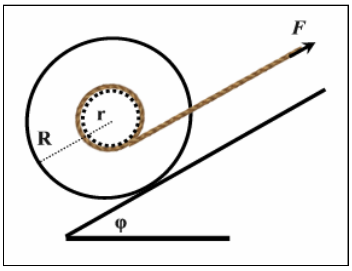
Δ12. Η σφαίρα του σχήματος έχει μάζα m=1kg και ακτίνα r=0,1m. Εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ με ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_0=7m/s$, χωρίς αρχική γωνιακή ταχύτητα. Η σφαίρα για κάποιο χρονικό διάστημα Δt κυλίεται και ολισθαίνει ταυτόχρονα. Μεταξύ σφαίρας και οριζοντίου επιπέδου ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι μ=0,1. Αμέσως μετά τη διέλευση του χρονικού διαστήματος Δt η σφαίρα αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ομαλά και φτάνει στο σημείο Α όπου αρχίζει να ανεβαίνει στο μεταλλικό αυλάκι σχήματος τεταρτοκυκλίου ακτίνας R=0,8m, ενώ συνεχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



α. Να υπολογιστεί το χρονικό διάστημα Δt που χρειάζεται, ώστε η σφαίρα να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
β. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας με την οποία η σφαίρα φτάνει στο σημείο Α του τεταρτοκυκλίου.
γ. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας τη στιγμή που το κέντρο της φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Γ.
δ. Μετά η σφαίρα εγκαταλείπει το τεταρτοκύκλιο. Να υπολογιστεί το μέγιστο ύψος από το οριζόντιο επίπεδο (ε) στο οποίο μπορεί να φτάσει το κέντρο, Κ, της σφαίρας.
ε. Να υπολογιστεί το έργο της τριβής.
Οι τριβές με τον αέρα να θεωρηθούν αμελητέες. Δίνονται $g=10m/s^2$ και $I_K=2mr^2/5$.

α. 2s, β. 5m/s, γ. $\sqrt{15}$m/s, δ. 1,55m, ε.14J

Δ13. Στο σχήμα δίνονται m=4kg, R=0,5m, r=0,1m, $I=0,5kgm^2$, $φ=30^0$ και $g=10m/s^2$.

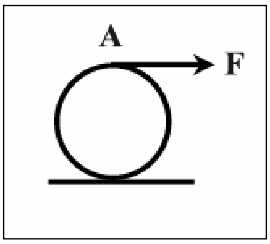


α. Πόσο πρέπει να είναι η δύναμη F και η δύναμη της στατικής τριβής ώστε ο κύλινδρος να ισορροπεί;
β. Πόση πρέπει να είναι η δύναμη F ώστε η στατική τριβή να είναι μηδέν και το στερεό να κυλίεται προς τα κάτω χωρίς να ολισθαίνει; Πόση θα είναι τότε η επιτάχυνση του κέντρου μάζας;
γ. Αν ο συντελεστής μέγιστης στατική τριβής είναι $\sqrt{3}/10$, για ποιες τιμές της F΄είναι δυνατή η κύλιση χωρίς ολίσθηση;

δ. Αν είναι η $F=20N$ να βρεθεί το έργο της για πτώση του άξονα του κυλίνδρου για χρονικό διάστημα $\Delta t=3s$, αν ξεκινάει από την ηρεμία.

α. 25N. 5N, β. $F=100/7N$, $a=10/7m/s^2$, γ. $100/7<F<190/7$, δ. –48J

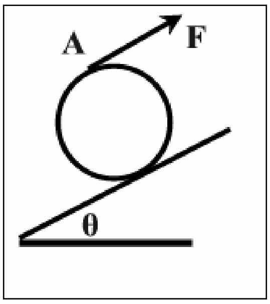
Δ14. Κύλινδρος μάζας $m=40kg$ ακτίνας $R=0,5m$ είναι αρχικά ακίνητος πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβή με συντελεστή οριακής τριβής $\mu_\sigma=0,2$. Ο συντελεστής μ_σ θεωρείται ίσος με το συντελεστή τριβής ολίσθησης. Ασκούμε στον κύλινδρο σταθερή δύναμη μέτρου $F=120N$ όπως στο σχήμα και ο κύλινδρος αρχίζει να κινείται.



α. Να εξετάσετε το είδος της κίνησης του κυλίνδρου.
β. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας και τη γωνιακή επιτάχυνση.
γ. Αν η δύναμη είναι $F=300N$ πόση θα γίνει τότε η επιτάχυνση του κέντρου μάζας και η γωνιακή επιτάχυνση; Δίνονται $I=mR^2/2$ και $g=10m/s^2$.

α. Κύλιση χωρίς ολίσθηση, β. $4m/s^2$, $8rad/s^2$, γ. $9,5m/s^2$, $22rad/s^2$

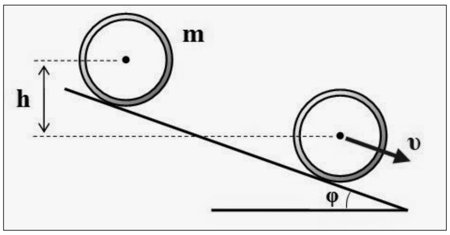
Δ15. Γύρω από ένα ομογενή κύλινδρο μάζας $M=2kg$ και ακτίνας $R=0,1m$ έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Τον τοποθετούμε πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ με ημθ=0,8 και συνθ=0,6 και του ασκούμε σταθερή δύναμη $F=5N$ στο άκρο Α του νήματος παράλληλη προς το επίπεδο. Ο κύλινδρος παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής $\mu_\sigma=\mu=0,25$.



α. Να διερευνήσετε προς τα πού θα κινηθεί ο κύλινδρος με ποια φορά περιστροφής και αν θα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
β. Πόση είναι η επιτάχυνση α_{cm}.
Τη χρονική στιγμή $t=1s$ να βρεθούν:
γ. Η μετατόπιση του άξονα περιστροφής, η ταχύτητα του κέντρου μάζας και η γωνιακή ταχύτητα.
δ. Η ισχύς της κάθε δύναμης που ασκείται
ε. Οι ρυθμοί μεταβολής στροφορμής, κινητικής ενέργειας και κινητικής ενέργειας περιστροφής.
Δίνονται $g=10m/s^2$, $I=mR^2/2$

α. Ο κύλινδρος ολισθαίνει προς τα κάτω ενώ στρέφεται δεξιόστροφα., β. $4m/s^2$, γ. 2m, 4m/s, 20rad/s. δ. $P_{mg}=64J/s$, $P_F=-10J/s$, $P_T=-18J/s$. ε. $0,2kgm^2/s^2$, 36J/s, 4J/s

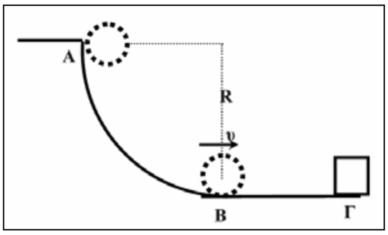
●Δ.16 Λεπτή κυκλική στεφάνη μάζας $m = 4$ kg αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας $\varphi=30^0$ τη χρονική στιγμή $t_0=0$. Τη χρονική στιγμή t_1, έχει χάσει ύψος $h = 2$ m, ενώ το κέντρο μάζας έχει αποκτήσει ταχύτητα $\upsilon = 5$ m/s.



Να υπολογίσετε
α. Τη δύναμη της τριβής της στεφάνης με το κεκλιμένο.
β. Τη χρονική στιγμή t_1.
γ) την κινητική της ενέργεια τη χρονική στιγμή t_1.
δ. Το ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή t_1.
Δίνονται: $g = 10$ m/s², ημφ = 0,5)

Απ: α) $T=7,5N$, β) $t_1=8/5s$, γ) $K=68J$, δ) $\Delta K/\Delta t=85J/s$

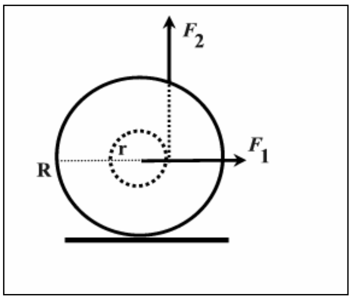
Δ17. Σφαίρα μάζας M=0,3kg και ακτίνας r=0,05m αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου τεταρτοκύκλιου ακτίνας R=2,5m και φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ. Η σφαίρα παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής $\mu=\mu_\sigma=0,2$ και αφού κινηθεί σε αυτό επί χρονικό διάστημα $\Delta t=2s$ συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο κύβο ακμής α=0,1m και μάζας m=0,2kg.



α. με πόση ταχύτητα φτάνει η σφαίρα στο οριζόντιο επίπεδο;
β. Πόση είναι η ταχύτητα της σφαίρας ελάχιστα πριν την κρούση;
γ. Πόσο απέχει ο κύβος από το σημείο Β του τεταρτοκυκλίου;
δ. Ποιο ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας μεταφέρεται στον κύβο κατά την κρούση;
Δίνονται $g=10m/s^2$ και $I=2Mr^2/5$.

ΑΠ: α. 7m/s, β. 5m/s, γ. 11m, 68.6%

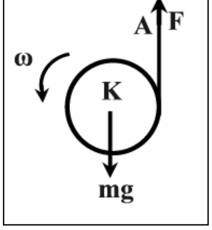
Δ18. Διαθέτουμε ένα στερεό Σ (καρούλι) αποτελούμενο από δύο δίσκους οι οποίοι συνδέονται με κύλινδρο γύρω από τον οποίο έχουμε τυλίξει αβαρές νήμα. Η μάζα του Σ είναι M=20kg και η εξωτερική ακτίνα R=0,4m. Τοποθετούμε το στερεό σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ασκούμε στο κέντρο του σταθερή οριζόντια δύναμη F_1=20N ενώ ταυτόχρονα τραβάμε το άκρο Α του νήματος προς τα πάνω με δύναμη F_2=16N όπως στο σχήμα. Μετά από λίγο ο άξονας του στερεού έχει μετατοπιστεί κατά x=2m, ενώ έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους 0,25m. Για τη θέση αυτή ζητούνται:



α. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας
β. Η γωνιακή ταχύτητα
γ. Η ακτίνα r.
δ. Οι ταχύτητες του σημείου Β επαφής στερεού και εδάφους και του σημείου Α.
ε. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας.
Δίνονται $g=10m/s^2$ και $I=0,4MR^2$

Απ: α) *2m/s, β)2,5rad/s, γ)*υ_B*=3m/s* υ_A=1m/s *προς τα δεξιά, δ) r=0,1m, ε) 44J/s*

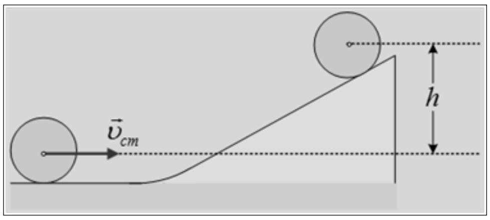
Δ19. Στο λούκι δίσκου μάζας m=0,4kg, ακτίνας R=0,4m είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα. Τη στιγμή t_0=0 αφήνουμε το δίσκο ελεύθερο ενώ ασκούμε στο ελεύθερο άκρο Α του νήματος κατακόρυφη δύναμη F=2,4N με φορά προς τα πάνω. Το νήμα ξετυλίγεται και ο δίσκος περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα. Να βρείτε:



α. Τις επιταχύνσεις του σημείου Α και του κέντρου μάζας του δίσκου.
β. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του δίσκου.
γ. Το μήκος του νήματος που ξετυλίχτηκε μέχρι τη στιγμή t_1=4s.
δ. Το έργο της F στο χρονικό διάστημα [0,4s] και την κινητική ενέργεια του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1=4s.
ε. Το ρυθμό με τον οποίο παρέχει ενέργεια η δύναμη F και το ρυθμό μεταβολής κινητικής ενέργειας του δίσκου τη στιγμή t_1=4s.
στ. Τη χρονική στιγμή t_1 το νήμα κόβεται. Πόση θα είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας τη χρονική στιγμή t_2=10s; Δίνονται $I_{cm}=mR^2/2$ και $g=10m/s^2$.

α. 8m/s, 4m/s², β.0,96kgm²/s², γ. 96m, δ. 153,6J, 281,6J, ε. 76,8J/s, 140,8J/s, στ.76m/s

Δ20. Μια σφαίρα μάζας 1kg κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{cm}$=4m/s και στην πορεία της συναντά ένα κεκλιμένο επίπεδο, κλίσεως θ=30°, κατά μήκος του οποίου συνεχίζει την κίνησή της. Η κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου έχει εξομαλυνθεί ώστε να μην διαταραχθεί το ομαλό πέρασμά της από το ένα επίπεδο στο άλλο. Αν η προς τα πάνω κίνηση της σφαίρας σταματήσει όταν το κέντρο της Ο ανέβει κατά h=1m, τότε:



α. Να αποδείξετε ότι κατά την άνοδό της στο κεκλιμένο επίπεδο, η σφαίρα δέχεται δύναμη τριβής από το επίπεδο και να την υπολογίσετε.

β. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα που η σφαίρα μετατοπίζεται προς τα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο

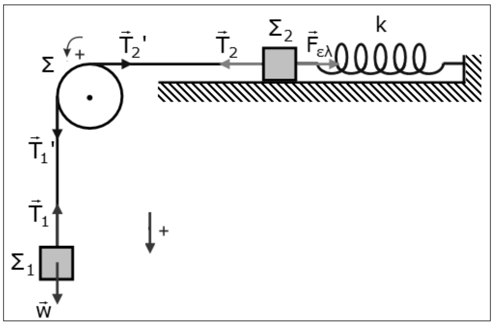
γ. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που σταματά η άνοδός της στο κεκλιμένο επίπεδο.

δ. Να υπολογίσετε το έργο της ασκούμενης τριβής κατά την άνοδο της σφαίρας.

Δίνονται $I=0,4mR^2$ και $g=10m/s^2$.

ΑΠ:α) T=1N β) Δt=1s,γ)K= 0,45J,δ) W_T= – 0,75J

Δ21. Η τροχαλία Σ του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα της, είναι $I=0,01kgm^2$ και η ακτίνα της είναι R=0,1m . Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία. Στη μία άκρη του νήματος έχει αναρτηθεί το σώμα $Σ_1$. Στην άλλη άκρη του νήματος έχει προσδεθεί το σώμα $Σ_2$, το οποίο βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σύστημα ισορροπεί ακίνητο με τη βοήθεια ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, στο οποίο έχει προσδεθεί στο ένα άκρο του το σώμα Σ2 και το άλλο άκρο του σε ακλόνητο στήριγμα. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν μάζα m=1kg το καθένα.



Α. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα $Σ_2$, όταν το σύστημα ισορροπεί.

Τη χρονική στιγμή t_0=0 κόβουμε το νήμα στο σημείο που συνδέει το σώμα $Σ_2$ με την τροχαλία, με αποτέλεσμα η τροχαλία να ξεκινήσει να περιστρέφεται και το σύστημα ελατήριο – $Σ_2$ να ξεκινήσει απλή αρμονική ταλάντωση.

Να βρείτε:

Β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.

Γ. Πόσο έχει κατέβει το σώμα $Σ_1$ από τη χρονική στιγμή t_0=0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της τροχαλίας γίνεται αριθμητικά ίσο με τη γωνιακή συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο–$Σ_2$.

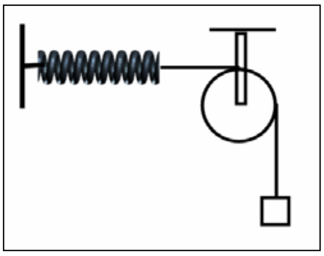
Δ. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή t_1 όπως αυτή καθορίζεται στο προηγούμενο ερώτημα.

Ε. Αν δεν κόψουμε το νήμα και τραβήξουμε λίγο το σώμα $Σ_1$ προς το κάτω και το αφήσουμε να κάνει ταλαντώσεις δείξτε ότι αυτές είναι ΑΑΤ και υπολογίστε τη σταθερά επαναφοράς.

Δίνεται: $g=10m/s^2$

Απ: Α.10Ν, Β. 50rad/s², Γ. 0,1m, Δ. 5J/s, Ε. D=100/3N/m

Δ22. Τροχαλία μάζας M=2kg και ακτίνας R, είναι στερεωμένη, όπως φαίνεται στο σχήμα και μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονά της. Από την τροχαλία διέρχεται νήμα στο ένα άκρο του οποίου δένεται νήμα στο ένα άκρο του οποίου δένεται σώμα μάζας m=4kg, ενώ το άλλο άκρο δένεται στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=80N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Ανυψώνουμε το σώμα έτσι ώστε το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος, ενώ το νήμα είναι τεντωμένο. Αφήνουμε το σώμα ελεύθερο.



Α. Να βρεθεί η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου

Β. Να βρεθεί η μετατόπιση του σώματος μέχρι αυτό να αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα.

Γ. Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.

Δ. Να δείξετε ότι το σώμα κάνει ΑΑΤ και να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς.

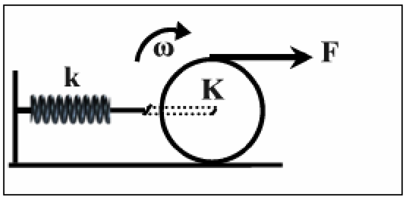
Ε. Να θεωρήσετε ότι τη χρονική στιγμή t=0, το σώμα βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση, η οποία βρίσκεται πάνω από τη θέση ισορροπίας. Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης σε σχέση με το χρόνο.

ΣΤ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος τροχαλία–σώμα την πρώτη χρονική στιγμή που το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=-\sqrt{2}/4$ m

Δίνεται $I=MR^2/2$, $g=10m/s^2$. Το νήμα δεν ολισθαίνει μέσα στο λούκι της τροχαλίας.

Α. $x_0=1m$, Β, $x=0,5m$, Γ. $\upsilon_0=2m/s$, Δ. $D=64N/m$, Ε. $x=0,5ημ(4t+π/2)$, ΣΤ: δ. $ΔK/Δt=40J/s$

Δ23. Ο κύλινδρος του σχήματος μάζας, m=2kg, ακτίνας, R και ροπής αδράνειας $I_K=mR^2/2$ αρχικά ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο υπό την επίδραση της δύναμης F, έτσι ώστε το ελατήριο να παρουσιάζει επιμήκυνση x=0,2m. Η σταθερά του ελατηρίου είναι k=300N/m.



Α. Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης F.

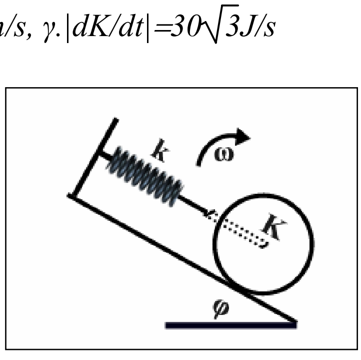
Β. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η δύναμη F μηδενίζεται ακαριαία και ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή t=0 το κέντρο μάζας του κυλίνδρου βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση. Να αποδείξετε ότι ο κύλινδρος κάνει απλή αρμονική ταλάντωση, να υπολογίσετε τη συνάρτηση της δύναμης επαναφοράς σε σχέση με την απομάκρυνση x και να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης.

Γ. Να βρείτε τη την ταχύτητα του κέντρου μάζας τη στιγμή που διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του.

Δ. Να βρείτε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου κάποια χρονική στιγμή που το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι 1m/s.

α. $ΣF=-(2k/3)x$, $x=0,2ημ(10t+π/2)$, β. 2m/s, γ. $|dK/dt|=30\sqrt{3}J/s$

Δ.24 Το ελατήριο έχει σταθερά k=300N/m και η μάζα του κυλίνδρου είναι m=2kg. Ο κύλινδρος αφήνεται ελεύθερος να από εκείνη τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου είναι $φ=30^0$ και $g=10m/s^2$.



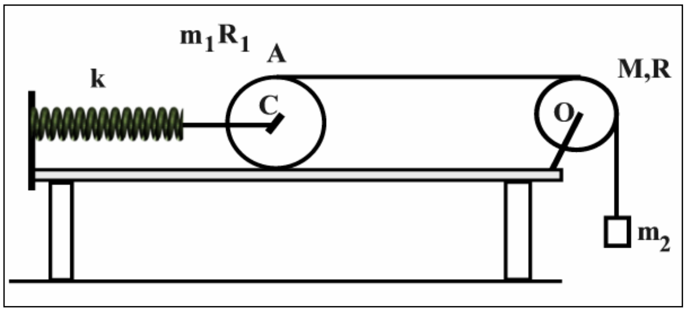
α. Δείξτε ότι το κέντρο μάζας του κυλίνδρου κάνει ΑΑΤ και υπολογίστε την σταθερά επαναφοράς.

β. Γράψτε την εξίσωση της ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο αν για $t_0=0$ είναι $x=-A$.

γ. Υπολογίστε την ταχύτητα του CM τη στιγμή t_1 που η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι 0,05m
δ). Υπολογίστε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t_1.

Απ: α) D=200N/m, β) $\upsilon=(1/3)$συν$(10t+3\pi/2)$, γ) $\upsilon=\sqrt{3}/6$m/s, δ) $\Delta K/\Delta t=-kx\upsilon=-5\sqrt{3}/6$J/s

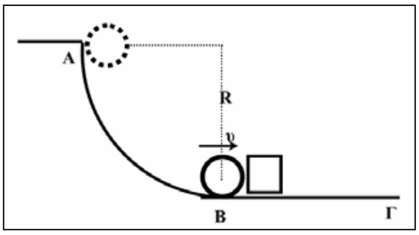
•**Δ.25** Ο τροχός C του σχήματος είναι μάζας m_1=2kg και ακτίνας R_1 έχει τυλιγμένο νήμα το οποίο συνδέεται μέσω τροχαλίας Ο με σώμα μάζας m_2=1kg. Η τροχαλία έχει μάζα M=1,5kg και ακτίνα R. Τα δύο στερεά έχουν ροπές αδράνειας $I_1=m_1R_1^2/2$ και $I=MR^2/2$, ως προς τα κέντρα μάζας τους.



α) Αρχικά το σύστημα ισορροπεί. Να υπολογιστεί η αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου σταθεράς k=40N/m.
β) Απομακρύνουμε τον τροχό C από τη θέση ισορροπίας μέχρι το ελατήριο να βρεθεί σε θέση φυσικού μήκους και τη χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Με δεδομένο ότι το νήμα δεν ολισθαίνει πουθενά και ο τροχός κάνει κύλιση χωρίς ολίσθηση να δειχθεί ότι το κέντρο μάζας C του τροχού κάνει ΑΑΤ και να υπολογιστεί η σταθερά επαναφοράς D.
γ) Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης των ΑΑΤ του σημείου C αν τη χρονική στιγμή t=0 η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας είναι x=–A.
δ) Να υπολογιστούν τα μέτρα των μέγιστων ταχυτήτων του κέντρου μάζας C και του σώματος m_2.
ε) Να υπολογιστεί το ποσοστό της δυναμικής ενέργειας του σώματος m_2 που έγινε κινητική ενέργεια της τροχαλίας, Ο τη χρονική στιγμή t_1 που το κέντρο μάζας του τροχού C περνάει για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του.
στ. Κάποια στιγμή που ο τροχός βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση κόβουμε το νήμα στο σημείο Δ. Πόση θα είναι η ταχύτητα του CM του τροχού τη στιγμή που το ελατήριο θα βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, αν υποθέσουμε ότι συνεχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

Απ: α) 0,5m, β) D=8N/m, γ) x=0,5ημ$(2t+3\pi/2)$ SI, δ) 1m/s, 2m/s, ε) 15%, στ) $\sqrt{10/3}$m/s

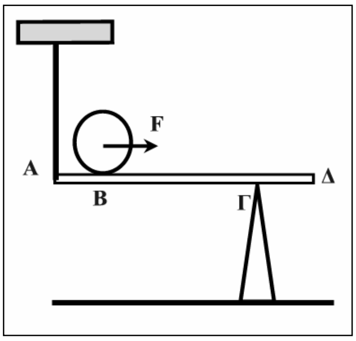
Δ26. Από την κορυφή ενός κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου, ακτίνας R=2m αφήνεται να κινηθεί μια σφαίρα μάζας m_1=2kg. Η σφαίρα αρχικά ολισθαίνει για λίγο, ενώ στη συνέχεια κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και φτάνοντας στη βάση του επιπέδου, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με σώμα Σ, σχήματος κύβου, με ακμή α=2r, όπου r η ακτίνα της σφαίρας και μάζας m_2=1kg. Μετά την κρούση το σώμα Σ κινείται στο οριζόντιο επίπεδο και διανύει απόσταση x=4m, μέχρι να σταματήσει εξαιτίας της τριβής. Δίνεται ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος Σ και του επιπέδου μ=0,2, g=10m/s^2, ενώ στη διάρκεια της κρούσης δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ σφαίρας-κύβου. Εξάλλου η ροπή αδράνειας της σφαίρας είναι ίση με $I= 2/5\ mr^2$.



α) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του Σ αμέσως μετά την κρούση.
β) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια της σφαίρας, ελάχιστα πριν την κρούση.
γ) Να υπολογιστεί το ποσοστό της αρχικής δυναμικής ενέργειας της σφαίρας, το οποίο μετατρέπεται σε θερμική, κατά τη διάρκεια της ολίσθησής της στο τεταρτοκύκλιο. Θεωρείστε μηδενική τη δυναμική της ενέργεια, ελάχιστα πριν την κρούση και ότι r<<<R.

δ) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν θα συγκρουστεί και πάλι με το σώμα Σ.

Απ: α) 4m/s, β) K_π*=12,6J, γ) 68,5%, δ) (11/7)m/s*



Δ27. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους L=4m και μάζας M=13kg ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με νήμα και στηρίζεται με τρίποδο στο σημείο Γ όπου ΓΔ=1m. Πάνω της ηρεμεί κύλινδρος μάζας m=10kg και ακτίνας R=0,25m, στο σημείο Β όπου ΑΒ=1m.

Α. Να υπολογιστεί η τάση του νήματος.

Τη στιγμή t=0 ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη F, ο κύλινδρος κυλάει χωρίς να ολισθαίνει και εγκαταλείπει τη δοκό στο άκρο Δ τη χρονική στιγμή t=2s και η δύναμη F παύει τότε να ασκείται.

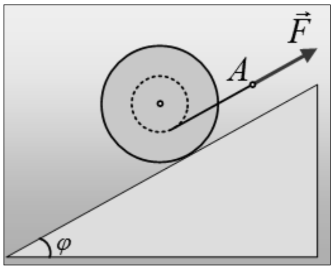
Β. Πόση είναι η δύναμη F.

Γ. Αν το ύψος του τρίποδου είναι h=0,8m πόσες είναι οι στροφές που κάνει ο κύλινδρος μέχρι να προσγειωθεί;

Δ. Πόση είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου τη στιγμή που προσγειώνεται;

Δίνονται ότι $I_o=mR^2/2$, $g=10m/s^2$.

Απ: Α) 110N, Β.22,5N, Γ. (6/π)+(2,4/π)=8,4/π στρ, Δ) V=5m/s



Δ.28 Ο κύλινδρος του σχήματος ακτίνας R=0,2 m και μάζα 5kg, έχει εγκοπή βάθους ½ R στην οποία έχει τυλιχθεί ένα αβαρές νήμα, στο άκρο Α του οποίου ασκούμε δύναμη F, παράλληλη στο επίπεδο. Υπάρχουν τριβές και δίνονται οι συντελεστές τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου μ=μs=0,8.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του, ο οποίος συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεων I= ½ mR^2, ημφ=0,6 και συνφ=0,8, ενώ $g=10m/s^2$.

α) Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F, ώστε ο κύλινδρος να ισορροπεί.

Αν η ασκούμενη δύναμη έχει μέτρο F=45N, να υπολογιστούν:

β) Να αποδείξετε ότι ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει προς τα κάτω και να υπολογίσετε την επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση.

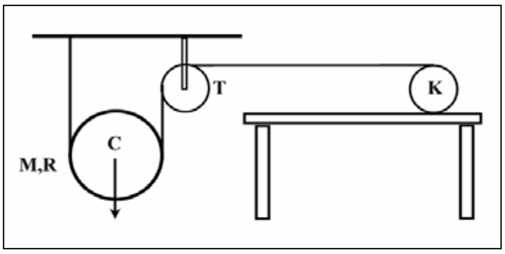
γ) Να υπολογίσετε το έργο της F για μετατόπιση του άξονα του κυλίνδρου κατά 2m πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

δ) Να εξετάσετε αν ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και να υπολογίσετε ξανά την επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση στην περίπτωση που η ασκούμενη δύναμη έχει μέτρο F=92N.

ε) Στην περίπτωση της F=92J να υπολογίσετε το έργο της F και το έργο της τριβής για μετατόπιση του άξονα του κυλίνδρου κατά 3m.

Απ: α) 60N. β) $1m/s^2$*,* $5rad/s^2$*, γ) –45J, δ) ολισθαίνει,* $\alpha=6m/s^2$*,* $\alpha_{\gamma\nu}=-28rad/s^2$ *(αριστερόστροφα), ε) 404,8J, –185,6J*

Δ29. Στο σύστημα που φαίνεται στο σχήμα η μικρή τροχαλία Τ είναι μάζας m_2=1kg, ακτίνας r και το αβαρές σχοινί συνδέει τον κύλινδρο, Κ, μάζας m_1=8kg, ακτίνας r με το δίσκο μάζας M=4kg και ακτίνας R. Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει καθώς το τυλιγμένο σε αυτόν νήμα ξετυλίγεται . Αν αφήσουμε το σύστημα ελεύθερο τη χρονική στιγμή t_0=0, να υπολογιστούν:



α. Η επιτάχυνση του κέντρου, C του δίσκου.
β. Η τάση του νήματος που ασκείται στον κύλινδρο.
γ. Η πτώση του κέντρου μάζας του δίσκου, C και η μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου, τη χρονική στιγμή t=2s.
δ. Το ποσοστό της δυναμικής ενέργειας του δίσκου που μετατράπηκε σε
$δ_1$: κινητική ενέργεια του δίσκου, $δ_2$: κινητική ενέργεια της τροχαλίας και $δ_3$: κινητική ενέργεια του κυλίνδρου, μέχρι τη χρονική στιγμή t=2s.
ε. Ο ρυθμός μεταβολής κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t=2s.
Δίνονται g=10m/s^2 και η ροπή αδράνειας και των τριών στερών I =mR^2/2.

Απ: α) 2m/s^2, β) 12N, γ)4m, 4m, δ) 30%, 10%, 60%, δ) 96J/s