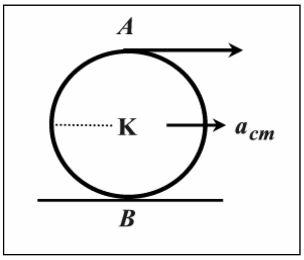
4. Η δυναμική της σύνθετης κίνησης και της κύλισης

ΘΕΜΑΤΑ Α

Α4.1 Σφαίρα ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και κάποια χρονική στιγμή t το κέντρο μάζας της έχει μετατοπιστεί κατά dx_{cm} και ένα σημείο της περιφέρειάς της έχει διαγράψει γωνία dθ. Την ίδια στιγμή έχει γωνιακή ταχύτητα, ω, ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_{cm}$, γωνιακή επιτάχυνση $α_{γν}$ και επιτάχυνση κέντρου μάζας $α_{cm}$.



Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
α. Τα dx_{cm} και dθ συνδέονται με τη σχέση $dx_{cm}=R\cdot d\theta$.
β. Ισχύουν οι σχέσεις $υ_{cm}=ωR$ και $α_{cm}=α_{γν}\cdot R$.
γ. Η ταχύτητα του σημείου Β είναι μηδέν, όταν $υ_{cm}\neq 0$
δ. Η επιτάχυνση του σημείου Β είναι μηδέν, όταν $υ_{cm}\neq 0$.
ε. Η στιγμιαία ταχύτητα του σημείου Α είναι $υ_A=2υ_{cm}$.

Α4.2 Μια μπάλα ηρεμεί αρχικά πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Αν τις ασκηθούν δυνάμεις με συνισταμένη, $\Sigma\vec{F}$ και αλγεβρικό άθροισμα ροπών, Στ, ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
α. Αν, $\Sigma\vec{F}=0$ και Στ=0, η μπάλα μπορεί να αρχίσει να περιστρέφεται γύρω από νοητό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της, αλλά δεν μεταφέρεται.
β. Αν, $\Sigma\vec{F}\neq 0$ και Στ=0, η μπάλα κάνει μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση.
γ. Αν $\Sigma\vec{F}\neq 0$ και Στ≠0, η μπάλα κάνει σύνθετη μεταβαλλόμενη κίνηση.
δ. Αν $\Sigma\vec{F}=0$ και Στ≠0, η μπάλα κάνει μόνο μεταβαλλόμενη περιστροφική κίνηση.

Α4.3 Ποιες από τις εκδοχές που ακολουθούν είναι πιθανές;
Αν σε ένα στερεό σώμα ισχύουν ταυτόχρονα $\Sigma\vec{F}=0$ και Στ=0 τότε το σώμα μπορεί:
α. να βρίσκεται σε ηρεμία.
β. να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή μεταφορική κίνηση.
γ. να εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση.
δ. να εκτελεί σύνθετη ομαλή κίνηση.

Α4.4 Αν σε ένα στερεό σώμα το $\Sigma\vec{F}$ και το Στ είναι σταθερά και διάφορα του μηδενός, τότε το σώμα μπορεί να εκτελεί:
α. ομαλή στροφική κίνηση.
β. σύνθετη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.
γ. σύνθετη ομαλή κίνηση.
δ. ομαλά μεταβαλλόμενη μεταφορική κίνηση.

Α4.5 Ποιες από τις εκδοχές που ακολουθούν είναι πιθανές;
Αν σε ένα στερεό σώμα ισχύουν ταυτόχρονα, $\Sigma\vec{F}\neq 0$ και Στ=0, τότε το σώμα μπορεί να εκτελεί:
α. μεταβαλλόμενη μεταφορική κίνηση.
β. μεταβαλλόμενη μεταφορική κίνηση και ομαλή στροφική ταυτόχρονα.
γ. σύνθετη ομαλή κίνηση.
δ. μεταβαλλόμενη μεταφορική και μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση ταυτόχρονα.
ε. ομαλή στροφική κίνηση.

Α4.6 Ποιες από τις εκδοχές που ακολουθούν είναι πιθανές;
Αν σε ένα στερεό σώμα ισχύουν ταυτόχρονα, $\Sigma\vec{F}=0$ και $\Sigma\tau\neq0$, τότε το σώμα μπορεί να εκτελεί:
α. μεταβαλλόμενη μεταφορική και ομαλή στροφική κίνηση ταυτόχρονα.
β. σύνθετη ομαλή κίνηση.
γ. μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση.
δ. ευθύγραμμη ομαλή μεταφορική κίνηση και μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση ταυτόχρονα.

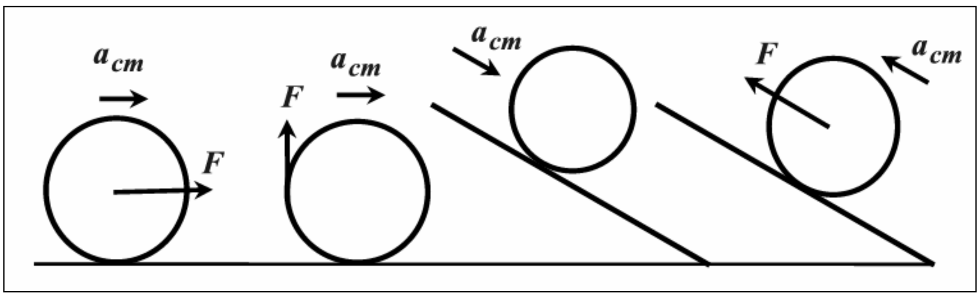
Α4.7 Να αντιστοιχήσετε τα ζεύγη των σχέσεων της αριστερής στήλης με τα αντίστοιχες κινήσεις της δεξιάς στήλης:

1. $\Sigma\vec{F}=0$ και $\Sigma\tau=0$	α. Μεταφορική και στροφική και οι δύο μεταβαλλόμενες
2. $\Sigma\vec{F}\neq0$ και $\Sigma\tau=0$	β. Ομαλή στροφική
3. $\Sigma\vec{F}\neq0$ και $\Sigma\tau\neq0$	γ. Μεταβαλλόμενη στροφική
4. $\Sigma\vec{F}=0$ και $\Sigma\tau\neq0$	δ. Μεταβαλλόμενη μεταφορική και ομαλή στροφική

Α4.8 Σε ένα στερεό σώμα που είναι αρχικά ακίνητο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις. Αν $\Sigma\vec{F}$ είναι η συνισταμένη των δυνάμεων και $\Sigma\tau$ είναι το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών ως προς οποιοδήποτε σημείο, ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
α. Αν $\Sigma\vec{F}=0$, τότε το σώμα μένει ακίνητο.
β. Αν $\Sigma\tau=0$, τότε το σώμα δεν περιστρέφεται αλλά μπορεί να μεταφέρεται.
γ. Αν $\Sigma\vec{F}=0$ και $\Sigma\tau=0$ τότε το σώμα ισορροπεί.
δ. Αν $\Sigma\vec{F}\neq0$ και $\Sigma\tau\neq0$ τότε το σώμα περιστρέφεται και μεταφέρεται.

Α4.9 Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα μεταφορική και περιστροφική κίνηση. Ο θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης $\Sigma\tau=I\cdot\alpha_{\gamma\nu}$ ισχύει και στην περίπτωση αυτή, αρκεί ο άξονας γύρω από τον οποίο το σώμα περιστρέφεται να
α. διέρχεται από το κέντρο μάζας του.
β. είναι άξονας συμμετρίας.
γ. μην αλλάζει διεύθυνση κατά τη διάρκεια της κίνησης.
δ. όλα τα παραπάνω.

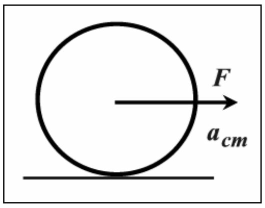
Α4.10 Να σχεδιάσετε όλες τις υπόλοιπες δυνάμεις που ασκούνται στους δίσκους του επόμενου σχήματος με την προϋπόθεση ότι αυτοί κυλίονται επιταχυνόμενα πάνω σε τραχύ επίπεδο.



Α4.11 Μια σφαίρα αφήνεται σε κεκλιμένο επίπεδο και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
α. Το επίπεδο σίγουρα δεν είναι λείο.
β. Υπεύθυνη για την επιτάχυνση του κέντρου βάρους της είναι μόνο η δύναμη του βάρους.
γ. Η γωνιακή επιτάχυνση όλων των σημείων της είναι ίδια και διατηρείται σταθερή.

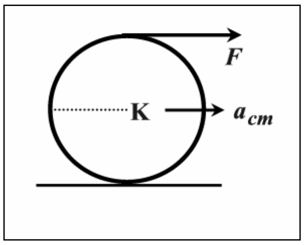
δ. Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων που δέχεται, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι μηδέν.
ε. Υπεύθυνη για τη γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας είναι μόνο η στατική τριβή με το επίπεδο.
στ. Αν το επίπεδο ήταν λείο η σφαίρα θα έκανε μόνο μεταφορική κίνηση.

! Α4.12 Μια σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε ένα τραχύ οριζόντιο επίπεδο υπό την επίδραση της δύναμης F που διέρχεται από το κέντρο μάζας της, όπως στο σχήμα. Αν κάποια στιγμή εισέλθει σε λείο οριζόντιο επίπεδο, τότε η κίνηση που θα κάνει στη συνέχεια είναι:



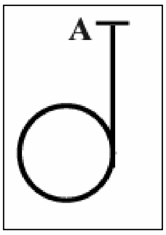
α. ομαλή μεταφορά και ομαλή περιστροφή.
β. επιταχυνόμενες μεταφορά και περιστροφή
γ. επιταχυνόμενη μεταφορά και ομαλή περιστροφή.
δ. επιβραδυνόμενη μεταφορά και ομαλή περιστροφή.

! Α4.13 Σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο με σταθερή επιτάχυνση δεχόμενη τη δύναμη που φαίνεται στο σχήμα. Αν ξαφνικά η δύναμη F καταργηθεί τότε η κίνηση της σφαίρας στη συνέχεια θα



α. κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ομαλά.
β. επιταχύνεται μεταφορικά και θα περιστρέφεται ομαλά.
γ. θα επιβραδύνεται μεταφορικά και θα περιστρέφεται ομαλά.

! Α4.14 Ο δίσκος του σχήματος έχει τυλιγμένο νήμα στο αυλάκι του και αφήνεται να πέσει χωρίς το νήμα να γλιστράει μέσα στο αυλάκι. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;



α. Ο δίσκος κάνει μεταφορική και περιστροφική κίνηση.
β. Σε κάθε χρονική στιγμή ισχύει $υ_{cm}=ωR$.
γ. Το κέντρο μάζας του δίσκου πέφτει με σταθερή επιτάχυνση, g.
δ. Η πτώση του κέντρου μάζας είναι ίση με το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται.

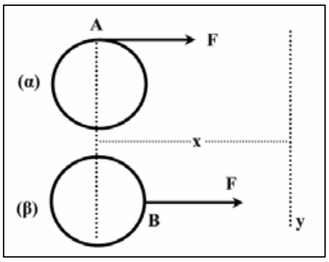
! Α4.15 Μια σφαίρα εκτοξεύεται κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου και ανεβαίνει κυλιόμενη χωρίς να ολισθαίνει, φτάνει σε κάποιο μέγιστο ύψος και μετά αρχίζει να κατεβαίνει. Σε όλη την πορεία η σφαίρα δέχεται τη δύναμη του βάρους της και τη δύναμη από το κεκλιμένο. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
α. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας είναι το ίδιο στην άνοδο και στην κάθοδο.
β. Η δύναμη της στατικής τριβής έχει την ίδια κατεύθυνση στην άνοδο και στην κάθοδο.
γ. Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας έχει την ίδια κατεύθυνση στην άνοδο και την κάθοδο.
δ. Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης έχει την ίδια κατεύθυνση στην άνοδο και την κάθοδο.

! Α4.16 Μπάλα του bowling εκτοξεύεται στο πάτωμα και κάποια στιγμή αρχίζει να κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς να ολισθαίνει. Αν οι αντιστάσεις του αέρα θεωρηθούν αμελητέες, η κίνηση της μπάλας μετά την αποκατάσταση της κύλισης είναι

α. επιταχυνόμενη β. ομαλή γ. επιβραδυνόμενη

<u>ΘΕΜΑΤΑ Β</u>

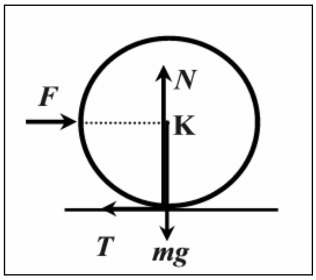
Β4.1 Οι δύο όμοιοι δίσκοι (α) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο τραπέζι χωρίς τριβές με όλη τους την επιφάνεια να εφάπτεται της επιφάνειας του τραπεζιού. Αρχικά οι δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν ίδια απόσταση x από την ευθεία y. Ασκούμε στον κάθε δίσκο τις ίδιες σταθερές δυνάμεις F με τον τρόπο που φαίνεται στο σχήμα, τη μια πάντα στο σημείο A και την άλλη πάντα στο σημείο, B. Αν το κέντρο μάζας του δίσκου (α) χρειάζεται χρόνο $t_α$ για να φτάσει στην ευθεία y, ενώ του δίσκου (β) χρόνο $t_β$, τότε:



α. $t_α>t_β$ β. $t_α=t_β$ γ. $t_α<t_β$

(Θέμα πανελλαδικών εξετάσεων 2005)

!Β4.2 Μια στεφάνη με ροπή αδράνειας $I_{cm}=mR^2$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, υπό την επίδραση σταθερής και οριζόντιας δύναμης F η οποία ασκείται στο κέντρο μάζας της.



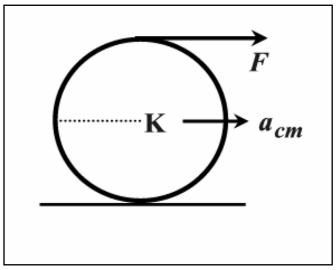
Ι. Η σχέση των μέτρων των F και T είναι:

α. F=2T β. F=3T γ. F=4T

ΙΙ. Η περιοχή τιμών του συντελεστή στατικής τριβής για να είναι δυνατή η κύλιση χωρίς ολίσθηση είναι

α. $μ_σ>0$ β. $μ_σ\geq\frac{F}{2mg}$ γ. $μ_σ\geq\frac{F}{mg}$

!Β4.3 Ο τροχός μάζας m, ακτίνας R και ροπής αδράνειας $I_{cm}=mR^2/2$ δέχεται επίδραση σταθερής δύναμης F και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



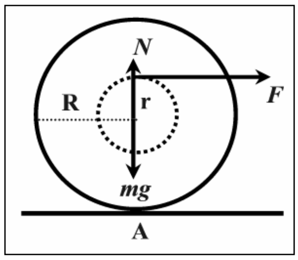
Ι. Για τα μέτρα των δυνάμεων F και T ισχύει:

α. F=2T β. F=T γ. F=3T

ΙΙ. Η περιοχή τιμών του συντελεστή στατικής τριβής για να είναι δυνατή η κύλιση χωρίς ολίσθηση είναι

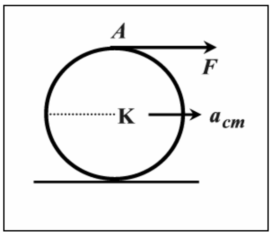
α. $μ_σ>0$ β. $μ_σ\geq\frac{F}{3mg}$ γ. $μ_σ\geq\frac{F}{mg}$

Β4.4 Αβαρές νήμα είναι τυλιγμένο στον άξονα του τροχού που φαίνεται στο σχήμα. Ο τροχός έχει ακτίνα, R, ο άξονας ακτίνα, r=R/2 και η ροπή αδράνειας του τροχού είναι, $I_{cm}=mR^2/2$, όπου m η μάζα του τροχού. Θέλουμε ο τροχός να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο και για το σκοπό αυτό τραβάμε το νήμα με οριζόντια σταθερή δύναμη, F. Το μέτρο της στατικής τριβής μεταξύ τροχού και επιπέδου είναι:



α. T=0 β. T=F γ. T=F/2

!B4.5 Μια στεφάνη μάζας m, ακτίνας R με όλη τη μάζα συγκεντρωμένη στην περιφέρεια έχει τυλιγμένο νήμα στο οποίο ασκείται σταθερή δύναμη F και το ξετυλίγει ενώ αυτή βρίσκεται αρχικά ακίνητη πάνω σε **λείο** επίπεδο.

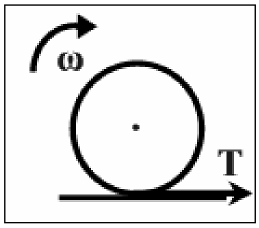


α. Είναι αδύνατον η στεφάνη να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει

β. Είναι δυνατόν να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει υπό προϋποθέσεις για το μέτρο της δύναμης F.

γ. Κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει για κάθε τιμή της δύναμης, F.

•**B4.6** Η σφαίρα του σχήματος μάζας m ακτίνας R και ροπής αδράνειας I κινείται στο οριζόντιο επίπεδο υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου F η οποία ασκείται στο κέντρο μάζας της. Στο σχήμα φαίνεται η φορά της στατικής τριβής που δέχεται η σφαίρα και η φορά περιστροφής της. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



I. Η δύναμη F έχει:

α. Ίδια φορά με τη τριβή T. β. Αντίθετη φορά από την T.

II. Το μέτρο της στατικής τριβής είναι:

α. $T=\dfrac{I\cdot F}{I+mR^2}$ β. $T=\dfrac{I\cdot F}{mR^2}$ γ. $T=F$

B4.7 Ομογενής κύλινδρος με ροπή αδράνειας $I_{cm}=mR^2/2$ αφήνεται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ.

I. Για να είναι δυνατή η κύλιση χωρίς ολίσθηση θα πρέπει ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου να είναι:

α. $\mu_\sigma \geq εφφ$ β. $\mu_\sigma \geq εφφ/3$ γ. $\mu_\sigma \leq εφφ/3$

II. Η περιοχή τιμών του μ_σ για τις οποίες είναι δυνατή η κύλιση καθορίζεται από

α. Τη μάζα και το σχήμα του στερεού.

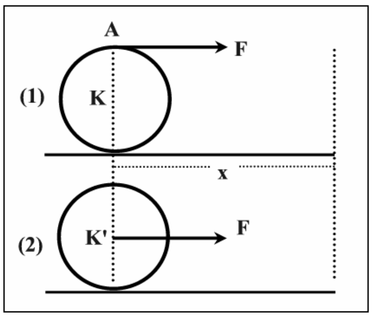
β. Την κλίση του κεκλιμένου και το σχήμα του στερεού

γ. Την κλίση του κεκλιμένου και τη μάζα του στερεού.

!B4.8 Δύο κύλινδροι ο ένας συμπαγής με ροπή αδράνειας $I_1=(1/2)MR^2$ και ο άλλος κοίλος με $I_2=MR^2$, ίδιας μάζας και ακτίνας, αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθεροι από το ίδιο ύψος του ίδιου κεκλιμένου επιπέδου και κατεβαίνουν ενώ κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν. Ποιος από τους δύο θα φτάσει γρηγορότερα στη βάση;

α. Ο συμπαγής β. Ο κοίλος γ. Θα φτάσουν ταυτόχρονα

B4.9 Οι δύο πανομοιότυποι ομογενείς κύλινδροι ξεκινάνε από την ηρεμία και επιταχύνονται υπό την επίδραση δύο ίσων δυνάμεων που ασκούνται στο μεν (1) στο σημείο A, στον δε (2) στο κέντρο, K. Οι κύλινδροι κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν και έχουν ροπή αδράνειας $I=mR^2/2$. Να απαντήσετε στα ερωτήματα που ακολουθούν και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



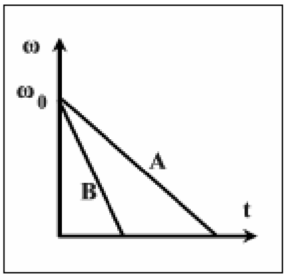
I. Για τις επιταχύνσεις των κέντρων μάζας ισχύει:

α. $\alpha_1=\alpha_2$ β. $\alpha_1=2\alpha_2$ γ. $\alpha_2=2\alpha_1$

II. Για τις περιστροφές που θα διαγράψουν μέχρι τα κέντρα μάζας τους να διαγράψουν την ίδια απόσταση, x, ισχύει:

α. $N_1=N_2$ β. $N_1=2N_2$ γ. $N_2=2N_1$

! B4.10 Δύο σφαίρες ίδια μάζας και ακτίνας, αλλά διαφορετικής κατανομής μάζας, φτάνουν με την ίδια γωνιακή ταχύτητα στην βάση κεκλιμένου επιπέδου το οποίο αρχίζουν να ανεβαίνουν κυλιόμενες χωρίς να ολισθαίνουν. Στο σχήμα φαίνεται η μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας Α και της σφαίρας, Β.



Ι. Για τις απόλυτες τιμές της γωνιακής τους επιβράδυνσης ισχύει:

α. $\alpha_{γν,Α}>\alpha_{γν,Β}$ β. $\alpha_{γν,Α}<\alpha_{γν,Β}$ γ. $\alpha_{γν,Α}=\alpha_{γν,Β}$

ΙΙ. Για τις ροπές αδράνειας ισχύει:

α. $I_A>I_B$ β. $I_A<I_B$ γ. $I_A=I_B$

ΙΙΙ. Για τις περιστροφές, Ν, που κάνουν μέχρι να σταματήσουν ισχύει:

α. $N_A>N_B$ β. $N_A<N_B$ γ. $N_A=N_B$

•Β4.11 Δακτύλιος μάζας m, ακτίνας R και ροπής αδράνειας $I=mR^2$ εκτοξεύεται προς τα πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $φ=30^0$ και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας, g.

Ι. Η επιβράδυνση του κέντρου μάζας της σφαίρας έχει μέτρο:

α. g/2 β. g/3 γ. g/4

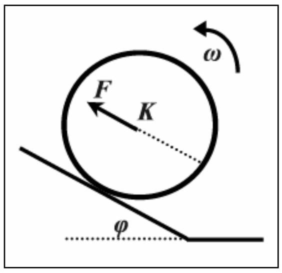
ΙΙ. Η δύναμη που ασκεί το κεκλιμένο στη σφαίρα έχει μέτρο:

α. $mg\sqrt{3}/2$ β. 2mg/4 γ. $mg\sqrt{13}/4$

ΙΙΙ. Αν αφήναμε τον δακτύλιο να κατέβει το κεκλιμένο, η επιτάχυνση του κέντρου μάζας θα ήταν:

α. g/2 β. g/3 γ. g/4

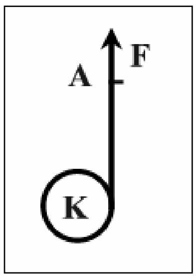
•Β4.12 Η κοίλη σφαίρα του σχήματος μάζας m εισέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας κλίσης $φ=30^0$, με αρχική ταχύτητα και υπό την επίδραση σταθερής δύναμης, μέτρου $F=\frac{1}{3}mg$. Η δύναμη ασκείται στο κέντρο μάζας και είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο. Η ροπή αδράνειας της σφαίρας είναι $I=2mR^2/3$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, g.



Ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας έχει μέτρο:

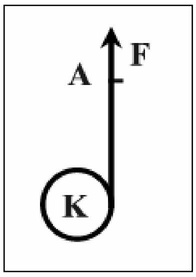
α. g/R β. g/10R γ. g/3R

•Β4.13 Ομογενής κύλινδρος έχει μάζα m, ακτίνα R και ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος σ' αυτόν ίση με $I_K=(1/2)mR^2$. Σε μικρό αυλάκι που είναι χαραγμένο στην κυλινδρική του επιφάνεια τυλίγεται αβαρές νήμα στο άκρο του οποίου, Α, εφαρμόζεται κατακόρυφη σταθερή δύναμη F=4mg. Ο κύλινδρος αρχίζει να περιστρέφεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ και το κέντρο μάζας του κινείται κατακόρυφα. Το μέτρο της επιτάχυνση του σημείου Α είναι:



α. g β. 3g γ. 11g

• **B4.14** Ομογενής κύλινδρος έχει μάζα m, ακτίνα R και ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος σ' αυτόν ίση με $I_K=mR^2/2$. Σε μικρό αυλάκι που είναι χαραγμένο στην κυλινδρική του επιφάνεια τυλίγεται αβαρές νήμα στο άκρο του οποίου, Α, εφαρμόζεται κατακόρυφη σταθερή δύναμη $F=\frac{1}{2}mg$. Ο κύλινδρος αρχίζει να περιστρέφεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ και το κέντρο μάζας του κινείται κατακόρυφα. Το μέτρο της επιτάχυνση του σημείου Α είναι:



α. g/2 β. g γ. 2g

! B4.15 Κύλινδρος και σφαίρα ίδιας μάζας m και ίδιας ακτίνας R αφήνονται ταυτόχρονα να κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν από την ίδια θέση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ.
I. Ο λόγος των επιταχύνσεων των κέντρων μάζας του κυλίνδρου $α_κ$ προς αυτήν τη σφαίρας ας είναι:

α. $\frac{α_κ}{α_σ}=\frac{2}{3}$ β. $\frac{α_κ}{α_σ}=\frac{14}{15}$ γ. $\frac{α_κ}{α_σ}=\frac{15}{14}$

II. ο λόγος των ταχυτήτων με τις οποίες φτάνουν τα δύο σώματα στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

α. $\frac{υ_κ}{υ_σ}=\sqrt{\frac{14}{15}}$ β. $\frac{υ_κ}{υ_σ}=\sqrt{\frac{15}{14}}$ α. $\frac{υ_κ}{υ_σ}=\sqrt{\frac{2}{3}}$

III. Ο λόγος των χρόνων που κάνουν να φτάσουν στη βάση του κεκλιμένου είναι

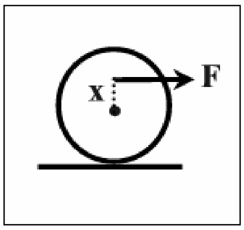
α. $\frac{t_κ}{t_σ}=\sqrt{\frac{14}{15}}$ **β.** $\boldsymbol{\frac{t_κ}{t_σ}=\sqrt{\frac{15}{14}}}$ γ. $\frac{t_κ}{t_σ}=\sqrt{\frac{2}{3}}$

B4.16 Σφαίρα μάζας m, ακτίνας R κατεβαίνει κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ. Να αποδείξετε ότι για να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει θα πρέπει ο συντελεστής στατικής τριβής να έχει τιμές:

α. $μ_σ \geq \frac{2εφφ}{5}$ β. $μ_σ \geq \frac{7εφφ}{2}$ γ. $μ_σ \geq \frac{2εφφ}{7}$

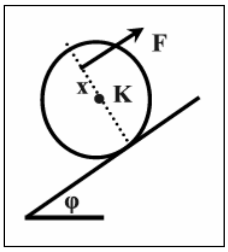
Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς ένα άξονα συμμετρίας της είναι $I_{cm}=2mR^2/5$.

B4.17 Η ελάχιστη απόσταση x, πάνω από το κέντρο μάζας στην οποία μπορούμε να ασκήσουμε οριζόντια δύναμη F ώστε η σφαίρα ($I=0,4mR^2$) να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε λείο επίπεδο είναι



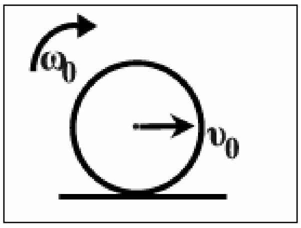
α. R β. 0,4R γ. 0,2R

B4.18 Στον κύλινδρο του σχήματος ($I=½mR^2$) η δύναμη F είναι κατά μέτρο διπλάσια του βάρους mg και η γωνία φ έχει ημφ=0,5. Αν το επίπεδο είναι τελείως λείο, σε πόση απόσταση x πρέπει να ασκηθεί η δύναμη ώστε ο κύλινδρος να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει;



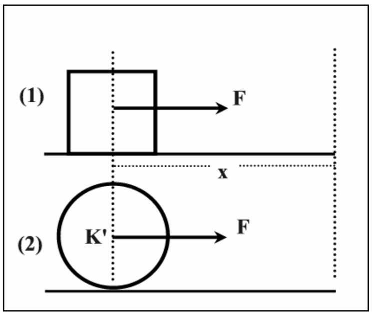
α. R β. 2R/5 γ. R/5 δ. 3R/8

B4.19 Ο τροχός του σχήματος εκτοξεύεται προς τα δεξιά πάνω στο οριζόντιο επίπεδο με αρχική ταχύτητα υ_0 και αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0. Να σχεδιάσετε το διάνυσμα της τριβής στις παρακάτω περιπτώσεις και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας:



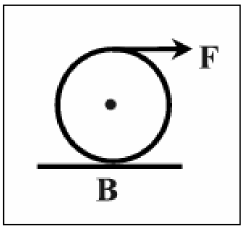
1. $\upsilon_0=\omega_0 R$,   2. $\upsilon_0=0$ 3. $\omega_0=0$,   4. $\upsilon_0>\omega_0 R$ 5. $\upsilon_0<\omega_0 R$

B4.20 Πάνω στην ίδια επιφάνεια ηρεμούν αρχικά ένας κύβος και μια σφαίρα ίδιας μάζας m. Η σφαίρα έχει ροπή αδράνειας $I=0,4mR^2$. Ασκούμε και στα δύο σώματα την ίδια δύναμη $F=2\mu mg$, όπου μ ο συντελεστής τριβής ολίσθησης και στις δύο επιφάνειες. Ο κύβος ολισθαίνει και η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Ποιανού σώματος το κέντρο μάζας διανύει πιο γρήγορα την απόσταση x:



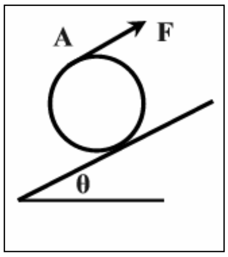
α. της σφαίρας   β. του κύβου   γ. κανένα από τα δύο

B4.21 Γύρω από ομογενή κύλινδρο ροπής αδράνειας $I=0,5mR^2$ έχουμε τυλίξει νήμα στο οποίο ασκούμε σταθερή δύναμη F έτσι ώστε αυτός να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η επιτάχυνση του σημείου B που εφάπτεται με το επίπεδο είναι



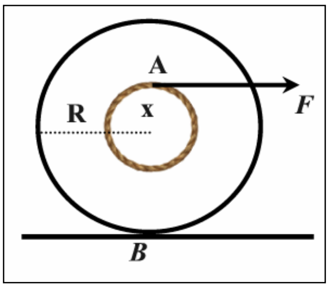
α. προς τα δεξιά ίσου μέτρου με αυτή του κέντρου μάζας του κυλίνδρου, a_{cm}.
β. μηδενική
γ, προς τα δεξιά διπλάσιου μέτρου της a_{cm}.
δ. προς τα αριστερά μέτρου ίσου με την a_{cm}.

B4.22 Γύρω από ένα ομογενή κύλινδρο μάζας m, ακτίνας R και ροπής αδράνειας $I=0,5mR^2$ έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Τον τοποθετούμε πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ με ημθ=0,6 και συνθ=0,8 και του ασκούμε σταθερή δύναμη F=2mg στο άκρο A του νήματος παράλληλη προς το επίπεδο. Ο κύλινδρος παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής $\mu_\sigma=\mu=0,5$.



I. Να διερευνήσετε προς τα πού θα κινηθεί ο κύλινδρος με ποια φορά περιστροφής και αν θα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
II. Η επιτάχυνση α_{cm} είναι:
α. $\alpha_{cm}=g$ β. $\alpha_{cm}=2,27g$ γ. $\alpha_{cm}=1,80g$

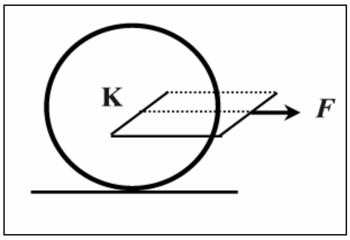
B4.23 Σε ένα ομογενή κύλινδρο μάζας m, ακτίνας R και ροπής αδράνειας $I=0,5mR^2$ έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα γύρω από εγκοπή ακτίνας x=R/4. Στην άκρη του νήματος A ασκούμε δύναμη F και ο κύλινδρος κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο
I. Να εξετάσετε αν ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
II. Η σχέση μεταξύ των επιταχύνσεων των σημείων A και B είναι:



α. $\alpha_A/\alpha_B=3/4$ β. $\alpha_A/\alpha_B=7/4$ γ. $\alpha_A/\alpha_B=9/4$

ΘΕΜΑΤΑ Γ

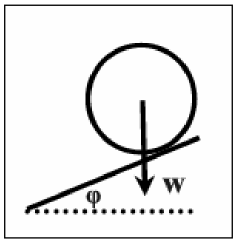
Γ4.1 Ο τροχός του σχήματος έχει μάζα m=20kg και ακτίνα R=0,4m και ηρεμεί αρχικά πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στον άξονα του τροχού οριζόντια δύναμη F=20N με αποτέλεσμα ο τροχός να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογιστούν:



α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του.
β. Η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού.
γ. Η δύναμη της στατικής τριβής.
δ. Ο αριθμός των περιστροφών που διαγράφει σε χρόνο 4s.
Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος σ' αυτόν, $I=mR^2$.

α. $\alpha=0,5m/s^2$, β. $\alpha_{\gamma\nu}=1,25rad/s^2$, γ. $T=10N$, δ. $N=5/\pi$ στ.

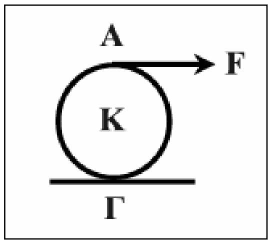
Γ4.2 Ομογενής δακτύλιος μάζας m και ακτίνας R=0,4m αφήνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ από σημείο ενός κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης, φ με ημφ=0,8, να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Ο δακτύλιος φτάνει στη βάση του κεκλιμένου σε χρόνο t=4s. Να υπολογιστούν:



α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δακτυλίου.
β. Η γωνιακή επιτάχυνση.
γ. Η απόσταση που διένυσε το κέντρο μάζας στα 4s.
δ. Η ταχύτητα του σημείου του δακτυλίου που απέχει από το κεκλιμένο επίπεδο απόσταση 0,8m τη χρονική στιγμή t=4s.
ε. Το πλήθος των περιστροφών που διέγραψε ο δακτύλιος μέσα στα 4s.
Δίνονται η ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του, $I_{cm}=mR^2$ και το $g=10m/s^2$.

α. $\alpha_{cm}=4m/s^2$, β. $\alpha_{\gamma\nu}=10rad/s^2$, γ.s=32m, δ $\upsilon_A=32m/s$, ε. $N=40/\pi$ στρ.

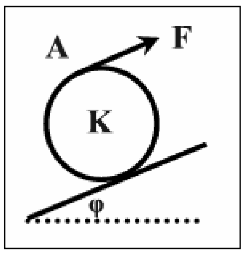
Γ4.3 Γύρω από τροχό μάζας m=4kg ακτίνας R=0,2m είναι τυλιγμένο αβαρές σχοινί στο ελεύθερο άκρο του οποίου ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη F=12N. Ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογιστούν:



α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του τροχού.
β. Η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού.
γ. Η εφαπτομενική επιτάχυνση του σημείου A.
δ. Η επιτάχυνση του σημείου, Γ τη χρονική στιγμή t=1s.
ε. Το μέτρο της στατικής τριβής.
στ. Οι τιμές του συντελεστή μέγιστης στατικής τριβής ώστε ο τροχός με αυτήν τη δύναμη, F=12N, να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Δίνεται $g=10m/s^2$, και η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος σ' αυτόν, $I_K=mR^2/2$.

α. $\alpha=4m/s^2$, β. $\alpha_{\gamma\nu}=20rad/s^2$, γ) $\alpha_A=8m/s^2$, δ. $\alpha_\Gamma=80rad/s^2$, ε. $T=4N$, στ. $\mu>0,1$

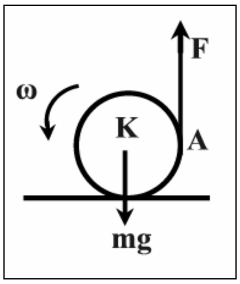
Γ4.4 Στην επιφάνεια λεπτής στεφάνης ακτίνας R, μάζας m=2kg, υπάρχει χαραγμένο αυλάκι στο οποίο είναι τυλιγμένο αβαρές λεπτό νήμα. Στο ελεύθερο άκρο του νήματος ασκούμε σταθερή δύναμη, F παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ η στεφάνη είναι ακίνητη και υπό την επίδραση της δύναμης αρχίζει να ανεβαίνει το κεκλιμένο επίπεδο, κυλιόμενος, χωρίς να ολισθαίνει. Μετρήσαμε ότι σε χρόνο t=2s από τη στιγμή που άρχισε η κύλιση, ξετυλίχτηκε νήμα μήκους L=5m. Να



υπολογιστούν:
α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας της στεφάνης.
β. Το μέτρο της δύναμης F.
γ. Οι τιμές του συντελεστή στατικής τριβής είναι δυνατόν να κυλίεται η στεφάνη χωρίς να ολισθαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο.
δ. Η ταχύτητα του σημείου Α τη χρονική στιγμή t=2s.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό της, $I=mR^2$.

α. $α_K=2,5m/s^2$, β. F=10N, γ. $μ>\sqrt{3}/6$, δ.10m/s

Γ4.5 Στο αυλάκι ενός ομογενούς δίσκου ακτίνας R=0,5m και μάζας M=1kg έχουμε τυλίξει αβαρές νήμα και ο δίσκος αρχικά βρίσκεται στο ακίνητος στο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκούμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σταθερή κατακόρυφη δύναμη F=6N και ο δίσκος αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογιστούν:



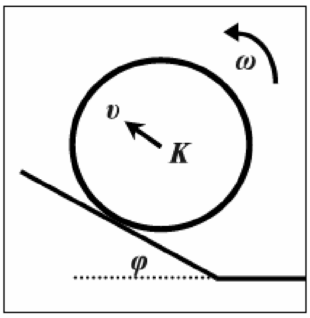
α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας,
β. Το μέτρο της επιτάχυνσης του σημείου Α τη στιγμή της εκκίνησης.
γ. Το μήκος του νήματος που ξετυλίχτηκε από $t_0=0$ έως $t_1=2s$.
δ. Στα 2s το νήμα κόβεται. Πόση είναι η μετατόπιση του Κ από $t_1=2s$ έως $t_2=4s$.
Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_{cm}=MR^2/2$.

α.$4m/s^2$ β. $4\sqrt{2}m/s^2$, γ.8m, δ. 16m

Α4.6 Μια σφαίρα ακτίνας R=0,1m κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα $ω_0=100rad/s$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ συναντά κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $φ=30^0$ και αρχίζει να το ανεβαίνει πάντα κυλιόμενη. Να υπολογιστούν:
α. Το μέτρο της γωνιακής επιβράδυνσης της σφαίρας.
β. Η χρονική στιγμή θα σταματήσει στιγμιαία.
γ. Το διάστημα που θα διανύσει μέχρι να σταματήσει.
Δ. Η ταχύτητα με την οποία επιστρέφει στο οριζόντιο επίπεδο.
Δίνονται $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας της σφαίρας $I_{cm}=2mR^2/5$.

α. $α_{γν}=35,7rad/s^2$, β. t=2,7s, γ. s=14m, δ.10m/s

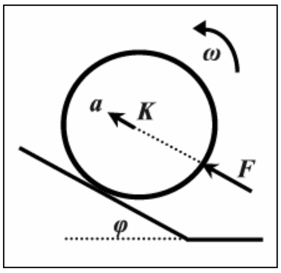
! Γ4.7 Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας m=10kg και ακτίνας R=0,1m κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ με ημφ=0,56. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο $υ_0=8m/s$. Δίνεται $I_K=2mr^2/5$. Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:



α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής τη χρονική στιγμή $t_0=0$.
β. Το μέτρο της επιβράδυνσης του κέντρου μάζας.
γ. Το μέτρο της στατικής τριβής.
δ. Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας καθώς ανεβαίνει τη χρονική στιγμή t που θα έχει διαγράψει N=30/π περιστροφές.

α. $ω_0=80rad/s$, β. $α_{cm}=4m/s^2$, γ. T=16N, δ. υ=4m/s

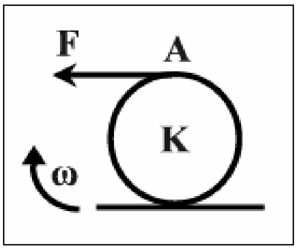
! A4.8 Ο κύλινδρος μάζας m=4kg και ακτίνας R=0,2m ανεβαίνει κυλιόμενος το κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$ με τη βοήθεια σταθερής δύναμης, F που ασκείται στο κέντρο μάζας του και είναι παράλληλη προς το οριζόντιο επίπεδο. Η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου είναι $\alpha_{\gamma\nu}=20rad/s^2$. Δίνονται $g=10m/s^2$ και $I_K=mR^2/2$.



Να υπολογιστούν:
α. Το μέτρο της δύναμης, F.
β. Το μέτρο της στατικής τριβής,Τ.
γ. Το πλήθος των περιστροφών που διαγράφει σε Δt=10s, αν ξεκινάει από την ηρεμία.
d. Κάποια χρονική στιγμή που η ταχύτητα είναι $\upsilon_{cm}=40m/s$ η δύναμη F μηδενίζεται ακαριαία. Κατά πόσο μετατοπίζεται από εκείνη τη στιγμή το κέντρο μάζας του κυλίνδρου μέχρι να σταματήσει στιγμιαία;

α.F=44N, β. T=8N, γ. N=500/π περ. δ. Δx=.

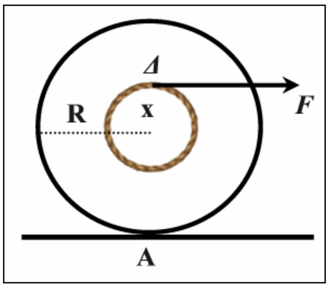
! A4.9 Η σφαίρα μάζας m=2kg και ακτίνας R=0,1m κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ και ενώ έχει γωνιακή ταχύτητα $\omega_0=200rad/s$ δέχεται σταθερή εφαπτομενική δύναμη, F, στο ανώτερο σημείο της περιφέρειά της. Η σφαίρα επιβραδύνεται και σταματάει τη χρονική στιγμή $t_1=2s$, ενώ συνεχώς κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Δίνεται $I_K=2mR^2/5$. Να υπολογιστούν:



α. Το μέτρο της επιβράδυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας.
β. Το μέτρο της δύναμης, F.
γ. Το μέτρο και την κατεύθυνση της στατικής τριβής, Τ.
δ. Η επιτάχυνση του σημείου Α τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.

α. $\alpha=10m/s^2$, β. F=14N, γ. T=6N , προς τα αριστερά. δ. $-20m/s^2$

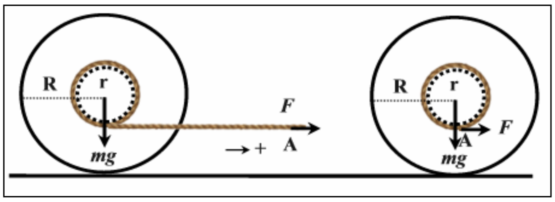
! A4.10 Αβαρές νήμα είναι τυλιγμένο στον άξονα του τροχού που φαίνεται στο σχήμα. Ο τροχός έχει ακτίνα, R, ο άξονας έχει ακτίνα, x, όπου x<R και η συνολική μάζα του συστήματος τροχού και άξονα είναι m=10kg και αρχικά είναι ακίνητος. Θέλουμε ο τροχός να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο και για το σκοπό αυτό τραβάμε τη χρονική στιγμή $t_0=0$, το νήμα με οριζόντια σταθερή δύναμη, F με μέτρο F=30N, της οποίας ο φορέας βρίσκεται πάνω από το κέντρο μάζας του τροχού.



α. Να υπολογιστεί η δύναμη της στατικής τριβής Τ που ασκείται μεταξύ τροχού και επιπέδου, ως συνάρτηση της απόστασης, x και της ακτίνας R. Να κάνετε και τη σχετική γραφική παράσταση, T=f(x). Δίνεται η ροπή αδράνειας $I_{cm}=mR^2/2$.
Αν είναι x=R/2 να βρείτε τη χρονική στιγμή t=10s:
β. τη μετατόπιση και την ταχύτητα του κέντρου μάζας
γ. τη μετατόπιση και την ταχύτητα του σημείου Δ.
δ. το μήκος του νήματος που ξετυλίχτηκε στο χρονικό διάστημα των 10s.

α. $T=\frac{20}{R}(x-\frac{R}{2})$, *β. 150m, 30m/s, γ. 225m, 45m/s, δ.75m*

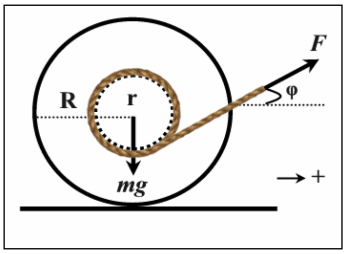
•Γ4.11 Οι δύο ομόκεντροι δίσκοι του σχήματος έχουν ακτίνες R=0,4m και r=0,1m, είναι συγκολλημένοι και το σύστημά τους έχει συνολική μάζα, m=4kg και ροπή αδράνειας $I=0,36kgm^2$. Γύρω από το μικρό κύλινδρο είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα στο άκρο του οποίου ασκούμε δύναμη μέτρου F=20N στο άκρο του νήματος Α με τον τρόπο που βλέπουμε στο σχήμα. Να υπολογιστούν:



α. Η γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος.
β. Το μέτρο και η κατεύθυνση της στατικής τριβής, Τ.
γ. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ που άρχισε να εφαρμόζεται η δύναμη, το σύστημα ήταν ακίνητο και το νήμα ξετυλιγμένο κατά 0,3m. Μετά πόσο χρόνο το νήμα έχει τυλιχτεί όλο στον κύλινδρο και πόση είναι η μετατόπιση του κέντρου μάζας στο ίδιο χρονικό διάστημα;

α. $\alpha_{\gamma\omega}=6rad/s^2$, β. Τ=10,4Ν, αριστερά, γ. t=1s, L=1,2m

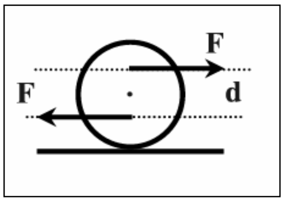
•Γ4.12 Δύο κύλινδροι με ακτίνες R και r με R=2r αντιστοίχως είναι συνδεδεμένοι έτσι ώστε να σχηματίζουν ένα αυλάκι στο οποίο είναι τυλιγμένο αβαρές σχοινί και βρίσκονται πάνω σε οριζόντια επίπεδη επιφάνεια. Η μάζα του συστήματος είναι m και η ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κοινό τους κέντρο και είναι κάθετος σ' αυτούς είναι Ι. Δύναμη μέτρου F ασκείται στο άκρο του σχοινιού, έτσι ώστε η διεύθυνσή της να σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο επίπεδο και βάζει το σύστημα σε κύλιση χωρίς ολίσθηση τη χρονική στιγμή t=0, όπου $\omega_0=0$.



α. Να βρεθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος
β. Πόσο πρέπει να είναι η γωνία φ ώστε να κυλίεται ομαλά;
γ. Για ποιες τιμές της γωνίας φ το σύστημα θα κυλήσει προς τα αριστερά;
δ. Αν F=20N, r=0,1m R=0,2m, συνφ=0,8, m=1kg, $I=0,06kgm^2$, πόσο είναι το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται στο χρονικό διάστημα από 0 έως 2s;

α. $\alpha=FR(R\sigma\upsilon\nu\varphi-r)/(I+mR^2)$, β.$\varphi=60^0$, γ. $\varphi>60^0$, δ.$\Delta l=2,4m$

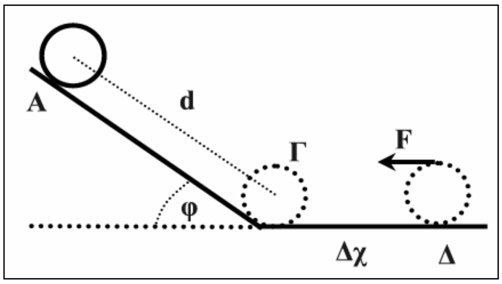
Γ4.13 Ομογενής κύλινδρος μάζας m=2kg και ακτίνας R=0,1m ισορροπεί σε οριζόντιο δάπεδο με τον άξονα παράλληλο στο δάπεδο. Τη στιγμή t=0 ασκούμε στον κύλινδρο ζεύγος δυνάμεων, μέτρου F=4N η κάθε μια των οποίων οι φορείς βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας του κυλίνδρου και είναι κάθετο στον άξονα. Οι φορείς των δύο δυνάμεων του ζεύγους απέχουν d=R/2. Δίνονται $I=mR^2/2$ και $g=10m/s^2$.



Α. Αν το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο:
α. Τι είδους κίνηση θα κάνει ο κύλινδρος και γιατί;
β. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του ανωτέρου σημείου του κυλίνδρου τη στιγμή t=3s.
Β. Αν το δάπεδο δεν είναι λείο και ο συντελεστής μέγιστης στατικής τριβής μεταξύ δαπέδου και κυλίνδρου είναι μ=0,5 να βρείτε:
γ. Για ποιες τιμές του μέτρου F της κάθε δύναμης του ζεύγους, ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
δ. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του ανώτερου σημείου του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t=3s, αν η F=4N.

A. 6m/s,, B. $F\leq 30N$, $\upsilon=4m/s$

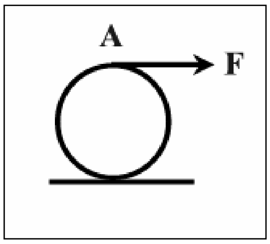
Γ4.14 Ο σφαιρικός φλοιός μάζας m=0,8kg, ακτίνας R=0,1m αφήνεται από την κορυφή Α κεκλιμένου επιπέδου ΑΓ γωνίας κλίσης $φ=30^0$ και μήκους d=1,5m. Ο φλοιός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



α. Πόσο είναι το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του φλοιού όταν θα έχει διανύσει την απόσταση d;
β. Όταν ο φλοιός εισέλθει στο οριζόντιο επίπεδο δέχεται σταθερή δύναμη F=3N συνεχώς εφαπτομένη στο ανώτερο σημείο του. Κατά πόσο Δx πρέπει να μετατοπιστεί το κέντρο μάζας του ώστε να σταματήσει, ενώ συνεχώς κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει;
γ. Ποιος είναι ο λόγος T_1/T_2 των μέτρων των στατικών τριβών που δέχεται ο φλοιός στο κεκλιμένο και οριζόντιο επίπεδο;
Η ροπή αδράνειας του σφαιρικού φλοιού ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του είναι $I=2mR^2/3$ και το $g=10m/s^2$.

α. υ=3m/s, β. Δx=1m, γ.T_1/T_2=8/3

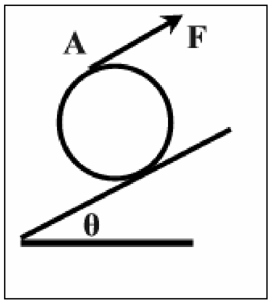
•**Γ4.15** Κύλινδρος μάζας m=40kg ακτίνας R=0,5m είναι αρχικά ακίνητος πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβή με συντελεστή μέγιστης στατικής τριβής $μ_σ=0,2$. Ο συντελεστής $μ_σ$ θεωρείται ίσος με το συντελεστή τριβής ολίσθησης. Ασκούμε στον κύλινδρο σταθερή δύναμη μέτρου F=120N, όπως στο σχήμα και ο κύλινδρος αρχίζει να κινείται. Δίνονται $g=10m/s^2$ και $I_{cm}=mR^2/2$.



α. Να εξετάσετε το είδος της κίνησης του κυλίνδρου.
β. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας και τη γωνιακή επιτάχυνση.
γ. Αν η δύναμη είναι F=300N, πόση θα γίνει τότε η επιτάχυνση του κέντρου μάζας και η γωνιακή επιτάχυνση;

α. Κύλιση χωρίς ολίσθηση, β. $4m/s^2$, $8rad/s^2$, γ. $9,5m/s^2$, $22rad/s^2$

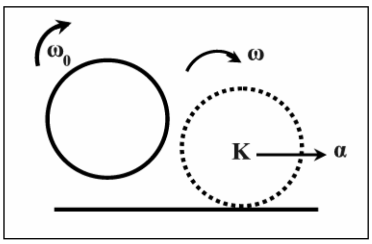
•**Γ4.16** Γύρω από ένα ομογενή κύλινδρο μάζας M=2kg και ακτίνας R=0,1m έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα. Τον τοποθετούμε πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης θ με ημθ=0,8 και συνθ=0,6 και του ασκούμε σταθερή δύναμη F=5N στο άκρο Α του νήματος παράλληλη προς το επίπεδο. Ο κύλινδρος παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής $μ_σ=μ=0,25$.



α. Να διερευνήσετε προς τα πού θα κινηθεί ο κύλινδρος με ποια φορά περιστροφής και αν θα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
β. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση $α_{cm}$.
γ. Να υπολογιστούν η μετατόπιση του άξονα περιστροφής, η ταχύτητα του κέντρου μάζας και η γωνιακή ταχύτητα τη χρονική στιγμή t=1s.
Δίνονται $g=10m/s^2$, $I=mR^2/2$

α. Ο κύλινδρος ολισθαίνει προς τα κάτω ενώ στρέφεται δεξιόστροφα., β. $4m/s^2$, γ. 2m, 4m/s, 20rad/s.

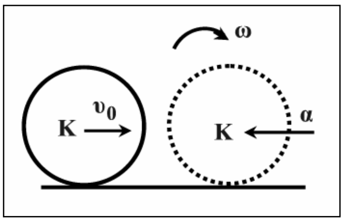
•**Γ4.17** Λεπτή κυκλική στεφάνη μάζας m, ακτίνας R=0,2m, περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $ω_0=100rad/s$ πάνω από οριζόντιο έδαφος και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ την αφήνουμε να πέσει στο έδαφος από πολύ μικρό ύψος, έτσι ώστε η αρχική ταχύτητα του κέντρου μάζας της να είναι μηδενική. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ αυτής και του εδάφους μ=0,1, ο οποίος και θεωρείται ίσος με το συντελεστή στατικής τριβής. Να υπολογιστούν:



α. Η χρονική που η στεφάνη θα αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει .
β. Η ταχύτητα $υ_{cm}$ του κέντρου μάζας Κ της στεφάνης, όταν θα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
γ. Η γωνιακή ταχύτητα της στεφάνης όταν θα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
δ. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις για $υ_{cm}$=f(t) και ω=f(t), από 0 έως 20s.
Δίνεται $g=10m/s^2$. Η ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της Κ και είναι κάθετος σ' αυτήν είναι $I_K=mR^2$.

α. t=10s, β. $υ_{cm}$=10m/s, γ. ω=50rad/s

•**Γ4.18** Σφαίρα ηρεμεί πάνω σε οριζόντια τραχιά επιφάνεια με την οποία ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι μ=0,2 και θεωρείται ίσος με το συντελεστή στατικής τριβής. Με κατάλληλο χτύπημα δίνουμε τη χρονική στιγμή t_0=0, στο κέντρο μάζας της σφαίρας ταχύτητα $υ_0$=7m/s με διεύθυνση παράλληλη προς το έδαφος, ενώ την ίδια στιγμή η γωνιακή της ταχύτητα είναι μηδέν, $ω_0$=0.



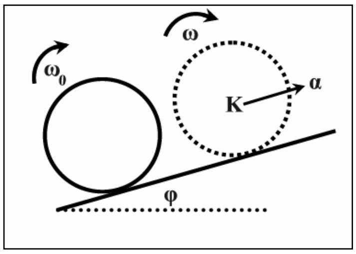
Να υπολογιστούν:
α. Η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία αρχίζει η σφαίρα να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
β. Το αντίστοιχο διάστημα που πρέπει να διανύσει το κέντρο μάζας ώστε να συμβεί αυτό.
Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα συμμετρίας της σφαίρας είναι $I_K=2mr^2/5$.

α. t_1=1s, β. s=6m

•**Γ4.19** Σφαίρα ακτίνας r=0,1m εκτοξεύεται κατά μήκος οριζόντιας και επίπεδης επιφάνειας τη χρονική στιγμή t_0=0 με ταχύτητα κέντρου μάζας $υ_0$ και αρχική γωνιακή ταχύτητα $ω_0$=100rad/s. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σφαίρας και επιφάνειας είναι μ=0,4, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς ένα άξονα συμμετρίας της είναι $I_O=2mr^2/5$. Να υπολογιστεί η χρονική στιγμή που θα αρχίσει η κύλιση της σφαίρας χωρίς ολίσθηση αν δίνεται ότι: i. $υ_0$=10m/s, ii. $υ_0$=17m/s, iii. $υ_0$=5m/s.

i. t=0, ii. t=0,5s, iii. t=0,36s

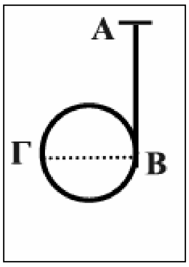
•**Γ4.20** Μια κυκλική στεφάνη ακτίνας R=0,1m έχει όλη της τη μάζα ομοιόμορφα συγκεντρωμένη στην περιφέρεια και περιστρέφεται αρχικά με γωνιακή ταχύτητα $ω_0$=68rad/s ενώ το κέντρο μάζας της είναι ακίνητο. Και τη χρονική στιγμή t_0=0, την αφήνουμε απαλά πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης, φ. Αν ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ στεφάνης και επιπέδου θεωρηθεί ίσος με το συντελεστή τριβής ολίσθησης και είναι μ=0,8, να υπολογιστούν:
α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας για το διάστημα που περιστρέφεται και ολισθαίνει ταυτόχρονα.



β. Η χρονική στιγμή, t_1 που αρχίζει η στεφάνη να κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει).
γ. Η απόσταση s_1 που θα διανύσει η στεφάνη σ' αυτό το χρονικό διάστημα, t_0–t_1.
δ. Στη συνέχεια η στεφάνη κυλίεται ομαλά επιβραδυνόμενη και κάποια χρονική στιγμή t_2 σταματάει. Να υπολογιστεί η χρονική στιγμή t_2 και η μετατόπιση του κέντρου μάζας της στο χρονικό διάστημα t_2–t_1.
Δίνονται, $g=10m/s^2$, ημφ=0,6 και συνφ=0,8 και η ροπή αδράνειας της στεφάνης $I=mR^2$.

α. $α=0,4m/s^2$ β. t_1=1s, γ. s_1=0,2m, δ. t_2=1,133s, Δs≈0,027m

! Γ4.21 Ομογενής κυλινδρικός δίσκος ακτίνας R=0,1m και μάζας M=0,5kg είναι τυλιγμένος με αβαρές νήμα η άλλη άκρη του οποίου είναι κρεμασμένη σε ακλόνητο σημείο. Αφήνουμε το δίσκο ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t_0=0$ όπου $υ_0=0$, $ω_0=0$. Ο δίσκος αρχίζει να πέφτει κατακόρυφα. Να υπολογιστούν τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.

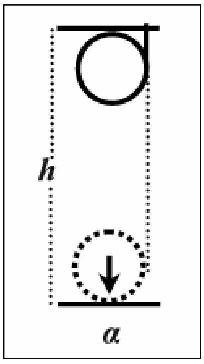


α. Η ταχύτητα και η μετατόπιση του κέντρου μάζας.
β. Ο αριθμός των περιστροφών του δίσκου.
γ. Οι ταχύτητες των σημείων Β και Γ.
δ. Η δύναμη που δέχεται το ακλόνητο σημείο Α.
ε. Τη χρονική στιγμή $t_1=2s$, το νήμα κόβεται. Ποια θα είναι η συνολική μετατόπιση του CM του δίσκου από $t_0=0$ έως $t_2=4s$.

Δίνεται το $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας του δίσκου $I=MR^2$.

α. y=10m, υ=10m/s, β. N=50/π,γ. $υ_B=0$, $υ_Γ=20m/s$, *δ. F=2,5N, ε. 50m*

Γ4.22 Το «γιο–γιο» του σχήματος έχει μορφή ομογενούς δίσκου μάζας m=0,3kg ακτίνας R=0,3m και αφήνεται να πέσει χωρίς τριβές με τον αέρα, ενώ το ελεύθερο άκρο του νήματος που είναι τυλιγμένο γύρω του στηρίζεται σε ακλόνητο σημείο της οροφής. Όταν ξεκινάει την πτώση του, η περιφέρειά του εφάπτεται της οροφής. Να υπολογιστούν:

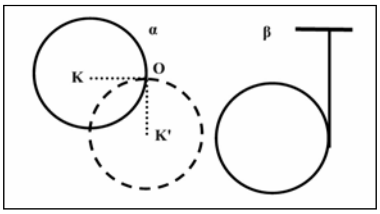


α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του και η τάση του νήματος.
β. Το χρονικό διάστημα που περνάει από τη στιγμή που αρχίζει η πτώση μέχρι να ακουμπήσει η περιφέρειά του στο πάτωμα.
γ. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας τη στιγμή που φτάνει στο πάτωμα.

Δίνονται το $g=10m/s^2$, η ροπή αδράνειας, $I=mR^2/2$ και η απόσταση h=0,9m από την οροφή ως το δάπεδο.

α. $α_κ=20/3m/s^2$, *T=1N, β. t=0,3s, υ=2m/s*

Γ4.23 Ο λεπτός ομογενής δίσκος του σχήματος (α) έχει μάζα M=9kg, ακτίνα R=1/30m και μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο της περιφέρειάς του. Αρχικά ο δίσκος βρίσκεται σε τέτοια θέση, ώστε η ακτίνα ΟΚ που συνδέει το σημείο Ο με το κέντρο μάζας Κ του δίσκου (που συμπίπτει με το κέντρο του δίσκου), να είναι οριζόντια. Από αυτή τη θέση αφήνουμε το δίσκο να στραφεί. Η γωνιακή επιτάχυνση με την οποία ο δίσκος ξεκινά τη στροφική του κίνηση έχει μέτρο $α_{γν}=200rad/s^2$.



α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του που διέρχεται από το σημείο Ο.

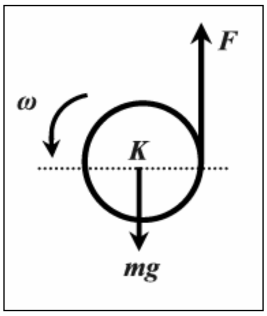
Τυλίγουμε πολλές φορές ένα αβαρές, μη εκτατό νήμα γύρω από έναν ίδιο δίσκο και την ελεύθερη άκρη του νήματος τη στερεώνουμε στην οροφή, σχηματίζοντας ένα γιο-γιο, όπως φαίνεται στο σχήμα (β). Αφήνουμε ελεύθερο το δίσκο και αυτός ξεκινά να κατέρχεται με το νήμα διαρκώς κατακόρυφο και χωρίς αυτό να γλιστρά ως προς το δίσκο.

β. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου όταν έχει ξετυλιχθεί νήμα με μήκος ίσο με την ακτίνα του δίσκου.

Δίνεται $g=10m/s^2$. Επίσης δεν θεωρείται γνωστός ο τύπος της ροπής αδράνειας ομογενή δίσκου για άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.

α. $I=0,015kgm^2$, *β.* $I_{cm}=0,005kgm^2$, *γ. 20rad/s*

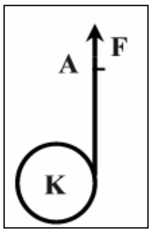
! Γ4.24 Γύρω από ομογενή κύλινδρο (γιο–γιο) μάζας m=0,2kg ακτίνας R=0,1m είναι τυλιγμένο αβαρές σχοινί και στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού ασκείται κατακόρυφη σταθερή δύναμη F με φορά προς τα πάνω έτσι ώστε το κέντρο μάζας του κυλίνδρου, Κ, να μένει στο ίδιο ύψος πάνω από το έδαφος, ενώ ο κύλινδρος περιστρέφεται.



α. Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης, F.
β. Με πόση γωνιακή επιτάχυνση περιστρέφεται ο κύλινδρος;
γ. Πόσο μήκος σχοινιού έχει ξετυλιχτεί μέχρι ο κύλινδρος να αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα ω=100rad/s.
δ. Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα είναι ω=100rad/s κόβεται το νήμα. Μετά από χρονικό διάστημα Δt=2s, αφότου κόπηκε το νήμα να υπολογιστούν η ταχύτητα του κέντρου Κ και η ταχύτητα του σημείου του δίσκου που βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το Κ αριστερά αυτού και σε απόσταση R από αυτό.
Δίνεται το $g=10m/s^2$ και η ροπή αδράνειας του δίσκου $I=MR^2/2$.

α. F=2N, β. $a_{γν}=200rad/s^2$, γ. s=2,5m, δ.20m/s, 30m/s

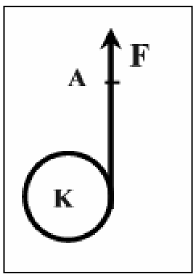
•Γ4.25 Ο δίσκος του σχήματος έχει μάζα m=1,5kg ακτίνα, R=0,25m και ροπή αδράνειας $I_K=mR^2/2$. Σταθερή δύναμη F=18N ασκείται στην άκρη του νήματος που είναι τυλιγμένο γύρω από το δίσκο. Η κίνηση ξεκινάει τη χρονική στιγμή t=0 με $ω_0=0$ και $υ_0=0$. Να υπολογιστούν:



α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας και η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.
β. Η επιτάχυνση του άκρου του νήματος, Α, που είναι και σημείο εφαρμογής της δύναμης, F.
γ. Οι μετατοπίσεις του σημείου Α και του κέντρου μάζας Κ τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.
δ. Οι ταχύτητες του σημεία Α και του κέντρου μάζας Κ τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.
ε. Το πλήθος των περιστροφών μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.

α. $α=2m/s^2$(προς τα πάνω), $α_{γν}=96rad/s^2$, β. $α_A=26m/s^2$, γ. 52m, 4m, δ. 52m/s, 4m/s, ε. N=96/π

•Γ4.26 Ομογενής κύλινδρος έχει μάζα m, ακτίνα R και ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος σ' αυτόν ίση με $I_K=mR^2/2$. Σε μικρό αυλάκι που είναι χαραγμένο στην κυλινδρική του επιφάνεια τυλίγεται αβαρές νήμα στο άκρο του οποίου, Α, εφαρμόζεται κατακόρυφη σταθερή δύναμη F. Ο κύλινδρος αρχίζει να περιστρέφεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$.Να υπολογιστούν:

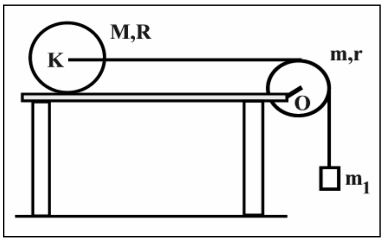


α. το μέτρο της δύναμης F,
β. η επιτάχυνση του σημείου Α, και
γ. το μήκος, ΔL, του νήματος που ξετυλίγεται μετά από χρόνο, t=1s,
στις περιπτώσεις που το κέντρο μάζας του κυλίνδρου, Κ:
i. Κατεβαίνει με επιτάχυνση μέτρου $5m/s^2$. ii. Ανεβαίνει με επιτάχυνση μέτρου $5m/s^2$. iii. Μένει ακίνητο.

i.5N, $5m/s^2$, 5m ii) 15N, $35m/s^2$, 15m, iii) 10N, $20m/s^2$,10m

ΘΕΜΑΤΑ Δ

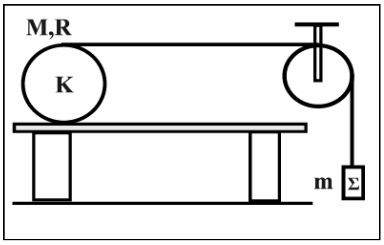
!Δ4.1 Νήμα αβαρές συνδέει σώμα μάζας m_1=2kg με το κέντρο Ο του τροχού που έχει μάζα M=1kg ακτίνα R=0,1m και ροπή αδράνειας ως προς άξονα που περνάει από το κέντρο Ο, $I_O=(1/2)MR^2$. Η σύνδεση γίνεται μέσω τροχαλίας μάζας m=1kg και ακτίνας r=0,05m η οποία θεωρείται ομογενής δίσκος με ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της Κ και είναι κάθετος σ' αυτήν $I_K=(1/2)mr^2$.Αν αφήσουμε το σώμα να πέσει και ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, να υπολογιστούν:



α. Η επιτάχυνση του σώματος.
β. Η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού.
γ. Η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.
δ. Η γωνία που θα έχει διαγράψει ένα σημείο του τροχού μέσα στο χρόνο που θα χρειαστεί το σώμα για να μετατοπιστεί κατά 10cm.Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. $\alpha=5m/s^2$, β. $\alpha_{\gamma\nu}=50rad/s^2$, γ) $\alpha_{\gamma\nu}'=100rad/s^2$, δ. $\theta=1rad$

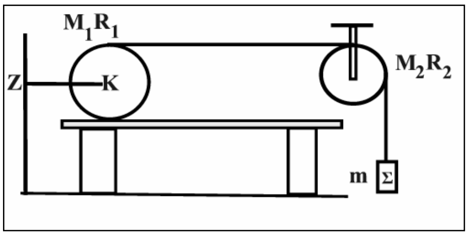
•Δ4.2 Στο σύστημα που φαίνεται στο σχήμα ο ομογενής κύλινδρος, μάζας M=8kg και ακτίνας R, έχει ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος σ' αυτόν, $I_K=MR^2/2$, ενώ η τροχαλία είναι **αβαρής ($I_{\tau\rho o}$=0).** Σώμα Σ έχει μάζα m=1kg και συνδέεται με τον κύλινδρο μέσω αβαρούς νήματος το οποίο δεν ολισθαίνει μέσα στο αυλάκι της τροχαλίας και αφήνεται να πέσει. Το νήμα είναι τυλιγμένο μέσα σε ειδικό αυλάκι που είναι χαραγμένο στην επιφάνειά του κυλίνδρου. Να υπολογιστούν:



α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας, Κ του κυλίνδρου, αν αυτός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
β. Η τάση του νήματος, F.
γ. Η μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου στον οριζόντιο άξονα, όταν η μετατόπιση του σώματος στον κατακόρυφο άξονα είναι dy=1m. Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. $\alpha_K=1,25m/s^2$, β. F=7,5N, γ. dx=0,5m

•Δ4.3 Στο σύστημα που φαίνεται στο σχήμα ο ομογενής κύλινδρος, μάζας M_1=8kg και ακτίνας R_1, έχει ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος σ' αυτόν, $I_1=M_1R_1^2/2$, ενώ η τροχαλία είναι έχει μάζα M_2=1kg, ακτίνα R_2 και ροπή αδράνεια $I_2=M_2R_2^2$. Σώμα Σ έχει μάζα m=1kg και συνδέεται με τον κύλινδρο μέσω αβαρούς νήματος το οποίο δεν ολισθαίνει μέσα στο αυλάκι της τροχαλίας και αφήνεται να πέσει. Το νήμα είναι τυλιγμένο μέσα σε ειδικό αυλάκι που είναι χαραγμένο στην επιφάνειά του κυλίνδρου.

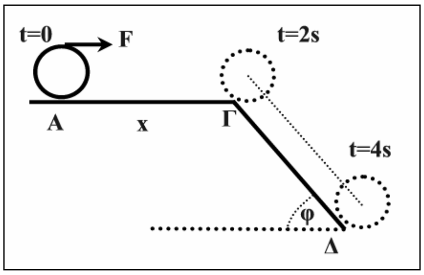


Αρχικά το κέντρο μάζας του τροχού Κ είναι δεμένο με ακλόνητο σημείο Ζ μέσω του νήματος ΖΚ και το σύστημα ισορροπεί. Να υπολογιστεί η τάση του νήματος ΖΚ.
Κόβουμε το νήμα ΖΚ και το σύστημα κινείται έτσι ώστε ο κύλινδρος να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογιστούν:
α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας, Κ του κυλίνδρου, αν αυτός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
β. Η επιτάχυνση του σώματος m.
γ. Η δύναμη που ασκεί το νήμα στο σώμα m.

δ. Η μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου στον οριζόντιο άξονα, όταν η μετατόπιση του σώματος στον κατακόρυφο άξονα είναι dy=1m. Δίνεται $g=10m/s^2$.

α. F=20N. β. $\alpha_K=1m/s^2$, β.$\alpha=2m/s^2$ γ. F=8N, δ. dx=0,5m

!Δ4.4 Σε ειδικό αυλάκι χαραγμένο στην περιφέρεια ενός τροχού που έχει μάζα m=2kg και ακτίνα R=0,2m, έχει τυλιχτεί αβαρές νήμα. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ τραβάμε το νήμα με σταθερή δύναμη μέτρου F=30N και ο τροχός αρχίζει από την ηρεμία να κυλίεται στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογιστούν:



α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του τροχού και το μέτρο της στατικής τριβής, Τ.

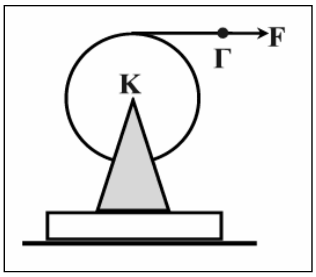
β. Η μέγιστη τιμή της δύναμης F, ώστε να μην έχουμε ολίσθηση, αν ο συντελεστής μέγιστης στατικής τριβής μεταξύ επιπέδου και τροχού είναι $\mu_s=0,8$.

γ. Η μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της δύναμης F και το μήκος του νήματος που ξετυλίγεται μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=2s$ που ο τροχός φτάνει στο σημείο Γ.

δ. Στη συνέχεια ο τροχός κατεβαίνει **λείο** κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$. Να βρείτε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής και την ταχύτητα του κέντρου μάζας τη χρονική στιγμή $t_2=4s$, ενώ θα κατεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο. Δίνονται $g=10m/s^2$ και $I_K=(1/2)mR^2$.

α. $\alpha=20m/s^2$, T=10N, β. $F_{max}=48N$, γ. Δx=80m, ΔL=40, δ.200rad/s, 50m/s

•Δ4.5 Ο τροχός του σχήματος μάζας m=1kg και ακτίνας R=0,4m μπορεί να στρέφεται ελεύθερα γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του Κ. Ο άξονας στηρίζεται σε βάση, η οποία είναι τοποθετημένη σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο ο συντελεστής τριβής είναι μ=0,1. Η βάση μαζί με τον άξονα και τα στηρίγματα έχει μάζα M=9kg. Γύρω από τον τροχό είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα, του οποίου, το ελεύθερο άκρο, Γ, το τραβάμε με σταθερή δύναμη μέτρου F=50N. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, τροχός και βάση είναι ακίνητα. Δίνονται $I_K=mR^2/2$ και $g=10m/s^2$. Να υπολογιστούν:



α. Η επιτάχυνση α της βάσης.

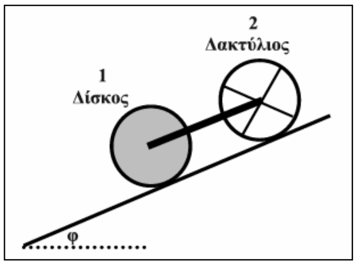
β. Η επιτάχυνση α_Γ του σημείου, Γ, εφαρμογής της δύναμης.

γ. Τις μετατοπίσεις των σημείων Γ και Κ τη χρονική στιγμή t=10s.

δ. Το μήκος του νήματος που ξετυλίχτηκε μέχρι τη χρονική στιγμή t=10s.

α. $\alpha=4m/s^2$, β. $\alpha_\Gamma=104m/s^2$, γ. $x_\Gamma=5200m$, $x_K=200m$, δ. L=5000m

•Δ4.6 Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ αφήνονται να κυλήσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας Μ και ίδιας ακτίνας R. Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_1=MR^2/2$ και του δακτυλίου $I_2=MR^2$ ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους.



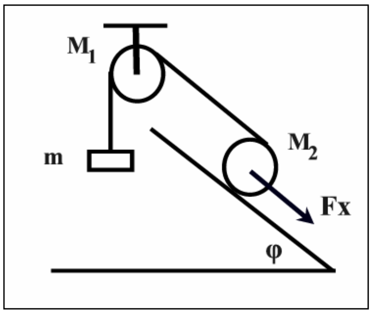
α. Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί

τριβές. Το σύστημα κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει. Η μάζα κάθε στερεού είναι M=1kg, το ημφ=0,7 και $g=10\ m/s^2$·
β. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα, αν είναι δεδομένο ότι η δύναμη αυτή ασκείται κατά μήκος της ράβδου. Μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και σχεδιάστε τις πιο πάνω δυνάμεις
γ. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση α του συστήματος.
δ. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις της στατικής τριβής.

α. $α_1>α_2$. β. F=1N, γ. $α=1m/s^2$, $T_1=0,5N$, $T_2=1N$

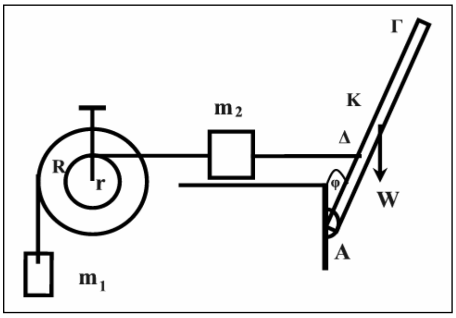
•**Δ4.7** Στη διάταξη που φαίνεται στο σχήμα το σώμα που κρέμεται από το νήμα έχει μάζα m=3kg. Ο ομογενής κύλινδρος μάζας $M_2=8kg$ και ακτίνας $R_2=R$ βρίσκεται τοποθετημένος πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $φ=30^0$ και συνδέεται με αβαρές νήμα, μέσω τροχαλίας μάζας $M_1=8kg$ και ακτίνας $R_2=R$. Το νήμα είναι τυλιγμένο σε μικρό αυλάκι του κυλίνδρου και δεν ολισθαίνει μέσα σ' αυτό.



α. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί με τη βοήθεια της δύναμης F_x που ασκείται στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου και είναι παράλληλη προς το κεκλιμένο. Να υπολογιστεί το μέτρο της F_x.
β. Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος m.
γ. Κατά πόσο θα μετατοπιστεί κατακόρυφα το σώμα, m, αν ο κύλινδρος μετατοπιστεί κατά x=1m πάνω στο κεκλιμένο;
Δίνονται $g=10m/s^2$ και οι ροπές αδράνειας των στερεών $I=MR^2/2$.

α. $F_x=20N$, β. $α=1m/s^2$, γ. y=2m

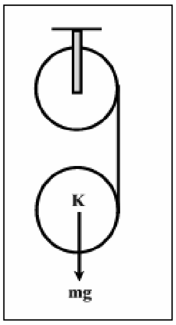
!Δ4.8 Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος L=2m και μάζα M=4kg έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί έτσι ώστε να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία κλίσης φ, (ημφ=0,8, συνφ=0,6) Στο σημείο Δ δένεται με νήμα και ισχύει ΑΔ=L/3. Το νήμα συνδέεται με σώμα μάζας $m_2=1kg$ που ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο και με τη βοήθεια δεύτερου νήματος που είναι τυλιγμένο στο αυλάκι ακτίνας r=0,1m της τροχαλίας. Στο εξωτερικό αυλάκι της τροχαλίας ακτίνας R είναι τυλιγμένο νήμα που φέρει σώμα $m_1=4kg$ που ισορροπεί. Η τροχαλία έχει $I=0,63kgm^2$. Για τη ράβδο δίνεται $I_K=ML^2/12$ και $g=10m/s^2$.



Κατά τη διάρκεια της ισορροπίας του συστήματος να βρεθούν:
α. Οι τάσεις και των τριών νημάτων.
β. Η ακτίνα R.
Τη χρονική στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα στο σημείο Δ. Να υπολογίσετε:
γ. Τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου τη στιγμή που κόβεται το νήμα.
δ. Τις επιταχύνσεις των δύο σωμάτων m_1 και m_2.
Τη στιγμή που το σώμα m_1 θα έχει πέσει κατά h=1m να βρείτε :
ε. την ταχύτητα του σώματος m_1 τη στιγμή που αυτό θα έχει πέσει κατά 1m.

α.80N,80N,40N, β. R=0,2m,γ γ. $6rad/s^2$,δ. $α_1=2m/s^2$,$α_2=1m/s^2$, ε.2m/s.

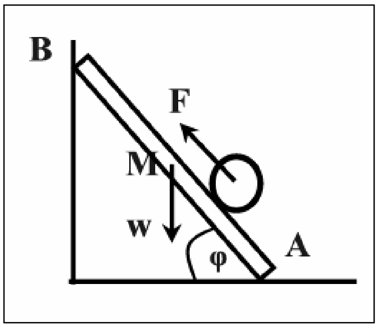
•**Δ4.9** Δύο κυλινδρικοί δίσκοι έχουν ίδια μάζα m=2kg και ίδια ακτίνα R=0,2m και ροπή αδράνεια ως προς τον άξονα συμμετρίας τους και περιστροφής τους, $I=(1/2)mR^2$. Ο ένας δίσκος μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό άξονα, όπως φαίνεται στο σχήμα, ενώ αβαρές λεπτό νήμα είναι τυλιγμένο γύρω και από τους δύο δίσκους. Αν αφήσουμε το δεύτερο δίσκο ελεύθερο αυτός πέφτει ενώ ταυτόχρονα περιστρέφεται. Δίνεται $g=10m/s^2$. Να υπολογιστούν:



α. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κάτω δίσκου.
β. Η τάση του νήματος,
γ. Η γωνιακή επιτάχυνση του κάθε δίσκου.
δ. Τη δύναμη που δέχεται ο άξονας της τροχαλίας.
ε. Το μήκος του νήματος που ξετυλίχτηκε συνολικά, 2s αφότου αφήσαμε ελεύθερο το δίσκο.

α. $\alpha=8m/s^2$, β. T=4N, γ. $\alpha_{\gamma\nu}=20rad/s^2$, δ. F=24N, ε.16m

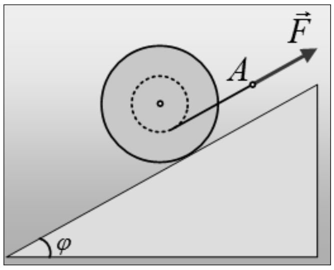
!Δ4.10 Η λεπτή ομογενής δοκός AB του σχήματος μήκους $L=7,5\sqrt{2}m$ και μάζας M=20kg ακουμπά σε λείο κατακόρυφο τοίχο OB και ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία $\varphi=45^0$με το οριζόντιο δάπεδο. Ένας ομογενής, λεπτός δίσκος μάζας m=1kg και ακτίνας R κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει) κατά μήκος της δοκού προς το άκρο B, υπό την επίδραση δύναμης μέτρου $F=20\sqrt{2}N$, παράλληλης στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου.
β) το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του δίσκου τη στιγμή που φτάνει στο ανώτερο σημείο B της δοκού, αν ο δίσκος ξεκίνησε να κινείται από τη βάση A χωρίς ταχύτητα.
γ) Το μέτρο και τη διεύθυνση της δύναμης $\vec{A}$ που ασκεί ο δίσκος στη ράβδο.
δ) Τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής μεταξύ δοκού και δαπέδου ώστε ο δίσκος να φτάσει στο άκρο B της δοκού, χωρίς η δοκός να ολισθήσει στο δάπεδο.
Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς το κέντρο μάζας του $I=mR^2/2$ και $g=10m/s^2$.

Απ: α)$10\sqrt{2}m/s^2$, β) $10\sqrt{3}m/s$,γ) A=10N, δ) $\mu\geq 0,5$

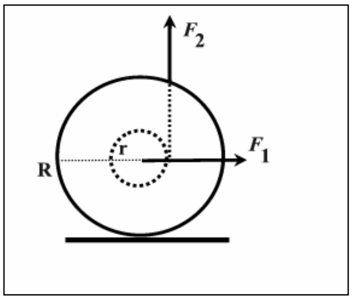
•**Δ4.11** Ο κύλινδρος του σχήματος ακτίνας R=0,2 m και μάζα 5kg, έχει εγκοπή βάθους r=½ R στην οποία έχει τυλιχθεί ένα αβαρές νήμα, στο άκρο A του οποίου ασκούμε δύναμη F, παράλληλη στο επίπεδο. Υπάρχουν τριβές και δίνονται οι συντελεστές τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου μ=μs=0,8.
Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του, ο οποίος συνδέει τα κέντρα των δύο βάσεων I= ½ mR^2, ημφ=0,6 και συνφ=0,8, ενώ $g=10m/s^2$.



α. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F, ώστε ο κύλινδρος να ισορροπεί.
β. Αν η ασκούμενη δύναμη έχει μέτρο F=45N, να αποδείξετε ότι ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει προς τα κάτω και να υπολογίσετε την επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση.
γ. Αν η δύναμη είναι F=92N να εξετάσετε αν ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και να υπολογίσετε ξανά την επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου, καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση.

α. 60N. β. $1m/s^2$, $5rad/s^2$,γ. ολισθαίνει, $\alpha=6m/s^2$, $\alpha_{\gamma\nu}=-28rad/s^2$ (αριστερόστροφα)

•**Δ4.12** Διαθέτουμε ένα στερεό Σ (καρούλι) αποτελούμενο από δύο δίσκους οι οποίοι συνδέονται με κύλινδρο γύρω από τον οποίο έχουμε τυλίξει αβαρές νήμα. Η μάζα του Σ είναι M=20kg και η εξωτερική ακτίνα R=0,4m. Τοποθετούμε το στερεό σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ασκούμε στο κέντρο του σταθερή οριζόντια δύναμη F_1=20N ενώ ταυτόχρονα τραβάμε το άκρο Α του νήματος προς τα πάνω με δύναμη F_2=16N όπως στο σχήμα. Μετά από λίγο ο άξονας του στερεού έχει μετατοπιστεί κατά x=2m, ενώ έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους 0,25m. Για τη θέση αυτή ζητούνται:



α. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας

β. Η γωνιακή ταχύτητα

γ. Η ακτίνα r.

δ. Οι ταχύτητες του σημείου Β επαφής στερεού και εδάφους και του σημείου Α.

Δίνονται $g=10m/s^2$ και $I=0,4MR^2$

α. 2m/s, β.2,5rad/s, γ. υ_B*=3m/s* υ_A=1m/s *προς τα δεξιά, δ. r=0,1m,*