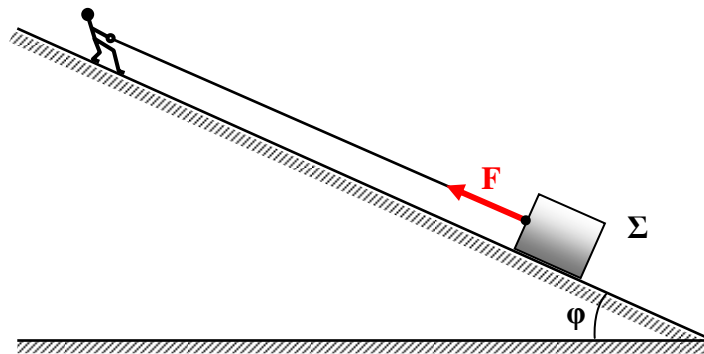


Στατική τριβή και τριβή ολίσθησης σε κεκλιμένο επίπεδο



Ο άνθρωπος στο σχήμα προσπαθεί (φορώντας αντιολισθητικά παπούτσια) να τραβήξει το κιβώτιο Σ κατά μήκος του ανηφορικού δρόμου (κεκλιμένο επίπεδο).

Με τη βοήθεια του σχοινού ασκεί στο κιβώτιο δύναμη \vec{F} παράλληλη προς το δρόμο με φορά προς τα πάνω.

Η μάζα του κιβώτιου είναι $m = 50\text{kg}$ και η γωνία κλίσης $\varphi \approx 37^\circ$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ κιβωτίου και δρόμου είναι $\mu=0,4$ και είναι ίδιος για την οριακή στατική τριβή και για την τριβή ολίσθησης ($\mu_{\text{ορ}} = \mu_{\text{ολ}} = \mu$).

Δίνονται επίσης: $\eta\mu\varphi = 3/5$, $\sigma\upsilon\eta\varphi = 4/5$ και $g = 10\text{m/s}^2$

(Τα γράμματα συμβολίζουν μέτρα δυνάμεων, εκτός αν σημειώνεται διάνυσμα).

Ερώτημα 1^ο:

Ο άνθρωπος ασκεί αρχικά δύναμη $F_1=300\text{N}$ και το κιβώτιο παραμένει ακίνητο. Να αναλύσετε το βάρος \vec{B} σε δύο συνιστώσες B_x παράλληλα και B_y κάθετα προς στο δρόμο, να σχεδιάσετε την κάθετη δύναμη N που ασκείται από το δρόμο στο κιβώτιο και να εξετάσετε αν ασκείται τριβή στο κιβώτιο.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$B = mg = 500\text{N}$$

$$B_x = mg \cdot \eta\mu\varphi \rightarrow \boxed{B_x = 300\text{N}}$$

$$B_y = mg \cdot \sigma\upsilon\eta\varphi \rightarrow \boxed{B_y = 400\text{N}}$$

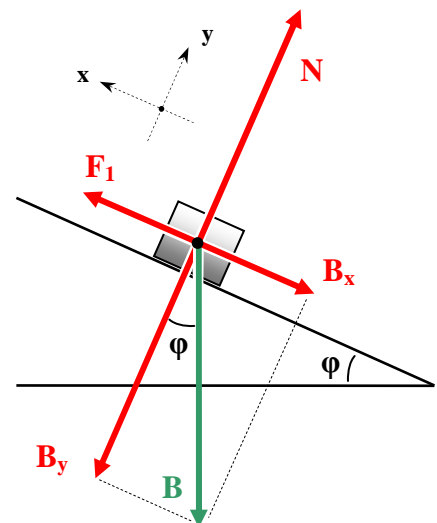
Αφού το κιβώτιο παραμένει ακίνητο θα πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδενική, δηλαδή:

$$\Sigma \vec{F} = \mathbf{0} \rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$$

Στον y άξονα θα πρέπει λοιπόν η N να εξουδετερώνει τη συνιστώσα B_y του βάρους:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N - B_y = 0 \rightarrow N = B_y \rightarrow \boxed{N = 400\text{N}}$$

Στον x άξονα τώρα αν υπάρχει τριβή θα είναι **στατική** αφού το σώμα δεν κινείται. Και θα πρέπει οι F_1 , B_x και



$T_{\text{στατ}}$ να αλληλοαναιρούνται.

Σύμφωνα με τα δεδομένα όμως οι δύο πρώτες έχουν ίσα μέτρα: $F_1 = B_x = 300\text{N}$ και αυτό σημαίνει ότι $F_1 - B_x = 0$. Ικανοποιείται δηλαδή η συνθήκη $\Sigma F_x = 0$ χωρίς την τριβή.

Το κιβώτιο δεν παρουσιάζει την τάση να κινηθεί, έτσι *δεν υπάρχει λόγος να ασκείται τριβή*: $T_{\text{στατ}} = 0$

Ερώτημα 2^ο:

Γνωρίζουμε ότι η οριακή στατική τριβή και η τριβή ολίσθησης δίνονται από τις σχέσεις $T_{\text{ορ}} = \mu_{\text{ορ}} \cdot N$ και $T_{\text{ολ}} = \mu_{\text{ολ}} \cdot N$ αντίστοιχα, όπου N το μέτρο της κάθετης δύναμης ανάμεσα στο κιβώτιο και το δρόμο. Δόθηκε $\mu_{\text{ορ}} = \mu_{\text{ολ}} = \mu$, άρα: $T_{\text{ορ}} = T_{\text{ολ}} = \mu \cdot N$.

Συμφωνεί αυτή η τιμή με την απάντηση που δώσατε στο 1^ο ερώτημα; Να δώσετε εξηγήσεις.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Η σχέση $T_{\text{ολ}} = \mu_{\text{ολ}} \cdot N = 160\text{N}$ μας δίνει το μέτρο της *τριβής ολίσθησης*. Αυτή όμως εμφανίζεται μόνο όταν το σώμα ολισθαίνει πάνω στην επιφάνεια *και όχι όταν παραμένει ακίνητο*.

Επίσης, η σχέση $T_{\text{ορ}} = \mu_{\text{ορ}} \cdot N = 160\text{N}$ μας δίνει *τη μέγιστη δυνατή τιμή που μπορεί να φτάσει η στατική τριβή*, προκειμένου να μην επιτρέψει στο σώμα να ολισθήσει.

Η στατική τριβή, στην προσπάθειά της να παρεμποδίσει την ολίσθηση του σώματος, μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή μεταξύ των τιμών 0 και $T_{\text{ορ}}$, ανάλογα με τις συνθήκες που επικρατούν: $0 \leq T_{\text{στατ}} \leq \mu_{\text{ορ}} \cdot N$ ή $0 \leq T_{\text{στατ}} \leq 160\text{N}$

Η τιμή $T_{\text{στατ}} = 0$ που βρήκαμε στο 1^ο ερώτημα προφανώς περιλαμβάνεται στις δυνατές τιμές της στατικής τριβής.

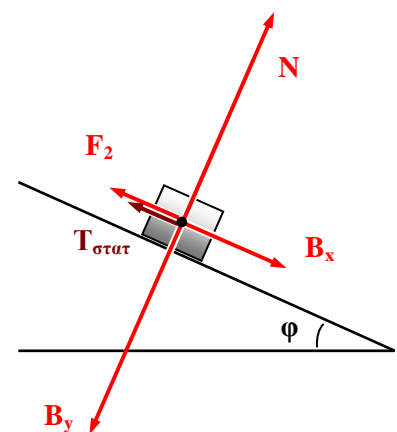
Ερώτημα 3^ο:

Ο άνθρωπος μειώνει το μέτρο της δύναμης που ασκεί σε $F_2 = 200\text{N}$. Τι κάνει τώρα το κιβώτιο; Αν ασκείται τριβή, να προσδιορίσετε το είδος της (στατική ή ολίσθησης) και να υπολογίσετε το μέτρο και την κατεύθυνσή της.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Προφανώς ισχύει τώρα $B_x > F_2$. Η συνισταμένη τους έχει μέτρο $B_x - F_2 = 100\text{N}$ και κατευθύνεται προς τα κάτω. Το κιβώτιο έχει την τάση να ολισθήσει προς τα κάτω και θα παραμείνει ακίνητο μόνο αν μπορεί να αναπτυχθεί στατική τριβή 100N αντίθετης φοράς. Όπως είδαμε στο 2^ο ερώτημα, η στατική τριβή μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή μεταξύ 0 και 160N .

Θα ασκείται λοιπόν *στατική τριβή* $T_{\text{στατ}} = 100\text{N}$ με φορά *προς τα πάνω*, ώστε να ισχύει: $F_2 + T_{\text{στατ}} - B_x = 0$ και το κιβώτιο *παραμένει ακίνητο*.



Ερώτημα 4^ο:

Ο άνθρωπος αυξάνει το μέτρο της δύναμης που ασκεί σε $F_3 = 400\text{N}$. Τι κάνει τώρα το κιβώτιο; Αν ασκείται τριβή, να προσδιορίσετε το είδος της (στατική ή ολίσθησης) και να υπολογίσετε το μέτρο και την κατεύθυνσή της.

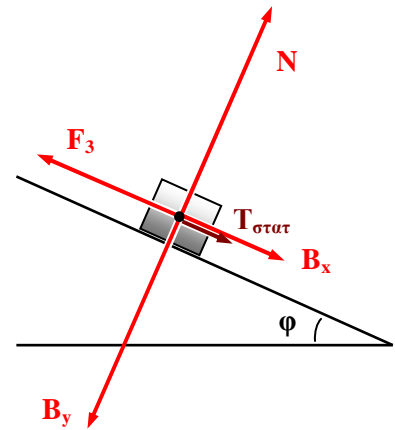
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Η συνισταμένη των F_3 και B_x κατευθύνεται τώρα προς τα πάνω:

$$F_3 > B_x \rightarrow F_3 - B_x = 100\text{N} \quad (\text{προς τα πάνω}).$$

Θα ασκείται επομένως **στατική τριβή** $T_{\text{στατ}} = 100\text{N}$ *αλλά τώρα με φορά προς τα κάτω*, ώστε να ισχύει:

$$F_3 - T_{\text{στατ}} - B_x = 0 \quad \text{και το κιβώτιο παραμένει πάλι ακίνητο.}$$

**Ερώτημα 5^ο:**

Ποια είναι η ελάχιστη και ποια η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης που μπορεί να ασκεί ο άνθρωπος ώστε το κιβώτιο να μένει ακίνητο;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για να παραμένει το κιβώτιο ακίνητο θα πρέπει να ικανοποιείται η συνθήκη:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{ή αλλιώς: } T_{\text{στατ}} = |F - B_x|$$

$$\text{Αλλά } T_{\text{στατ}} \leq 160\text{N} \quad \text{οπότε } |F - B_x| \leq 160\text{N} \rightarrow -160\text{N} \leq F - B_x \leq 160\text{N} \rightarrow$$

$$\boxed{140\text{N} \leq F \leq 460\text{N}}$$

$$\text{και τελικά: } \boxed{F_{\text{min}} = 140\text{N}} \quad \text{και} \quad \boxed{F_{\text{max}} = 460\text{N}}$$

Σε κάθε μία από τις δύο αυτές περιπτώσεις η στατική τριβή έχει φτάσει στην οριακή της τιμή ($T_{\text{op}} = 160\text{N}$), με φορά αντίστοιχα προς τα πάνω ή προς τα κάτω.

Ερώτημα 6^ο:

Να εξετάσετε τι θα συμβεί αν ο άνθρωπος ασκήσει δύναμη μέτρου:

α) $F_4 = 500\text{N}$

β) $F_5 = 100\text{N}$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

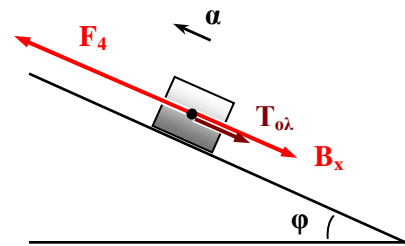
Και στις δύο περιπτώσεις (α), (β) ισχύει $|F - B_x| > T_{\text{op}}$ οπότε το κιβώτιο θα αρχίσει να κινείται προς την κατεύθυνση της μεγαλύτερης από τις δύο δυνάμεις. Η τριβή που

αναπτύσσεται θα είναι πλέον **τριβή ολίσθησης** και θα αντιστέκεται στην κίνηση του σώματος. Πράγματι (με $T_{op} = 160N$ και $T_{ολ} = 160N$):

$$\alpha) F_4 - B_x = 200N > T_{op}$$

Το κιβώτιο **επιταχύνεται προς τα πάνω με επιτάχυνση:**

$$\Sigma F_x = m \cdot a \rightarrow F_4 - B_x - T_{ολ} = m \cdot a \rightarrow \boxed{a = 0,8m/s^2}$$

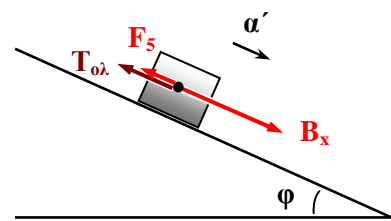


$$\beta) B_x - F_5 = 200N > T_{op}$$

Το κιβώτιο **επιταχύνεται προς τα κάτω με επιτάχυνση:**

$$\Sigma F_x = m \cdot a' \rightarrow B_x - F_5 - T_{ολ} = m \cdot a' \rightarrow \boxed{a' = 0,8m/s^2}$$

(Ο άνθρωπος τώρα αναγκάζεται να κινηθεί κι αυτός προς τα κάτω, ή το σκοινί γλιστράει μέσα από τα χέρια του).



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Στο κιβώτιο ασκούνται συνολικά τρεις (3) δυνάμεις:

1. Το βάρος \vec{B} εξαιτίας του πεδίου βαρύτητας της Γης.
2. Η δύναμη \vec{F} από το τεντωμένο σκοινί (τάση του σκοινιού). Η δύναμη αυτή προκαλείται **έμμεσα** από τον άνθρωπο, που φροντίζει από την άλλη άκρη να κρατάει το σκοινί τεντωμένο.
3. Η δύναμη \vec{R} από το δρόμο εξαιτίας της επαφής με το κιβώτιο. **Οι συνιστώσες της \vec{R} κάθετα και παράλληλα προς το δρόμο** είναι οι γνωστές δυνάμεις \vec{N} και \vec{T} που χρησιμοποιήσαμε κατά την επίλυση του προβλήματος. Δεδομένου ότι η (στατική) τριβή μπορεί να παίρνει διάφορες τιμές, όταν το κιβώτιο είναι ακίνητο η \vec{R} μπορεί να έχει οποιαδήποτε από τις διευθύνσεις που ενδεικτικά φαίνονται στο σχήμα.

