ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

Για γρήγορη περιήγηση χρησιμοποίησε
- τα links των αριθμημένων σελίδων (λειτουργούν σωστά μόνο στο Ίντερνετ)
- το εικονίδιο για να επιστρέψεις στον πίνακα περιεχομένων

ΙΑΒΑΣΕ ΑΥΤΟ, ΠΡΙΝ ΞΕΚΙΝΗΣΕΙΣ ΤΗ ΜΕΛΕΤΗ

Κείμενο σε γαλάζιο φόντο ☞ **ΔΙΔΑΚΤΕΑ ΥΛΗ (2012-2013)**

- Μεγάλα μαύρα γράμματα ☞ τα **κύρια συμπεράσματα** (η περίληψη, για γρήγορη επανάληψη)
- Μικρά μαύρα γράμματα ☞ πιο **δευτερεύοντα ζητήματα**, όπως εισαγωγή σε κάθε καινούργιο θέμα, διευκρινίσεις, παρατηρήσεις και αποδείξεις
- Μικρά μπλε γράμματα ☞ **παραδείγματα και αποτελέσματα πειραμάτων**

Κείμενο σε μαύρο φόντο ☞ **ΘΕΜΑΤΑ ΕΚΤΟΣ ΔΙΔΑΚΤΕΑΣ ΥΛΗΣ (2012-2013)**

- **Γνώσεις Φυσικής ή Μαθηματικών**, εκτός διδακτέας ύλης, που υπενθυμίζονται στην εισαγωγή κάποιων θεμάτων
- **Παρατηρήσεις – επιπλέον θέματα – απλές αποδείξεις**, εκτός διδακτέας ύλης, που μπορεί να συμπληρώσουν τη διδασκαλία ή τη μελέτη
- **Εξισώσεις, που προκύπτουν συνδυαστικά** και δεν αναφέρονται στο σχολικό βιβλίο, αλλά χρειάζονται στη λύση ασκήσεων (αν τις χρησιμοποιήσει ο μαθητής, **πρέπει να τις αποδείξει**)

Όπου υπάρχει αυτό το εικονίδιο, κάνε κλικ για να δεις σχετικό βίντεο ή προσομοίωση ενός φαινομένου.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Παρατηρώντας τον κόσμο γύρω μας, βλέπουμε ότι πολλά σώματα αλλάζουν θέσεις.
Π.χ. όταν περπατάμε, η θέση μας αλλάζει σε σχέση με ένα κτίριο. Το κτίριο το θεωρούμε ακίνητο, γιατί είναι στερεωμένο στη Γη, που τη βλέπουμε ακίνητη. Όμως και η Γη –μαζί της και το κτίριο– αλλάζει θέση σε σχέση με τον Ήλιο και ο Ήλιος σε σχέση με τα άλλα άστρα τού Γαλαξία μας.

Με την έννοια **κίνηση** εννοούμε την αλλαγή τής θέσης ενός σώματος, σε σχέση με κάποιο σημείο στο χώρο, που το θεωρούμε σταθερό. Ένα τέτοιο σημείο το λέμε **σημείο αναφοράς**.

Η κίνηση δηλαδή δεν είναι απόλυτη έννοια, αλλά σχετική, καθώς ένα σώμα μπορεί να αλλάζει θέση (άρα να κινείται) σε σχέση με κάποιο σημείο στο χώρο, αλλά να μην αλλάζει θέση (δηλαδή να ηρεμεί) σε σχέση με κάποιο άλλο σημείο.

Γι΄ αυτό έχει σημασία, όταν περιγράφουμε την κίνηση ενός σώματος, να αναφέρουμε πάντα το σημείο αναφοράς που επιλέγουμε.
Συχνά ένα κινούμενο σώμα θα το λέμε "κινητό".

Οι κινήσεις που θα μελετήσουμε

Τροχιά ενός κινητού λέμε το σύνολο των διαδοχικών θέσεων τής κίνησής του.
Ευθύγραμμη χαρακτηρίζουμε μια κίνηση, που η τροχιά της είναι ευθεία γραμμή.
Επίπεδη χαρακτηρίζουμε μια κίνηση, που η τροχιά της βρίσκεται πάνω σε ένα επίπεδο.

☞ Στην Α΄ Λυκείου θα περιοριστούμε στη μελέτη ευθύγραμμων και επίπεδων κινήσεων.

☞ Στη μελέτη μας θα αντιμετωπίσουμε τα σώματα σα να μην έχουν διαστάσεις, θα τα σχεδιάζουμε ως σημεία και θα τα αποκαλούμε **σημειακά σώματα** (ή **υλικά σημεία**).

Όταν αντιμετωπίζουμε ένα σώμα ως υλικό σημείο, είναι σα να το παρακολουθούμε από πολύ μακριά.
Έτσι, το βλέπουμε απλώς να μεταφέρεται, χωρίς να είμαστε σε θέση να διακρίνουμε αν τυχόν περιστρέφεται.

Ας φανταστούμε, π.χ., ότι παρακολουθούμε ένα ποδοσφαιρικό ματς από τις τελευταίες κερκίδες ενός μεγάλου γηπέδου.
Βλέπουμε τότε τη μπάλα να αλλάζει θέσεις (να μεταφέρεται) από ένα σημείο τού χώρου σε άλλο, δε μπορούμε όμως να διακρίνουμε τις περιστροφές (=αλλαγές προσανατολισμού στο χώρο) που συχνά κάνει.

Θα θεωρούμε, δηλαδή, τα σώματα ως υλικά σημεία, για να αποφύγουμε να περιγράψουμε και τις τυχόν περιστροφές τους.
Οι περιστροφικές κινήσεις θα μας απασχολήσουν σε επόμενη τάξη.

Τα εκφραστικά μέσα που θα χρησιμοποιήσουμε

Για τη μελέτη των κινήσεων θα χρησιμοποιήσουμε τρία εκφραστικά μέσα:

☑ τα φυσικά μεγέθη, που είναι έννοιες για τις οποίες επινοήσαμε τρόπους μέτρησης.
Η μέτρηση ενός μεγέθους σημαίνει τη σύγκριση του με κάποιο άλλο ομοειδές μέγεθος, που το θεωρούμε **μονάδα μέτρησης**.
Από τη σύγκριση προκύπτει ένας αριθμός, που δείχνει είτε πόσες φορές μεγαλύτερο είναι το μέγεθος από τη μονάδα μέτρησης είτε ποιο κλάσμα της είναι. Ο αριθμός αυτός μαζί με τη μονάδα μέτρησης αποτελεί την **τιμή τού μεγέθους**.

☑ τις εξισώσεις, που είναι ισότητες οι οποίες συνδέουν μεταξύ τους φυσικά μεγέθη και έχουν προκύψει είτε με θεωρητικούς συλλογισμούς είτε πειραματικά

☑ τα διαγράμματα, που είναι καμπύλες οι οποίες αναπαριστούν το πώς μεταβάλλεται ένα μέγεθος σε σχέση με ένα άλλο.

Κάποια φυσικά μεγέθη δεν έχουν μόνο τιμή

Τα φυσικά μεγέθη μπορούμε να τα ταξινομήσουμε σε δύο μεγάλες κατηγορίες.

▸ **Μονόμετρα** χαρακτηρίζουμε τα μεγέθη, που για να τα προσδιορίσουμε με σαφήνεια, είναι αρκετό να αναφέρουμε μόνο την τιμή τους**.**

Π.χ., είναι αρκετό να πούμε ότι
– « η χρονική διάρκεια μιας κίνησης είναι 10 s »
– « η μάζα ενός σώματος είναι 2 kg »
– « σε μια κρύα μέρα τού χειμώνα η θερμοκρασία ήταν $-5\,^oC$ *».*

Έτσι, ο χρόνος, η μάζα και η θερμοκρασία, που προσδιορίζονται μόνο από την τιμή τους, είναι παραδείγματα μονόμετρων μεγεθών.

▸ Υπάρχουν όμως και κάποια φυσικά μεγέθη, που *για να τα προσδιορίσουμε με σαφήνεια, χρειάζεται να αναφέρουμε δύο πληροφορίες: την τιμή και την κατεύθυνσή τους*. Τέτοια μεγέθη τα χαρακτηρίζουμε **διανυσματικά μεγέθη** ή **διανύσματα**.

Π.χ., αν κάποιος φίλος μάς πει ότι πήρε το αυτοκίνητό μας και το πήγε 500 m μακριά από κει που το είχαμε παρκάρει, δεν είναι δυνατό να ξέρουμε πού βρίσκεται τελικά το αυτοκίνητο. Η πληροφορία τής απόστασης των 500 m που διάνυσε το αυτοκίνητο δεν επαρκεί για να βρούμε την τελική του θέση, διότι λείπει η πληροφορία "σε ποια κατεύθυνση κινήθηκε" το αυτοκίνητο.
Η απόσταση που διανύθηκε είναι μονόμετρο μέγεθος κι εμείς χρειαζόμαστε ένα διανυσματικό μέγεθος, που να εκφράζει "πόσο αλλά και προς ποια κατεύθυνση" απομακρύνθηκε ένα σώμα από την προηγούμενη θέση του. Το μέγεθος αυτό θα το λέμε μετατόπιση.

Άλλη περίπτωση διανυσματικού μεγέθους είναι η δύναμη. Ας σκεφθούμε, π.χ. στο μπιλιάρδο, πόσο σημαντικό είναι όχι μόνο πόση δύναμη ασκούμε στη μπάλα με τη στέκα, αλλά και σε ποια κατεύθυνση την ασκούμε. Επίσης, σε ένα ιστιοφόρο, δεν παίζει ρόλο μόνο πόσο μεγάλη είναι η δύναμη που ασκεί ο άνεμος στα πανιά, αλλά σημαντική είναι και η κατεύθυνσή της.

Δυό ομοειδή διανυσματικά μεγέθη (δυο δυνάμεις, π.χ.) θεωρούμε ότι είναι ίσα, όταν έχουν και ίδια τιμή και ίδια κατεύθυνση.

Δηλαδή, δύο δυνάμεις με ίδια τιμή και διαφορετική κατεύθυνση δε θεωρούνται ίσες (έχουν, απλώς, ίσες τιμές).

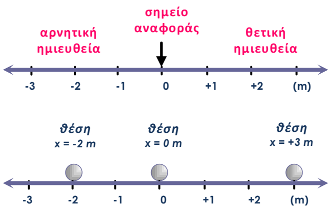
Όταν έχουμε διανυσματικά μεγέθη πάνω σε μια ευθεία, για να αναφερθούμε στην κατεύθυνσή τους σημειώνουμε πολλές φορές την τιμή τους με θετικό ή αρνητικό πρόσημο.

Χρησιμοποιούμε δηλαδή τον συμβολισμό:
π.χ. "μετατόπιση +10 m" όταν θέλουμε να πούμε «μετατόπιση 10 m προς τα δεξιά»
και "μετατόπιση −10 m" όταν θέλουμε να πούμε «μετατόπιση 10 m προς τα αριστερά».

Την τιμή ενός διανυσματικού μεγέθους με το πρόσημό της τη λέμε και **αλγεβρική τιμή**, ενώ χωρίς το πρόσημό της τη λέμε **μέτρο τού μεγέθους**.

Δηλαδή, οι δύο παραπάνω μετατοπίσεις που αναφέραμε (προς τα δεξιά και προς τα αριστερά) έχουν τιμή +10 m και −10 m, αλλά το μέτρο και των δύο είναι 10 m.

ΘΕΣΗ ΚΙΝΗΤΟΥ ΣΕ ΜΙΑ ΕΥΘΕΙΑ



Για να εκφράσουμε πού βρίσκεται ένα σώμα κατά την κίνηση ή την ηρεμία του, χρησιμοποιούμε το διανυσματικό μέγεθος **θέση.**

Αν ένα σώμα βρίσκεται συνέχεια πάνω σε μια ευθεία, για να προσδιορίσουμε τη θέση του:

☑ Επιλέγουμε ένα σημείο τής ευθείας και το ονομάζουμε **σημείο αναφοράς**.
Στο σημείο αυτό τοποθετούμε το μηδέν και έτσι η ευθεία χωρίζεται σε δύο ημιευθείες, τη μία από τις οποίες ορίζουμε *θετική* και την άλλη *αρνητική*.

☑ Στη συνέχεια μετράμε την απόσταση τού σώματος από το σημείο αναφοράς.
Για τη μέτρηση αυτή στο S.I. χρησιμοποιούμε ως μονάδα το **μέτρο** (**m**).
Στο αποτέλεσμα τής μέτρησης θέτουμε ένα πρόσημο + ή –, για να δηλώσουμε αν το σώμα βρίσκεται στη θετική ή αρνητική ημιευθεία.

Τον προσημασμένο αριθμό x που προκύπτει, συνοδευόμενο από τη μονάδα που χρησιμοποιήσαμε, τον λέμε **συντεταγμένη τής θέσης στην ευθεία** και είναι η αλγεβρική τιμή τής θέσης τού σώματος.

Για παράδειγμα, λέγοντας «η θέση ενός σώματος πάνω σε μια ευθεία είναι –2m» εννοούμε ότι το σώμα βρίσκεται στην αρνητική ημιευθεία και απέχει 2 m από το σημείο αναφοράς.

☞ Όταν δηλώνουμε τη θέση ενός σώματος πάνω σε μια ευθεία, είναι φανερό ότι δεν αρκεί να αναφέρουμε μόνο την απόστασή του από το σημείο αναφοράς, καθώς το σώμα θα μπορούσε να βρίσκεται είτε στη θετική είτε στην αρνητική ημιευθεία.
Χρειάζεται να αναφέρουμε και την πληροφορία "σε ποια κατεύθυνση βρίσκεται το σώμα σε σχέση με το σημείο αναφοράς" –πληροφορία που περιέχεται κωδικοποιημένη στο πρόσημο τής θέσης.
Εφόσον η θέση περιέχει και πληροφορία κατεύθυνσης, γι΄ αυτό ορίζουμε ότι είναι διανυσματικό μέγεθος.

☞ Περιγράψαμε τον προσδιορισμό τής θέσης ενός σημειακού σώματος. Αν θέλουμε να πούμε πού βρίσκεται ένα σώμα με διαστάσεις, διαλέγουμε ένα βολικό σημείο του και θεωρούμε ότι το σώμα αντιπροσωπεύεται από το σημείο αυτό.
Η θέση τού "σημείου–αντιπροσώπου" είναι και η θέση τού σώματος.

Για παράδειγμα, ένας δρομέας που τρέχει θεωρούμε ότι τερμάτισε, όταν το στήθος του περάσει τη γραμμή τερματισμού. Δηλαδή, η θέση τού δρομέα αντιπροσωπεύεται από τη θέση τού "πιο μπροστινού σημείου" τού στήθους του.

ΔΙΑΝΥΟΜΕΝΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΚΑΙ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΣΕ ΜΙΑ ΕΥΘΕΙΑ

Το μέγεθος **απόσταση που διανύει** ένα σώμα είναι μονόμετρο και εκφράζει το μήκος τής τροχιάς του.

Όπως ξαναείπαμε, αν κάποιος φίλος μάς πει ότι πήρε το αυτοκίνητό μας και το πήγε 500 m μακριά από κει που το είχαμε παρκάρει, δεν είναι δυνατό να ξέρουμε πού βρίσκεται τελικά το αυτοκίνητο. Η πληροφορία τής απόστασης των 500 m που διάνυσε το αυτοκίνητο δεν επαρκεί για να βρούμε την τελική του θέση, διότι λείπει η πληροφορία σε ποια κατεύθυνση κινήθηκε το αυτοκίνητο.

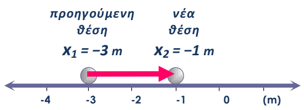
Χρειαζόμαστε ένα μέγεθος, που να συνδέει την αρχική με την τελική θέση τού σώματος. Το μέγεθος αυτό το λέμε *μετατόπιση*.
Έτσι, αν γνωρίζουμε την αρχική θέση τού σώματος και τη μετατόπισή του, μπορούμε να προσδιορίσουμε την τελική του θέση.

Το μέγεθος **μετατόπιση** είναι διανυσματικό και με αυτό εκφράζουμε πόσο και προς ποια κατεύθυνση απομακρύνθηκε από την προηγούμενη θέση του ένα σώμα.

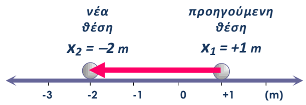
Στις ευθύγραμμες κινήσεις, αν ένα σώμα βρεθεί από μια θέση x_1 σε μια θέση x_2, για να υπολογίσουμε τη μετατόπισή του (συμβολικά Δx), αφαιρούμε την προηγούμενη από τη νέα θέση του:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$ (νέα θέση μείον προηγούμενη θέση)

Στο S.I. μονάδα μέτρησης τής μετατόπισης είναι το **μέτρο** (**m**).



μετατόπιση $\Delta x = -1m - (-3)m = +2\ m$



μετατόπιση $\Delta x = -2m - (+1)m = -3\ m$

Η μετατόπιση σχεδιάζεται με ένα βέλος, που συνδέει την αρχική με την τελική θέση τού κινητού και δείχνει προς ποια κατεύθυνση κινείται.
Η απόσταση που διανύει το κινητό στις δύο παραπάνω περιπτώσεις είναι 2 m και 3 m, αντίστοιχα.

Από την εξίσωση υπολογισμού της προκύπτει ένα πρόσημο για την αλγεβρική τιμή τής μετατόπισης. Συγκεκριμένα ...

☑ Αν το σώμα κινείται προς τη θετική ημιευθεία, λέμε ότι έχουμε θετική κατεύθυνση κίνησης.
Τότε $x_2 > x_1$ και η μετατόπιση προκύπτει θετική.

☑ Αν το σώμα κινείται προς την αρνητική ημιευθεία, λέμε ότι έχουμε αρνητική κατεύθυνση κίνησης.
Τότε $x_2 < x_1$ και η μετατόπιση προκύπτει αρνητική. Δηλαδή:

Όταν δηλώνουμε τη μετατόπιση ενός σώματος, με το πρόσημό της αναφέρουμε την πληροφορία *σε ποια κατεύθυνση κινείται.*

Στο διπλανό παράδειγμα υπολογίζουμε τη μετατόπιση και την απόσταση που διανύει ένα σώμα, το οποίο κινείται ευθύγραμμα. Όπως βλέπουμε ...

Γενικά, στις κινήσεις οι τιμές τής απόστασης που διανύεται και της μετατόπισης δε συμπίπτουν.

Παρακάτω όμως περιγράφουμε μια περίπτωση, όπου οι τιμές των δύο μεγεθών συμπίπτουν.

Επιλογή κατάλληλης κατεύθυνσης και κατάλληλου σημείου αναφοράς

Συνηθίζουμε να συμβολίζουμε x_o τη θέση που παρατηρούμε για πρώτη φορά το κινητό (αρχική θέση τής κίνησης).
Αν θέσουμε στη θέση αυτή το σημείο αναφοράς ($x_o = 0$ m) και ορίσουμε θετική την κατεύθυνση τής κίνησης, τότε:

☑ Κάθε στιγμή, έχουν την ίδια τιμή:
- η θέση x όπου βρίσκεται το σώμα
- η μετατόπισή του Δx από την αρχική θέση
- η απόσταση S που διάνυσε από την αρχική θέση

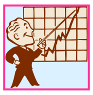
Δηλαδή, συμβολικά, $x = \Delta x = S$

☑ Επιπλέον, τότε, οι τιμές των τριών παραπάνω μεγεθών είναι θετικές σε όλη την κίνηση. Συμβολικά, $x = \Delta x = S > 0$.

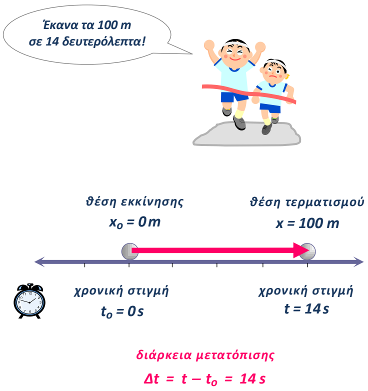
Για την επιλογή τής κατεύθυνσης και του σημείου αναφοράς ακολουθούμε τον παραπάνω κανόνα, εκτός αν κάποιο πρόβλημα...

⇨ είτε μάς ορίζει ότι ένα σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση

⇨ είτε μάς αναφέρει ότι η αρχική θέση τού κινητού είναι π.χ. $x_o = -2$ m
(οπότε δε μπορούμε, αυθαίρετα, να θέσουμε ως αρχική θέση το σημείο μηδέν).



ΣΧΕΣΗ ΧΩΡΟΥ ΚΑΙ ΧΡΟΝΟΥ ΣΤΗΝ ΚΙΝΗΣΗ



Για την πειραματική μέτρηση τού χρόνου βολεύει να χρησιμοποιούμε χρονόμετρο (και όχι ρολόι), γιατί ξεκινά να μετρά το χρόνο από το μηδέν, διευκολύνοντας τους υπολογισμούς μας. Συγκεκριμένα:

Στην πρώτη θέση x_o που παρατηρούμε ένα κινητό, το χρονόμετρο δείχνει τη **χρονική στιγμή** $t_o = 0$.
Θέτουμε το χρονόμετρο σε λειτουργία, οπότε σε επόμενη θέση x δείχνει μια επόμενη στιγμή t.
Το κινητό έχει κάνει μετατόπιση $\Delta x = x - x_o$, που είχε **χρονική διάρκεια** $\Delta t = t - t_o = t - 0 = t$.

Δηλαδή, με το χρονόμετρο μηδενισμένο στην πρώτη θέση παρατήρησης, έχουν την ίδια τιμή:

- η οποιαδήποτε χρονική στιγμή t της κίνησης και
- η μέχρι εκείνη τη στιγμή χρονική διάρκεια Δt της κίνησης.

Αυτό δεν ισχύει για δύο ενδιάμεσες θέσεις, x_1 και x_2, της κίνησης. Εκεί το χρονόμετρο δείχνει τις στιγμές t_1 και t_2.
Το κινητό έχει κάνει μετατόπιση $\Delta x = x_2 - x_1$, που είχε χρονική διάρκεια $\Delta t = t_2 - t_1$.

☞ Έτσι, πρέπει να είμαστε προσεκτικοί όταν σε μια κίνηση αναφερόμαστε:
- στο "χρόνο μιας θέσης", που είναι η στιγμή που το κινητό περνά από τη θέση αυτή
- στο "χρόνο μιας μετατόπισης", που είναι η διάρκειά της

☞ Τη διαφορά $\Delta t = t_2 - t_1$ δύο χρονικών στιγμών τη λέμε και **χρονικό διάστημα** μεταξύ τους.

Μονάδα μέτρησης τού χρόνου στο S.I. χρησιμοποιούμε το **δευτερόλεπτο** (**s**).

ΤΑΧΥΤΗΤΑ & ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ

Για να εκφράσουμε πόσο γρήγορα και προς ποια κατεύθυνση κινείται ένα σώμα, χρησιμοποιούμε το διανυσματικό μέγεθος **ταχύτητα**.

Για να εκφράσουμε πόσο γρήγορα κινείται ένα σώμα, χρειάζεται να πούμε πόση είναι η μετατόπισή του σε ορισμένο χρόνο.
Στο S.I. ως "ορισμένο χρόνο" χρησιμοποιούμε το δευτερόλεπτο (s).
Έτσι, όσο περισσότερο μετατοπίζεται κάποιο σώμα σε 1 s, τόσο γρηγορότερα θεωρούμε ότι κινείται.

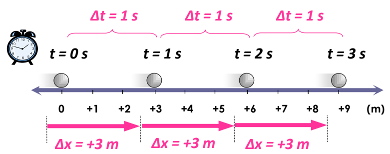
Π.χ., δύο αυτοκίνητα ξεκίνησαν μαζί από το φανάρι και σε 1 s το ένα μετατοπίστηκε 20 m και το άλλο 15 m. Γρηγορότερα, λοιπόν, κινήθηκε το πρώτο αυτοκίνητο.

Η ταχύτητα τού πρώτου αυτοκινήτου είναι 20 m σε 1 s και θα τη γράφουμε $\frac{20\ m}{1\ s}$ *ή* $20\ \frac{m}{s}$, *ενώ τού δεύτερου είναι* $15\ \frac{m}{s}$.

Στο S.I. μονάδα μέτρησης τής ταχύτητας είναι το **μέτρο ανά δευτερόλεπτο** $\left(\frac{m}{s}\right)$.

Θεωρούμε ότι η ταχύτητα είναι σταθερή, όταν ίσες μετατοπίσεις τού σώματος έχουν την ίδια διάρκεια (ή –ισοδύναμα– όταν σε ίσα χρονικά διαστήματα το σώμα κάνει ίσες μετατοπίσεις).

Τότε λέμε ότι το σώμα κάνει **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση** (για συντομία, Ε.Ο.Κ.).



Το σώμα κινείται με σταθερό "βήμα", δηλαδή σε κάθε μονάδα χρόνου (1s) κάνει ίσες μετατοπίσεις (+3m). Άρα, η ταχύτητα είναι σταθερή και η κίνηση ευθύγραμμη ομαλή.

Υπολογισμός ταχύτητας:

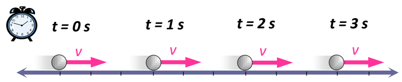
$$v = \frac{3\ m}{1 s} = \frac{6\ m}{2\ s} = \frac{9\ m}{3\ s} = 3\ \frac{m}{s} \quad (\text{σταθερή})$$

Παρατηρούμε ότι, όταν ίσες μετατοπίσεις έχουν ίδια χρονική διάρκεια, τότε οποιαδήποτε μετατόπιση και αν διαιρέσουμε με τη διάρκειά της, βρίσκουμε το ίδιο πηλίκο. Το πηλίκο αυτό είναι η σταθερή μετατόπιση τού κινητού σε κάθε μονάδα χρόνου και άρα αντιπροσωπεύει τη σταθερή ταχύτητά του. Επομένως …

Στην Ε.Ο.Κ., αν διαιρέσουμε μια –οποιαδήποτε– μετατόπιση τού κινητού με τη χρονική της διάρκεια, βρίσκουμε τη σταθερή τιμή τής ταχύτητας.

$$\textbf{Στην Ε.Ο.Κ.:}\quad \textbf{ταχύτητα} = \frac{\textbf{μετατόπιση}}{\textbf{αντίστοιχη χρονική διάρκεια}}$$

$$\text{ή, συμβολικά,}\quad \mathbf{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$



Την ταχύτητα τη σχεδιάζουμε με ένα βέλος (όχι απαραίτητα πάνω στο κινητό) που δείχνει την κατεύθυνση τής κίνησης.

☞ Επειδή η διάρκεια κάθε μετατόπισης είναι θετική, η ταχύτητα έχει πάντα ίδιο πρόσημο με τη μετατόπιση.
Το πρόσημο ταχύτητας και μετατόπισης συμβολίζει την κατεύθυνση τής κίνησης.

☞ Η ταχύτητα είναι διανυσματικό μέγεθος, οπότε όταν λέμε *«η ταχύτητα είναι σταθερή»*, υπονοούμε ότι διατηρεί σταθερό μέτρο και σταθερή κατεύθυνση. Εάν ένα από τα δύο ή και τα δύο χαρακτηριστικά μεταβληθούν, η ταχύτητα αλλάζει. (Τότε δεν έχουμε βέβαια Ε.Ο.Κ., αλλά –όπως θα δούμε– διάφορα είδη **μεταβαλλόμενης κίνησης**).

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗΣ ΟΜΑΛΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

Παρακάτω συνοψίζουμε όλες τις πληροφορίες που μπορούμε να υπολογίσουμε σε μια Ε.Ο.Κ.

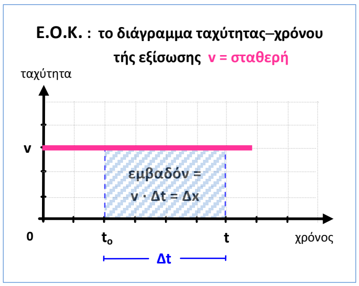
Χρονική εξέλιξη τής ταχύτητας

Στην Ε.Ο.Κ. η ταχύτητα είναι σταθερή και, για να τη λογαριάσουμε, χρειάζεται να μετρήσουμε δύο θέσεις τού κινητού, ας πούμε την αρχική θέση x_o και μια –οποιαδήποτε– επόμενη θέση του x, καθώς και τις αντίστοιχες στιγμές, t_o και t.

Η **εξίσωση ταχύτητας–χρόνου** στην Ε.Ο.Κ. είναι $\mathbf{v} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x - x_o}{t - t_o} =$ **σταθερή**

Αν στην αρχική θέση όπου παρατηρούμε το σώμα θέσουμε το σημείο αναφοράς και μηδενίσουμε το χρονόμετρο ($x_o = 0$ και $t_o = 0$), η εξίσωση ταχύτητας–χρόνου γράφεται απλούστερα $\mathbf{v} = \dfrac{\mathbf{x}}{\mathbf{t}}$

Δηλαδή, αρκεί τότε να μετρήσουμε μία φορά τη θέση τού κινητού και τον αντίστοιχο χρόνο, για να υπολογίσουμε την ταχύτητά του.



Με τη βοήθεια τής εξίσωσης ταχύτητας–χρόνου, μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα διάγραμμα, που έχει στον οριζόντιο άξονα τις χρονικές στιγμές t της Ε.Ο.Κ. και στον κατακόρυφο τις τιμές τής ταχύτητας v.

Στο **διάγραμμα ταχύτητας–χρόνου** τής Ε.Ο.Κ.:

☑ Η γραφική παράσταση v–t είναι ευθεία, παράλληλη στον άξονα τού χρόνου.

☑ [Μετατόπιση Δx] = [Εμβαδόν /// ανάμεσα στη γραφική παράσταση v–t και τον άξονα τού χρόνου]

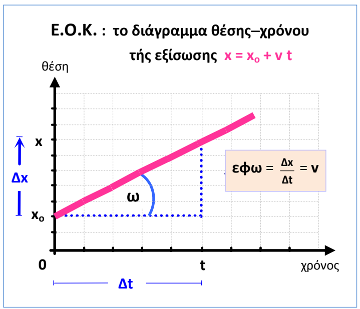
Χρονική εξέλιξη τής θέσης

Αν στην εξίσωση $v = \dfrac{x - x_o}{t - t_o}$ λύσουμε ως προς τη θέση x, προκύπτει ότι:

Η **εξίσωση θέσης–χρόνου** στην Ε.Ο.Κ. είναι $\mathbf{x = x_o + v\,(t - t_o)}$

Αν στην αρχική θέση x_o όπου παρατηρούμε το σώμα μηδενίσουμε το χρονόμετρο ($t_o = 0$), τότε η εξίσωση θέσης–χρόνου γράφεται απλούστερα, $\mathbf{x = x_o + v\,t}$

Αν επιπλέον στην αρχική θέση x_o θέσουμε το σημείο αναφοράς ($x_o = 0$), η εξίσωση θέσης–χρόνου στην Ε.Ο.Κ. παίρνει την πιο απλή μορφή της, $\mathbf{x = v\,t}$



Με τη βοήθεια τής εξίσωσης θέσης–χρόνου μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα διάγραμμα, που έχει στον οριζόντιο άξονα τις χρονικές στιγμές t της Ε.Ο.Κ. και στον κατακόρυφο τις τιμές τής θέσης x.

Στο **διάγραμμα θέσης–χρόνου** τής Ε.Ο.Κ., που αντιστοιχεί στην εξίσωση $x = x_o + v\,t$:

☑ Η γραφική παράσταση x–t είναι ευθεία, που τέμνει τον άξονα τής θέσης στην αρχική θέση x_o.

☑ Η κλίση τής γραφικής παράστασης x–t είναι εφω = v.

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ

Όταν σε ίσα χρονικά διαστήματα το κινητό κάνει άνισες μετατοπίσεις, θεωρούμε ότι η ταχύτητά του μεταβάλλεται και η κίνησή του χαρακτηρίζεται **μεταβαλλόμενη.**
Ειδική περίπτωση αυτής τής κίνησης είναι η **ευθύγραμμη μεταβαλλόμενη κίνηση** (για συντομία Ε.Μ.Κ.).
Τότε το σώμα κινείται ευθύγραμμα και μεταβάλλεται μόνο το μέτρο τής ταχύτητας (δηλαδή, σε ίσα χρονικά διαστήματα έχουμε διαφορετικά μέτρα μετατοπίσεων).

Μέση ταχύτητα στην Ε.Μ.Κ.

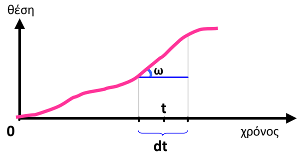
Στην Ε.Μ.Κ. την ταχύτητα που έχει κατά μέσο όρο το κινητό τη λέμε **μέση ταχύτητα.**
Για να την υπολογίσουμε, διαιρούμε την απόσταση που διανύει με την αντίστοιχη χρονική διάρκεια.

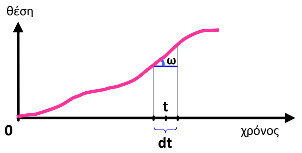
$$\textbf{Στην Ε.Μ.Κ., μέση ταχύτητα} = \frac{\text{απόσταση που διανύεται}}{\text{αντίστοιχη χρονική διάρκεια}}$$

(Σε κινήσεις με μεταβαλλόμενη ταχύτητα ενδιαφέρει "πόσα m διάνυσε κατά μέσο όρο κάθε s" το κινητό, άσχετα με την κατεύθυνση που κινήθηκε. Γι΄ αυτό στη μέση ταχύτητα λαμβάνουμε υπόψη την απόσταση που διανύεται και όχι τη μετατόπιση.)

Στιγμιαία ταχύτητα στην Ε.Μ.Κ.

Στην Ε.Μ.Κ. την ταχύτητα που έχει το κινητό σε κάποια στιγμή τη λέμε **στιγμιαία ταχύτητα**.
Η ταχύτητα αυτή είναι ίση με την κλίση τού διαγράμματος θέσης–χρόνου στη δεδομένη στιγμή (δηλαδή ίση με την εφαπτομένη τής γωνίας που σχηματίζει με την οριζόντια ευθεία).





Η στιγμιαία ταχύτητα τη στιγμή t είναι ίση με την κλίση τού διαγράμματος x–t στη στιγμή αυτή.

Το συμπέρασμα αυτό το αποδείξαμε για την Ε.Ο.Κ.
Όμως στην Ε.Μ.Κ. η απόδειξή του είναι εκτός ύλης. Θα την περιγράψουμε, λοιπόν, απλοϊκά.

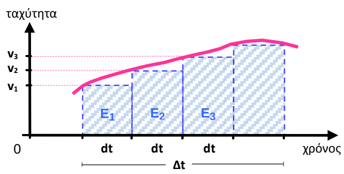
Καταγράφουμε τις θέσεις τού κινητού σε διάφορες στιγμές τής Ε.Μ.Κ. και σχεδιάζουμε το διάγραμμα θέσης–χρόνου, που προκύπτει μια τυχαία καμπύλη.

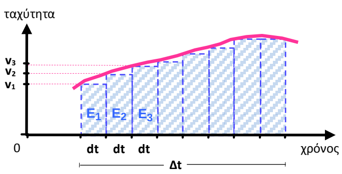
Διαλέγουμε ένα χρονικό διάστημα dt "γύρω" από τη στιγμή t, στην οποία θέλουμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα τού κινητού. Αν το διάστημα αυτό είναι πολύ μικρό, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το τμήμα τής γραφικής παράστασης που του αντιστοιχεί είναι κατά προσέγγιση ευθύγραμμο. Είναι σα να λέμε ότι στο χρόνο dt το κινητό κάνει Ε.Ο.Κ., με ταχύτητα όση είναι η κλίση (=εφω) τού αντίστοιχου τμήματος τής γραφικής παράστασης.
Έτσι υπολογίζουμε για την ταχύτητα μια τιμή, η οποία αφορά όλο το διάστημα dt, αλλά και τη στιγμή t που μας ενδιαφέρει.

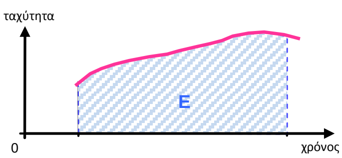
Σε ένα τέτοιο υπολογισμό το σφάλμα που κάνουμε οφείλεται προφανώς στο ότι δεχόμαστε πως το τμήμα τής γραφικής παράστασης που αντιστοιχεί στο διάστημα dt είναι ευθύγραμμο, άρα και η κίνηση στο διάστημα αυτό είναι ευθύγραμμη ομαλή.
Το σφάλμα περιορίζεται όμως, αν διαλέξουμε μικρότερο διάστημα dt, καθώς τότε το αντίστοιχο τμήμα τής γραφικής παράστασης προσεγγίζει περισσότερο ένα ευθύγραμμο τμήμα. Αν, μάλιστα, το διάστημα dt "γύρω" από τη στιγμή t γίνει πάρα πολύ μικρό (σχεδόν μηδέν), το σφάλμα ελαχιστοποιείται και η ταχύτητα που υπολογίζουμε για το διάστημα dt αντιπροσωπεύει και την πραγματική ταχύτητα v του κινητού τη στιγμή t. Δηλαδή:
Η στιγμιαία ταχύτητα υπολογίζεται ως η μέση ταχύτητα για ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα "γύρω" από τη στιγμή.

Μετατόπιση στην Ε.Μ.Κ.

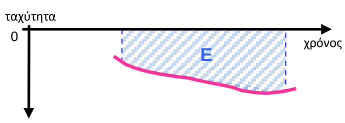
Στην Ε.Μ.Κ. το μέτρο τής μετατόπισης σε ένα χρονικό διάστημα Δt είναι ίσο με το εμβαδόν στο διάγραμμα v–t, ανάμεσα στη γραφική παράσταση και στον άξονα t.







Το μέτρο τής μετατόπισης είναι ίσο με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν στο διάγραμμα v–t.



Το συμπέρασμα αυτό το αποδείξαμε για την Ε.Ο.Κ.
Όμως στην Ε.Μ.Κ. η απόδειξή του είναι εκτός ύλης. Θα την περιγράψουμε, λοιπόν, απλοϊκά.

Καταγράφουμε τις ταχύτητες τού κινητού σε διάφορες στιγμές τής Ε.Μ.Κ. και σχεδιάζουμε το διάγραμμα ταχύτητας–χρόνου, που προκύπτει μια τυχαία καμπύλη. Ζητάμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση τού κινητού σε μια διάρκεια Δt.
Αρχικά, χωρίζουμε τη διάρκεια Δt σε πλήθος μικρών χρονικών διαστημάτων dt.
Κατά τη διάρκεια καθενός από αυτά τα διαστήματα η ταχύτητα, πιθανόν, αλλάζει.
Αν δεχθούμε ότι, κατά τη διάρκεια τού πρώτου διαστήματος dt, η ταχύτητα δεν αλλάζει σημαντικά, αλλά διατηρεί την τιμή v_1 που είχε στην αρχή τού διαστήματος, τότε η μετατόπιση τού κινητού για αυτό το διάστημα είναι $dx_1 = v_1\,dt$ –όσο είναι και το εμβαδόν τού παραλληλογράμμου E_1.

Για το επόμενο διάστημα dt κάνουμε ίδια προσέγγιση: δεχόμαστε ότι η ταχύτητα ξεκινά με τιμή v_2, την οποία διατηρεί μέχρι το τέλος τού διαστήματος dt. Έτσι, η μετατόπιση τού κινητού είναι $dx_2 = v_2\,dt$ –όσο είναι το εμβαδόν τού παραλληλογράμμου E_2.

Με την ίδια λογική γράφουμε τη μετατόπιση για κάθε μικρό χρονικό διάστημα dt.

Αν προσθέσουμε τις επιμέρους μετατοπίσεις, έχουμε τη μετατόπιση Δx για το συνολικό χρονικό διάστημα Δt:

$$\Delta x = dx_1 + dx_2 + dx_3 + \ldots = E_1 + E_2 + E_3 + \ldots$$

Πρόκειται ασφαλώς για έναν προσεγγιστικό υπολογισμό τής μετατόπισης, διότι κατά τη διάρκεια κάθε μικρού διαστήματος dt θεωρήσαμε ότι η ταχύτητα παραμένει σταθερή –οπότε κάνει "άλματα" από τη μια τιμή στην άλλη ($v_1 \to v_2 \to v_3 \to \ldots$) και δε μεταβάλλεται με συνεχή τρόπο, όπως συμβαίνει στην πραγματικότητα.

Αν διαλέξουμε περισσότερα –και μικρότερα– χρονικά διαστήματα dt, η ταχύτητα κάνει πιο μικρά άλματα από το ένα διάστημα στο άλλο, πλησιάζοντας περισσότερο προς τον πραγματικό τρόπο που μεταβάλλεται. Έτσι, βελτιώνουμε την ακρίβειά μας στον υπολογισμό τής μετατόπισης $W = E_1 + E_2 + E_3 + \ldots$, η οποία προσεγγίζει περισσότερο το εμβαδόν κάτω από τη γραφική παράσταση.

Όσο περισσότερα και μικρότερα είναι τα διαστήματα dt στα οποία χωρίζουμε το διάστημα Δt, τόσο το άθροισμα $W = E_1 + E_2 + E_3 + \ldots$ πλησιάζει περισσότερο το εμβαδόν κάτω από τη γραφική παράσταση.
Αν τα μικρά διαστήματα dt γινόταν άπειρα στο πλήθος και απειροελάχιστα στο μέγεθος, η ταχύτητα θα μεταβαλλόταν με συνεχή τρόπο (όπως συμβαίνει και στην πραγματικότητα).
Τότε το άθροισμα $E_1 + E_2 + E_3 + \ldots$ θα κάλυπτε όλο το εμβαδόν E ανάμεσα στη γραφική παράσταση και τον άξονα τού χρόνου και θα μας έδινε (με ακρίβεια, αρκεί να μπορούσε να υπολογιστεί) τη μετατόπιση Δx του κινητού σε χρόνο Δt. Δηλαδή, $\Delta x = E$

Στην περίπτωση που το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση, η ταχύτητα είναι αρνητική και η γραφική παράσταση τής ταχύτητας με το χρόνο βρίσκεται κάτω από τον άξονα τού χρόνου.
Η μετατόπιση τότε είναι επίσης αρνητική και ισούται με το εμβαδόν ανάμεσα στη γραφική παράσταση και τον άξονα τού χρόνου, αν θέσουμε μπροστά από το εμβαδόν ένα αρνητικό πρόσημο. Δηλαδή, $\Delta x = -E$

ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ & ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ

Με το διανυσματικό μέγεθος **επιτάχυνση** εκφράζουμε πόσο γρήγορα αλλάζει το μέτρο ή κατεύθυνση τής ταχύτητας ενός κινητού.

Στην Ε.Μ.Κ. αλλάζει μόνο το μέτρο τής ταχύτητας. Για να εκφράσουμε πόσο γρήγορα γίνεται αυτή η αλλαγή, πρέπει να πούμε πόση είναι η μεταβολή τής ταχύτητας σε ορισμένο χρόνο. Στο S.I. ως "ορισμένο χρόνο" θεωρούμε το 1 s.

Π.χ., δύο αυτοκίνητα ξεκίνησαν μαζί και σε 1 s η ταχύτητα τού ενός έγινε 20 m/s και του άλλου 15 m/s.
(Το ταχύμετρο ενός αυτοκινήτου μετρά την ταχύτητα σε km/h, αλλά εμείς μπορούμε να τη μετατρέψουμε σε m/s).
Γρηγορότερα, λοιπόν, άλλαξε η ταχύτητα τού πρώτου αυτοκινήτου.

Η επιτάχυνση τού πρώτου αυτοκινήτου είναι 20 m/s σε 1 s και θα τη γράφουμε $\frac{20\,\frac{m}{s}}{1\,s}$ *ή* $20\,\frac{m}{s^2}$.

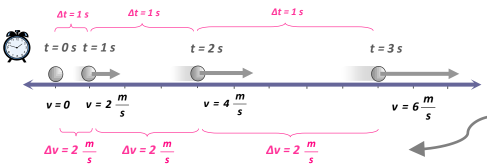
Ομοίως προκύπτει ότι η επιτάχυνση τού δεύτερου αυτοκινήτου είναι $15\,\frac{m}{s^2}$.

Στο S.I. μονάδα τής επιτάχυνσης είναι το **μέτρο ανά δευτερόλεπτο στο τετράγωνο** $\left(\frac{m}{s^2}\right)$.

Η επιτάχυνση θεωρείται σταθερή, όταν ίσες μεταβολές τής ταχύτητας έχουν ίδια διάρκεια.
Τότε λέμε ότι το σώμα κάνει **ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη** (για συντομία Ε.Μ.Κ.) και, ειδικότερα...

- **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη** αν η ταχύτητα αυξάνεται και
- **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη** αν η ταχύτητα μειώνεται

(για συντομία θα γράφουμε, αντίστοιχα, Ε.Ο.Επιτ.Κ. και Ε.Ο.Επιβ.Κ.)



Η ταχύτητα αλλάζει με τον ίδιο ρυθμό : σε κάθε 1 s αυξάνεται 2 m/s.
Άρα, η επιτάχυνση είναι σταθερή και η κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Τότε: επιτάχυνση $\alpha = \frac{2\,\frac{m}{s}}{1\,s} = \frac{4\,\frac{m}{s}}{2\,s} = \frac{6\,\frac{m}{s}}{3\,s} = 2\,\frac{m}{s^2}$ *(σταθερή)*

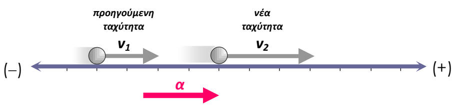
Παρατηρούμε ότι, όταν ίσες μεταβολές στην ταχύτητα έχουν ίδια διάρκεια, τότε όποια μεταβολή τής ταχύτητας κι αν διαιρέσουμε με τη διάρκειά της, βρίσκουμε το ίδιο (σταθερό) πηλίκο. Το πηλίκο αυτό είναι η σταθερή μεταβολή τής ταχύτητας για κάθε 1 s και, άρα, αντιπροσωπεύει τη σταθερή επιτάχυνση τού κινητού. Επομένως ...

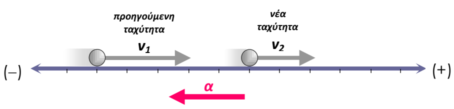
Στην Ε.Ο.Μ.Κ. αν διαιρέσουμε μια –οποιαδήποτε– μεταβολή τής ταχύτητας με τη χρονική διάρκειά της, βρίσκουμε τη σταθερή τιμή τής επιτάχυνσης.

$$\textbf{Στην Ε.Ο.Μ.Κ.: επιτάχυνση} = \frac{\textbf{μεταβολή ταχύτητας}}{\textbf{αντίστοιχη χρονική διάρκεια}}$$

ή, συμβολικά, $\boldsymbol{\alpha} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

Επιταχυνόμενη κίνηση: η ταχύτητα αυξάνεται.
Επιτάχυνση και ταχύτητα σχεδιάζονται με βέλη, τα οποία έχουν ίδια κατεύθυνση.





Επιταβραδυνόμενη κίνηση: η ταχύτητα μειώνεται.
Επιτάχυνση και ταχύτητα σχεδιάζονται με βέλη, τα οποία έχουν αντίθετη κατεύθυνση.

☞ Έχουμε πει ότι, συνηθίζουμε στις ευθύγραμμες κινήσεις να θεωρούμε θετική την κατεύθυνση τής κίνησης, οπότε η ταχύτητα έχει πάντα θετική τιμή. Κάνοντας μια τέτοια ρύθμιση βλέπουμε, λοιπόν, ότι:

Στην Ε.Ο.Επιτ.Κ. η ταχύτητα αυξάνεται, η μεταβολή της είναι θετική, οπότε και η επιτάχυνση είναι θετική.

Στην Ε.Ο.Επιβ.Κ. η ταχύτητα μειώνεται, η μεταβολή της είναι αρνητική, οπότε και η επιτάχυνση είναι αρνητική.

Αν η ταχύτητα αυξάνεται: $v > v_o \Rightarrow v - v_o > 0 \Rightarrow \Delta v > 0 \overset{\Delta t > 0}{\Rightarrow} \alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0$

Αν η ταχύτητα μειώνεται: $v < v_o \Rightarrow v - v_o < 0 \Rightarrow \Delta v < 0 \overset{\Delta t > 0}{\Rightarrow} \alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} < 0$

Άρα, στην Ε.Ο.Μ.Κ. (επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη), ταχύτητα κι επιτάχυνση έχουν
⇨ ίδιο πρόσημο και κατεύθυνση όταν η ταχύτητα αυξάνεται
⇨ αντίθετο πρόσημο και κατεύθυνση όταν η ταχύτητα μειώνεται.

☞ Όταν ένα σώμα κινείται προς τη θετική κατεύθυνση και η ταχύτητα μειώνεται, η επιτάχυνση έχει αρνητικό πρόσημο και:

☑ το μέτρο (= την απόλυτη τιμή) τής επιτάχυνσης τη λέμε **επιβράδυνση** οπότε
☑ οι παρακάτω εκφράσεις είναι ισοδύναμες: *«το κινητό έχει επιτάχυνση –5 m/s²»*
και *«το κινητό έχει επιβράδυνση 5 m/s²»*

Το μέγεθος επιτάχυνση ορίζουμε ότι είναι διανυσματικό, διότι μάς δείχνει την κατεύθυνση τής μεταβολής τής ταχύτητας –αν, δηλαδή, αυξάνεται ή μειώνεται το μέτρο της ή αν αλλάζει η κατεύθυνσή της κι εκφράζει πόσο γρήγορα συμβαίνει μια τέτοια αλλαγή.
Μάλιστα, στην επόμενη τάξη θα δούμε ότι, η λεγόμενη **κεντρομόλος επιτάχυνση** δείχνει πόσο γρήγορα αλλάζει η κατεύθυνση τής ταχύτητας.

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗΣ ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΤΑΧΥΝΟΜΕΝΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

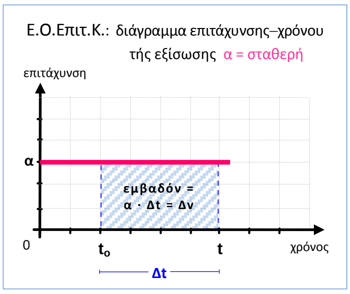
Παρακάτω συνοψίζουμε όλες τις πληροφορίες που μπορούμε να υπολογίσουμε σε μια Ε.Ο.Επιτ.Κ.

Χρονική εξέλιξη τής επιτάχυνσης

Στην Ε.Ο.Επιτ.Κ. η επιτάχυνση είναι σταθερή και, για να τη λογαριάσουμε, χρειάζεται να μετρήσουμε δύο ταχύτητες τού κινητού –ας πούμε την αρχική ταχύτητα v_o και μια επόμενη ταχύτητα v, καθώς και τις αντίστοιχες στιγμές, t_o και t.

Η **εξίσωση επιτάχυνσης–χρόνου** στην Ε.Ο.Επιτ.Κ. είναι $\boldsymbol{\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_o}{t - t_o}}$ = **σταθερή**

Αν κατά την εκκίνηση (v_o = 0) μηδενίσουμε το χρονόμετρο (t_o = 0), η εξίσωση επιτάχυνσης–χρόνου παίρνει την απλούστερη μορφή της $\boldsymbol{\alpha = \frac{v}{t}}$



Με την εξίσωση επιτάχυνσης–χρόνου κατασκευάζουμε ένα διάγραμμα, που έχει στον οριζόντιο άξονα τις στιγμές t της Ε.Ο.Επιτ.Κ. και στον κατακόρυφο τις τιμές τής επιτάχυνσης α.

Στο **διάγραμμα επιτάχυνσης–χρόνου** τής Ε.Ο.Επιτ.Κ.:

☑ Η γραφική παράσταση α–t είναι ευθεία, παράλληλη στον άξονα τού χρόνου.

☑ [Μεταβολή Δv της ταχύτητας] = [Εμβαδόν /// ανάμεσα στη γραφική παράσταση α–t και τον άξονα τού χρόνου].

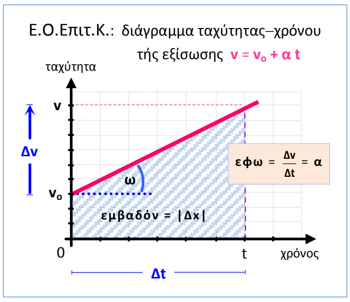
Χρονική εξέλιξη τής ταχύτητας

Αν στην εξίσωση $\alpha = \frac{v - v_o}{t - t_o}$ λύσουμε ως προς v, προκύπτει ότι:

Η **εξίσωση ταχύτητας–χρόνου** στην Ε.Ο.Επιτ.Κ. είναι $\boldsymbol{v = v_o + \alpha\,(t - t_o)}$

Αν μηδενίσουμε το χρονόμετρο (δηλαδή θέσουμε t_o = 0) τη στιγμή που η ταχύτητα έχει τιμή v_o, τότε η εξίσωση ταχύτητας–χρόνου έχει τη μορφή $\boldsymbol{v = v_o + \alpha\, t}$

Αν ο μηδενισμός τού χρονομέτρου (t_o = 0) γίνει τη στιγμή τής εκκίνησης τού σώματος (v_o = 0), τότε η εξίσωση ταχύτητας–χρόνου παίρνει την απλούστερή της μορφή $\boldsymbol{v = \alpha\, t}$



Με την εξίσωση ταχύτητας–χρόνου κατασκευάζουμε ένα διάγραμμα, που έχει στον οριζόντιο άξονα τις στιγμές t της Ε.Ο.Επιτ.Κ. και στον κατακόρυφο τις τιμές τής ταχύτητας v.

Στο **διάγραμμα ταχύτητας–χρόνου** τής Ε.Ο.Επιτ.Κ.:

☑ Η γραφική παράσταση v–t προκύπτει ευθεία, που τέμνει τον άξονα τής ταχύτητας στην αρχική ταχύτητα v_o και έχει κλίση εφω = α.

☑ [Μετατόπιση Δx] = [Εμβαδόν //// ανάμεσα στη γραφική παράσταση v–t και τον άξονα τού χρόνου]

Χρονική εξέλιξη τής θέσης

Στην Ε.Ο.Επιτ.Κ., αν έχουμε το διάγραμμα ταχύτητας–χρόνου, θα δείξουμε πώς μπορούμε να βρούμε την εξίσωση θέσης–χρόνου (δηλαδή το πού βρίσκεται το κινητό κάθε στιγμή).

Ας πάρουμε την Ε.Ο.Επιτ.Κ. όπου επιλέγουμε να μηδενίσουμε τη θέση και το χρόνο (δηλαδή, να θέσουμε x_o = 0 και t_o = 0) τη στιγμή που το κινητό έχει μια ταχύτητα v_o. Τότε η κίνηση έχει εξίσωση ταχύτητας–χρόνου $v = v_o + \alpha t$ και το αντίστοιχο διάγραμμα είναι αυτό που αναπαραστήσαμε μόλις πριν.
Σε μια τέτοια περίπτωση, η θέση x του κινητού κάθε τυχαία στιγμή t συμπίπτει με τη μέχρι τότε μετατόπισή του Δx από την αρχική θέση x_o = 0. Δηλαδή,

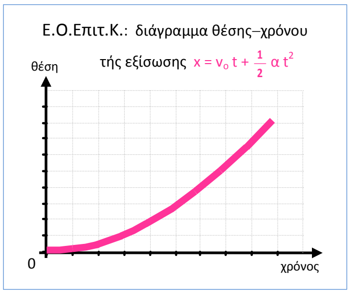
[θέση x τη στιγμή t] = [μετατόπιση Δx από τη στιγμή 0 ως τη στιγμή t]
= [γραμμοσκιασμένο /// εμβαδόν τραπεζίου]
= (ημιάθροισμα βάσεων) • (ύψος)

ή, συμβολικά, $$x = \Delta x = \frac{v + v_o}{2}\, t = \frac{(v_o + \alpha\, t) + v_o}{2}\, t = v_o\, t + \frac{1}{2}\,\alpha\, t^2$$

Στην Ε.Ο.Επιτ.Κ., αν τη στιγμή που μηδενίζουμε το χρονόμετρο, το κινητό περνά από το σημείο αναφοράς με ταχύτητα v_o, τότε η **εξίσωση θέσης–χρόνου** είναι

$$\boldsymbol{x = v_o\, t + \frac{1}{2}\,\alpha\, t^2}$$

Αν συμβαίνει να παρακολουθούμε το κινητό από την εκκίνησή του (οπότε v_o = 0), τότε η εξίσωση θέσης–χρόνου τής Ε.Ο.Επιτ.Κ. παίρνει την πιο απλή της μορφή $\boldsymbol{x = \frac{1}{2}\,\alpha\, t^2}$



Με την εξίσωση θέσης–χρόνου, κατασκευάζουμε ένα διάγραμμα, που έχει στον οριζόντιο άξονα τις στιγμές t της Ε.Ο.Επιτ.Κ. και στον κατακόρυφο άξονα τις τιμές τής θέσης x.

Στο **διάγραμμα θέσης–χρόνου** τής Ε.Ο.Επιτ.Κ. η γραφική παράσταση είναι τμήμα παραβολής.

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗΣ ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΒΡΑΔΥΝΟΜΕΝΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

Παρακάτω συνοψίζουμε όλες τις πληροφορίες που μπορούμε να υπολογίσουμε σε μια Ε.Ο.Επιβ.Κ.

Χρονική εξέλιξη τής επιτάχυνσης

Στην Ε.Ο.Επιβ.Κ. η επιτάχυνση είναι σταθερή και, για να τη λογαριάσουμε, χρειάζεται να μετρήσουμε δύο ταχύτητες τού κινητού –ας πούμε την αρχική ταχύτητα v_o και μια επόμενη ταχύτητα v, καθώς και τις αντίστοιχες στιγμές, t_o και t.

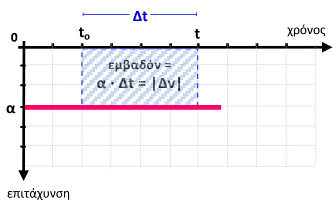
Η **εξίσωση επιτάχυνσης–χρόνου** στην Ε.Ο.Επιβ.Κ. είναι $\boldsymbol{\alpha} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_o}{t - t_o}$ = **σταθερή**

[Θυμίζουμε ότι σε μια Ε.Ο.Επιβ.Κ. προς τη θετική κατεύθυνση η επιτάχυνση α προκύπτει αρνητική.

Η απόλυτη τιμή τής επιτάχυνσης είναι $|\boldsymbol{\alpha}| = \frac{v_o - v}{t - t_o} > 0$ και τη λέμε επιβράδυνση.]

Αν μηδενίσουμε το χρονόμετρο ($t_o = 0$) τη στιγμή που το σώμα έχει την αρχική του ταχύτητα v_o, τότε η εξίσωση τής επιτάχυνσης γράφεται απλούστερα $\boldsymbol{\alpha} = \frac{v - v_o}{t}$

Ε.Ο.Επιβ.Κ.: διάγραμμα επιτάχυνσης–χρόνου
της εξίσωσης α = σταθερή



Με την εξίσωση επιτάχυνσης–χρόνου, κατασκευάζουμε ένα διάγραμμα, που έχει στον οριζόντιο άξονα τις στιγμές t της Ε.Ο.Επιβ.Κ. και στον κατακόρυφο τις τιμές τής επιτάχυνσης α.

Στο **διάγραμμα επιτάχυνσης–χρόνου** τής Ε.Ο.Επιβ.Κ.

☑ Η γραφική παράσταση α–t είναι ευθεία, παράλληλη στον άξονα τού χρόνου.

☑ [Μεταβολή Δv της ταχύτητας] = –[Εμβαδόν /// ανάμεσα στη γραφική παράσταση α–t και τον άξονα τού χρόνου].

(Προσοχή στο πρόσημο μείον μπροστά από το εμβαδόν)

Χρονική εξέλιξη τής ταχύτητας

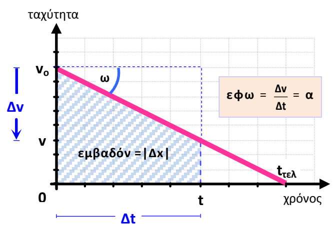
Αν στην εξίσωση $\alpha = \frac{v - v_o}{t - t_o}$ λύσουμε ως προς v, προκύπτει ότι:

Η **εξίσωση ταχύτητας–χρόνου** στην Ε.Ο.Επιβ.Κ. είναι $\mathbf{v = v_o + \alpha\,(t - t_o)}$

ή $\mathbf{v = v_o - |\alpha|\,(t - t_o)}$

Αν μηδενίσουμε το χρονόμετρο ($t_o = 0$) τη στιγμή που η ταχύτητα έχει τιμή v_o, τότε η εξίσωση τής ταχύτητας γράφεται πιο απλά $\mathbf{v = v_o - |\alpha|\,t}$

Ε.Ο.Επιβ.Κ.: διάγραμμα ταχύτητας–χρόνου
της εξίσωσης $v = v_o - |\alpha|\,t$



Με την εξίσωση ταχύτητας–χρόνου κατασκευάζουμε ένα διάγραμμα, που έχει στον οριζόντιο άξονα τις στιγμές t της Ε.Ο.Επιβ.Κ. και στον κατακόρυφο τις τιμές τής ταχύτητας v.

Στο **διάγραμμα ταχύτητας–χρόνου** τής Ε.Ο.Επιβ.Κ.

☑ Η γραφική παράσταση v–t είναι ευθεία, που τέμνει τον άξονα τής ταχύτητας στην αρχική ταχύτητα v_o και η κλίση της είναι εφω = α.

☑ Τη στιγμή $t_{τελ}$ που σταματά η Ε.Ο.Επιβ.Κ. η ταχύτητα μηδενίζεται. Για τη στιγμή εκείνη η εξίσωση ταχύτητας γράφεται $0 = v_o - |\alpha|\,t_{τελ}$, από όπου προκύπτει ότι η στιγμή που σταματά η Ε.Ο.Επιβ.Κ. είναι $\mathbf{t_{τελ} = v_o / |\alpha|}$

☑ [Μετατόπιση Δx] = – [Εμβαδόν /// ανάμεσα στη γραφική παράσταση v–t και τον άξονα τού χρόνου]

(Προσοχή στο πρόσημο μείον μπροστά από το εμβαδόν)

Χρονική εξέλιξη τής θέσης

Στην Ε.Ο.Επιβ.Κ., αν έχουμε το διάγραμμα ταχύτητας–χρόνου, μπορούμε να βρούμε την εξίσωση θέσης–χρόνου (δηλαδή το πού βρίσκεται το κινητό σε κάθε στιγμή).

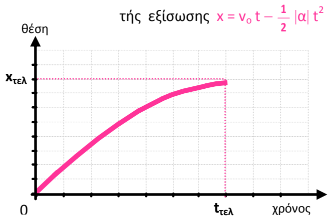
Στην περίπτωση που επιλέγουμε να μηδενίσουμε τη θέση και το χρόνο (δηλαδή, να θέσουμε $x_o = 0$ και $t_o = 0$) τη στιγμή που το κινητό έχει μια ταχύτητα v_o, τότε η κίνηση έχει εξίσωση ταχύτητας–χρόνου $\mathbf{v = v_o - |\alpha|\,t}$ και το αντίστοιχο διάγραμμα είναι αυτό που αναπαραστήσαμε μόλις πριν.

Σε μια τέτοια κίνηση η θέση x του κινητού την τυχαία στιγμή t συμπίπτει με τη μετατόπιση Δx από την αρχική θέση $x_o = 0$.

[θέση x τη στιγμή t] = [μετατόπιση Δx από τη στιγμή 0 ως τη στιγμή t]
= γραμμοσκιασμένο /// εμβαδόν (τραπεζίου)
= (ημιάθροισμα βάσεων) · (ύψος)

ή, συμβολικά, $x = \Delta x = \frac{v + v_o}{2}\,t = \frac{(v_o - |\alpha|\,t) + v_o}{2}\,t = v_o\,t - \frac{1}{2}\,|\alpha|\,t^2$

Ε.Ο.Επιβ.Κ.: διάγραμμα θέσης–χρόνου
τής εξίσωσης $x = v_o\,t - \frac{1}{2}\,|\alpha|\,t^2$



Στην Ε.Ο.Επιβ.Κ., αν τη στιγμή που μηδενίζουμε το χρονόμετρο το κινητό περνά από το σημείο αναφοράς με ταχύτητα v_o, η **εξίσωση θέσης–χρόνου** είναι

$$\mathbf{x = v_o\,t - \tfrac{1}{2}\,|\alpha|\,t^2} \quad \text{ή} \quad \mathbf{x = v_o\,t + \tfrac{1}{2}\,\alpha\,t^2}$$

Με την εξίσωση θέσης–χρόνου, κατασκευάζουμε ένα διάγραμμα, που έχει στον οριζόντιο άξονα τις στιγμές t της Ε.Ο.Επιβ.Κ. και στον κατακόρυφο άξονα τις τιμές τής θέσης x.

Στο **διάγραμμα θέσης–χρόνου** τής Ε.Ο.Επιβ.Κ. η γραφική παράσταση είναι τμήμα παραβολής.

ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΓΙΑ ΤΗ ΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Όλες οι εξισώσεις που αναφέρθηκαν ως τώρα στις κινήσεις ανήκουν στη διδακτέα ύλη τού σχολικού βιβλίου. Άρα:

- *Ως θεωρία* μπορεί να ζητηθεί
  - ☑ είτε να γραφτούν οι εξισώσεις σε κάποια κίνηση
  - ☑ είτε να αποδειχθεί η εξίσωση θέσης–χρόνου στην Ε.Ο.Επιτ.Κ. ή την Ε.Ο.Επιβ.Κ.
- *Στις ασκήσεις* οι εξισώσεις αυτές μπορεί να χρησιμοποιηθούν χωρίς απόδειξη.

Υπάρχουν όμως ασκήσεις τού σχολικού βιβλίου, που οι εξισώσεις που μάθαμε χρειάζονται τροποποίηση για να χρησιμοποιηθούν.
Στη συνέχεια αναφέρουμε μερικές χρήσιμες μορφές/παραλλαγές των εξισώσεων.
Ωστόσο, όταν χρησιμοποιούμε αυτές τις παραλλαγές των εξισώσεων, πρέπει να τις αποδεικνύουμε (επειδή δεν ανήκουν στη διδακτέα ύλη).

Πώς η θέση "γίνεται" μετατόπιση ή διανυόμενη απόσταση

Και στα τρία είδη κινήσεων που περιγράψαμε (Ε.Ο.Κ. – Ε.Ο.Επιτ.Κ. – Ε.Ο.Επιβ.Κ.) το σχολικό βιβλίο αναφέρει την εξίσωση θέσης–χρόνου και όχι διανυόμενης απόστασης–χρόνου ή μετατόπισης–χρόνου.

Σε πολλές ασκήσεις, όμως, χρειάζεται είτε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση τού κινητού ή την απόσταση που διάνυσε είτε να κατασκευάσουμε τα διαγράμματα αυτών των μεγεθών σε συνάρτηση με το χρόνο. Τι κάνουμε τότε;

Στα δεδομένα τής άσκησης διαπιστώνουμε για ποιο είδος κίνησης πρόκειται και γράφουμε την εξίσωση θέσης–χρόνου τής κίνησης.
Στη συνέχεια, αν δε μας δεσμεύει η εκφώνηση, κάνουμε τις γνωστές μας ρυθμίσεις:
Στην πρώτη θέση που παρατηρείται το σώμα θέτουμε το σημείο αναφοράς ($x_o = 0$) και εκεί μηδενίζουμε το χρονόμετρο ($t_o = 0$).
Επίσης, ορίζουμε ως θετική την κατεύθυνση τής κίνησης. Τότε $x = \Delta x = S$ και $t = \Delta t$.
Έτσι, η εξίσωση θέσης–χρόνου μετατρέπεται σε εξίσωση απόστασης ή μετατόπισης–χρόνου.
Ομοίως ισχύει και για τα διαγράμματα.

Απαλοιφή τής επιτάχυνσης

Σε μια άσκηση Ε.Ο.Επιτ.Κ. ή Ε.Ο.Επιβ.Κ., μπορεί να μη δίνεται πληροφορία επιτάχυνσης.
Αν από την εξίσωση επιτάχυνσης–χρόνου ή επιβράδυνσης–χρόνου αντικαταστήσουμε την επιτάχυνση α ή επιβράδυνση |α| στην εξίσωση θέσης–χρόνου, προκύπτει η εξίσωση (γνωστή και ως **εξίσωση Merton**):

$$\mathbf{x = \frac{v + v_o}{2}\, t} \qquad (\text{☞ ΝΑ ΑΠΟΔΕΙΧΘΕΙ ΩΣ ΑΣΚΗΣΗ})$$

Απαλοιφή τού χρόνου

Σε μια άσκηση Ε.Ο.Επιτ.Κ. ή Ε.Ο.Επιβ.Κ. μπορεί να μη δίνεται πληροφορία χρόνου.
Αν λύσουμε την εξίσωση ταχύτητας–χρόνου ως προς το χρόνο t κι αντικαταστήσουμε στην εξίσωση θέσης–χρόνου, προκύπτουν οι εξισώσεις:

$$\mathbf{x = \frac{v^2 - v_o^2}{2\alpha}} \text{ για την Ε.Ο.Επιτ.Κ.} \quad \text{και} \quad \mathbf{x = \frac{v_o^2 - v^2}{2|\alpha|}} \text{ για την Ε.Ο.Επιβ.Κ.} \quad (\text{☞ ΝΑ ΑΠΟΔΕΙΧΘΕΙ ΩΣ ΑΣΚΗΣΗ})$$

Η θέση όπου σταματά η Ε.Ο.Επιβ.Κ.

Στην Ε.Ο.Επιβ.Κ. μπορούμε να βρούμε τη θέση $x_{τελ}$ που θα σταματούσε το κινητό, αν στην εξίσωση $x = \frac{v_o^2 - v^2}{2|\alpha|}$ θέσουμε $v = 0$.

$$\text{Βρίσκουμε τότε} \quad \mathbf{x_{τελ} = \frac{v_o^2}{2|\alpha|}}$$

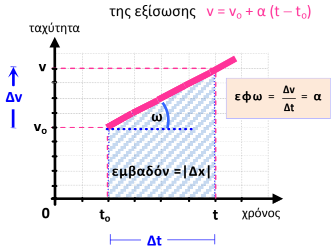
Η πιο γενική εξίσωση θέσης–χρόνου στην Ε.Ο.Επιτ.Κ.

Επισημαίνουμε ότι, στην Ε.Ο.Επιτ.Κ. και την Ε.Ο.Επιβ.Κ., η εξίσωση θέσης–χρόνου εξαρτάται και προκύπτει από την εξίσωση ταχύτητας–χρόνου και το αντίστοιχο διάγραμμά της. Για παράδειγμα:
Η εξίσωση θέσης–χρόνου $x = v_o\, t + \frac{1}{2}\alpha\, t^2$ ισχύει στην Ε.Ο.Επιτ.Κ. που η εξίσωση ταχύτητας–χρόνου είναι τής μορφής $v = v_o + \alpha\, t$.
Αυτό σημαίνει ότι τη στιγμή που μηδενίζουμε το χρονόμετρο ($t_o = 0$) το κινητό περνά με ταχύτητα v_o από το σημείο αναφοράς ($x_o = 0$).

Στη γενική περίπτωση όμως, που η Ε.Ο.Επιτ.Κ. έχει εξίσωση ταχύτητας–χρόνου $v = v_o + \alpha\,(t - t_o)$, σημαίνει ότι τη στιγμή t_o το κινητό περνά με ταχύτητα v_o από τη θέση x_o. Τότε δεν ισχύει η εξίσωση θέσης–χρόνου $x = v_o\, t + \frac{1}{2}\alpha\, t^2$ (που έχει το σχολικό βιβλίο).

Ποια εξίσωση ισχύει λοιπόν;

Ε.Ο.Επιτ.Κ.: διάγραμμα ταχύτητας–χρόνου της εξίσωσης $v = v_o + \alpha\,(t - t_o)$



Καταφεύγουμε στο διάγραμμα ταχύτητας–χρόνου τής εξίσωσης $v = v_o + \alpha\,(t - t_o)$.
Από το εμβαδόν βρίσκουμε τη μετατόπιση Δx από τη στιγμή t_o ως τη στιγμή t.

[μετατόπιση Δx από τη στιγμή t_o ως τη στιγμή t] = [γραμμοσκιασμένο /// εμβαδόν τραπεζίου]

= (ημιάθροισμα βάσεων) • (ύψος)

$$\text{ή, συμβολικά,} \quad \Delta x = \frac{v + v_o}{2}(t - t_o)$$

$$= \frac{(v_o + \alpha\, t) + v_o}{2}(t - t_o)$$

$$= v_o\,(t - t_o) + \frac{1}{2}\alpha\,(t - t_o)^2$$

$$\text{δηλαδή,} \quad \mathbf{\Delta x = v_o\, \Delta t + \frac{1}{2}\alpha\, \Delta t^2}$$

Από τη μετατόπιση σε συνάρτηση με το χρόνο προσδιορίζουμε και τη θέση σε συνάρτηση με το χρόνο:

$$x - x_o = v_o\,(t - t_o) + \frac{1}{2}\alpha\,(t - t_o)^2$$

$$\text{ή} \quad \mathbf{x = x_o + v_o\,(t - t_o) + \frac{1}{2}\alpha\,(t - t_o)^2}$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Με βάση τη διδακτέα ύλη Φυσικής Γενικής Παιδείας Α' Λυκείου (2012–2013), προτείνω να λυθούν (ανά ενότητα και με την αναφερόμενη σειρά) οι παρακάτω ερωτήσεις / ασκήσεις
- **από το σχολικό βιβλίο ΦΥΣΙΚΗ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ (από σελ. 63–71).**

Θέση κινητού σε μια ευθεία	
Διανυόμενη απόσταση και μετατόπιση σε μια ευθεία	Ερ. 8, 34
Σχέση χώρου και χρόνου στην κίνηση	
Ταχύτητα και ευθύγραμμη ομαλή κίνηση	Ερ. 9, 19
Περιγραφή ευθύγραμμης ομαλής κίνησης	Ερ. 26 – Ασκ. 1, 2, 4, 5, 6 – Εφ. σελ. 45
Ευθύγραμμη μεταβαλλόμενη κίνηση	Ερ. 10, 25, 12, 13, 30, 33 – Ασκ. 3, 9, 10
Επιτάχυνση και ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση	Ερ. 20, 29, 39
Περιγραφή ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης	Ερ. 21, 11, 14, 1, 31 – Ασκ. 7, 8, 14, 12
Περιγραφή ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης	Εφ. 1 σελ. 57 – Ασκ. 13, 17
Επανάληψη	Ερ. 15, 17, 22, 23, 24, 32, 37, 38, 40 – Εφ. 2 σελ. 57 – Ασκ. 15, 11, 16, 19, 18

Επίσης, προτείνω τις παρακάτω πρόσθετες ερωτήσεις / ασκήσεις για επανάληψη.

Πρόσθετες ερωτήσεις / ασκήσεις (εκτός σχολικού βιβλίου)

Π1. Να χαρακτηρίσετε σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) τις παρακάτω προτάσεις.
Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση
α) Η ταχύτητα είναι σταθερή
β) Η επιτάχυνση είναι ανάλογη τού χρόνου κίνησης
γ) Η μέση ταχύτητα είναι ίση με τη στιγμιαία ταχύτητα
δ) Η μετατόπιση είναι ανάλογη με τη χρονική διάρκεια της κίνησης
ε) Ίσες μεταβολές τής ταχύτητας έχουν την ίδια χρονική διάρκεια
ζ) Ο ρυθμός μεταβολής τής ταχύτητας είναι σταθερός
η) Η επιτάχυνση και η ταχύτητα έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση

Π2. Να σημειώσετε ποια από τα παρακάτω θα μπορούσαμε να βρούμε σε ένα διάγραμμα x–t :
α) Τη θέση τού κινητού κάθε χρονική στιγμή
β) Τη μετατόπισή του μεταξύ δύο θέσεων ή χρονικών στιγμών
γ) Αν η τιμή τής ταχύτητας αυξάνεται ή μειώνεται
δ) Τη μέση ταχύτητα για ορισμένη μετατόπιση ή χρονική διάρκεια
ε) Αν το κινητό κινείται προς τη θετική ή την αρνητική κατεύθυνση
ζ) Την ταχύτητα σε κάποια στιγμή, αν η γραφική παράσταση έχει ευθύγραμμα τμήματα και μπορούμε να βρούμε την κλίση τους

Π3. Να σημειώσετε ποια από τα παρακάτω θα μπορούσαμε να βρούμε σε ένα διάγραμμα v–t :
α) Αν το μέτρο τής ταχύτητας αυξάνεται ή μειώνεται σε κάποιο χρονικό διάστημα
β) Αν το κινητό κινείται προς τη θετική ή την αρνητική κατεύθυνση.
γ) Την επιτάχυνση τού κινητού, αν η γραφική παράσταση έχει ευθύγραμμα τμήματα και μπορούμε να βρούμε την κλίση τους
δ) Τη μετατόπιση τού κινητού, αν είναι δυνατό να υπολογιστεί το εμβαδόν ανάμεσα στη γραφική παράσταση και τον άξονα τού χρόνου

Π4. Βασιζόμενοι στα δεδομένα τού διπλανού πίνακα (x, t) για μια ευθύγραμμη κίνηση
α) Να δείξετε ότι η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη ($v_o = 0$)
β) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση τού κινητού
γ) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα v–t.

t(s)	0	1	2	3	4
x(m)	0	3	12	27	48

Π5. Ένα σημειακό σώμα, που κινείται σε ευθεία, έχει συντεταγμένη 3 cm.
Αν μετατοπιστεί κατά +10 cm και μετά κατά –24 cm, να υπολογίσετε
α) ποια είναι η τελική του συντεταγμένη,
β) ποια είναι η συνολική του μετατόπιση και
γ) ποιο το συνολικό διάστημα που έχει διανύσει.

[ΑΠ: α) –11 m β) –13 m γ) 34 m]

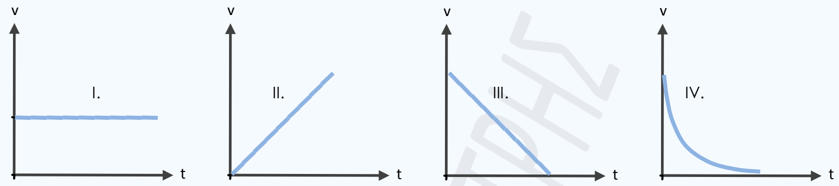
Π6. Ο χρόνος αντίδρασης ενός οδηγού είναι 0,4 s και η ταχύτητα τού αυτοκινήτου του είναι 20 m/s.
Ένα εμπόδιο βρίσκεται σε απόσταση 50 m τη στιγμή που ο οδηγός το αντιλαμβάνεται και επιβραδύνει το αυτοκίνητο με επιβράδυνση 5 m/s^2. Να απαντήσετε στις εξής ερωτήσεις:

α) Από τη στιγμή που ο οδηγός είδε το εμπόδιο μέχρι να σταματήσει, το αυτοκίνητο έκανε:
I. μια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση
II. μια ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση
III. δύο κινήσεις, μια ομαλή και μία ομαλά επιβραδυνόμενη
IV. δύο επιβραδυνόμενες κινήσεις
(Επιλέξτε τη σωστή απάντηση)

β) Από τη στιγμή που ο οδηγός είδε το εμπόδιο μέχρι να πατήσει φρένο ο χρόνος είναι _____
(Γράψτε τη σωστή απάντηση)

γ) Ο οδηγός θα αποφύγει τη σύγκρουση, αν το διάστημα που θα διανύσει από τη στιγμή που είδε το εμπόδιο μέχρι να σταματήσει είναι ____
(Γράψτε τη σωστή απάντηση)

δ) Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα ταχύτητας–χρόνου περιγράφει την κίνηση τού αυτοκινήτου, από τη στιγμή που ο οδηγός άρχισε να φρενάρει, μέχρι το αυτοκίνητο να σταματήσει ; *(Επιλέξτε τη σωστή απάντηση)*



ε) Για την κίνηση τού αυτοκινήτου, από τη στιγμή που ο οδηγός άρχισε να φρενάρει και ύστερα, ισχύει η εξίσωση:
(Γράψτε για κάθε εξίσωση Σ αν είναι σωστή και Λ αν είναι λανθασμένη)

I. $v = \alpha\, t$ II. $s = \frac{1}{2}\alpha\, t^2$ III. $s_{ολ} = \frac{v_o^2}{2|\alpha|}$ IV. $t_{ολ} = \frac{v_o}{|\alpha|}$ V. $v = v_o - |\alpha|\, t$ VI. $s = v\, t$

Π7. Τη χρονική στιγμή που μηδενίζουμε το χρονόμετρό μας ένα αυτοκίνητο βρίσκεται στο σημείο αναφοράς μιας ευθείας και ξεκινά να κινείται προς τη θετική κατεύθυνση, με σταθερή επιτάχυνση 4 m/s^2.
α) Να προβλέψετε πού θα βρίσκεται το αυτοκίνητο μετά από 3 s.
β) Να υπολογίσετε τη μεταβολή τής ταχύτητάς του στα επόμενα 5 s της κίνησης.
γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση $x = f(t^2)$ για τα πρώτα 5 s της κίνησης
[ΑΠ: α) 18 m β) 20 m/s]

Π8. Δύο σημειακά σώματα κινούνται ευθύγραμμα, με ταχύτητες $v_1 = +8$ m/s το πρώτο και $v_2 = +4$ m/s το δεύτερο.
Η αρχική θέση τού πρώτου αντικειμένου είναι $x_1 = -21$ m και του δεύτερου $x_2 = +7$ m.
α) Σε πόσο χρόνο το πρώτο αντικείμενο θα φθάσει το δεύτερο;
β) Να υπολογίσετε τη θέση που θα συναντηθούν τα δύο σώματα.
[ΑΠ: α) 7 s β) 35 m]

Π9. Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση 2 m/s^2. Τη χρονική στιγμή 3 s η ταχύτητά του είναι 54 km/h.
Να υπολογίσετε σε ποια στιγμή η ταχύτητά του θα έχει αυξηθεί κατά 60%.
[ΑΠ: 7,5 s]

Π10. Ένα αυτοκίνητο Α κινείται σε ευθύ δρόμο με σταθερή ταχύτητα 20 m/s.
Σε απόσταση 24 m πίσω του ένα δεύτερο αυτοκίνητο Β ξεκινά να κινείται με σταθερή επιτάχυνση α.
α) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση α, για να συναντηθούν τα δύο αυτοκίνητα μετά από 5 s.
β) Να υπολογίσετε πόσο θα έχει μετατοπιστεί τότε το Β.
[ΑΠ: α) 4 m/s^2 β) 120 m]

Π11. Ένα σώμα, που αρχικά είναι ακίνητο, αποκτά σταθερή επιτάχυνση α = 5 m/s^2.
Όταν η ταχύτητά του γίνει 10m/s, συνεχίζει με την ίδια ταχύτητα για όσο χρόνο επιταχυνόταν.
Στη συνέχεια επιβραδύνεται ομαλά και σταματά μετά από άλλα 3 s.
α) Να υπολογίσετε τη μετατόπιση τού σώματος και τον ολικό χρόνο κίνησης.
β) Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα v–t και x–t.
[ΑΠ: α) 45 m]

Π12. Δύο αυτοκίνητα ξεκινούν τη χρονική στιγμή μηδέν από την ίδια αφετηρία και κινούνται σε ευθύγραμμη τροχιά, με επιταχύνσεις $\alpha_1 = 4$ m/s^2 και $\alpha_2 = 5$ m/s^2. Μετά από 10 s το ταχύτερο από αυτά διατηρεί σταθερή την ταχύτητα που έχει αποκτήσει εκείνη τη στιγμή, ενώ το άλλο συνεχίζει με την επιτάχυνση που είχε.
Να προσδιορίσετε ποια χρονική στιγμή τα δύο αυτοκίνητα θα συναντηθούν και πόση θα είναι η μετατόπισή τους από την αφετηρία.