

---

# Φυσική Α Ενιαίου Λυκείου

## Νόμοι του Νεύτωνα - Κινηματική Υλικού Σημείου

Επιμέλεια: Μιχάλης Ε. Καραδημητρίου, MSc Φυσικός

<http://www.perifysikhs.com>

---

### Αναζητώντας την "αιτία" των κινήσεων

Η μελέτη των κινήσεων, μπορεί να σας φαίνεται λίγο βαρετή και δύσκολη, αλλά ως θέμα απασχόλησε για αιώνες τους Φυσικούς. Από τον Αριστοτέλη, στον Γαλιλαίο και τον Νεύτωνα, αναζητώντας την "αιτία" για την κίνηση των σωμάτων. Και μιλώντας για κίνηση αναφερόμαστε τόσο στο απλούστερο π.χ. την κίνηση του μήλου που πέφτει από το δέντρο, έως το σύνθετο π.χ. την κίνηση των πλανητών μας. Όλες οι κινήσεις στον κόσμο μας περιγράφονται με κοινές αρχές και νόμους που συγκροτούν το θεμελιώδες κεφάλαιο της Κλασσικής Μηχανικής.

### Τα βασικά μεγέθη - εργαλεία της κινηματικής

Η περιγραφή κάθε κίνησης, απλής ή σύνθετης απαιτεί μια σειρά από έννοιες και μαθηματικά εργαλεία. Εργαλεία όπως τα διανυσματικά μεγέθη, οι ρυθμοί μεταβολής, τα μονόμετρα μεγέθη.

#### Το υλικό σημείο

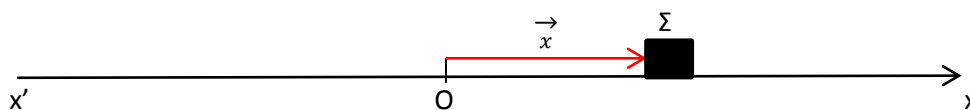
Για να απλοποιήσουμε την περιγραφή μιας κίνησης ορίζουμε το **Υλικό Σημείο**. Το υλικό σημείο είναι μια μαθηματική περιγραφή ενός σώματος ως μια "κουκκίδα" που ενσωματώνει όλες τις ιδιότητες της ύλης εκτός από τις γεωμετρικές διαστάσεις. Η μελέτη της κίνησης ενός υλικού σημείου είναι μια καλή προσέγγιση που περιγράφει με άριστο τρόπο την μεταφορική κίνηση σωμάτων που οι διαστάσεις τους μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες. Το υλικό σημείο μπορούμε να το αναφέρουμε και ως **σωματίδιο**. Στην Γ Λυκείου θα προσθέσουμε τις υπόλοιπες έννοιες για την μελέτη της κίνησης σωμάτων με μη - αμελητέες διαστάσεις.

#### Κίνηση σε μια διάσταση.

Ας θεωρήσουμε ότι ένα υλικό σημείο μάζας  $m$  κινείται ευθύγραμμα πάνω στον γνωστό μας άξονα  $x'Ox$ .

#### Το διάνυσμα της θέσης.

Ορίζουμε ως  $\vec{x}$  το **διάνυσμα της θέσης** του σώματος. Από τον ορισμό είναι σαφές ότι η θέση είναι διανυσματικό μέγεθος. Το μέτρο του  $\vec{x}$  είναι ίσο με την απόσταση του



σώματος από την αρχή των αξόνων  $O(x = 0)$ . Η επιλογή του  $O$  ως αρχή μέτρησης των αποστάσεων έγινε για λόγους απλότητας, θα μπορούσαμε να ορίσουμε όποιο σύστημα αναφοράς θέλαμε, απλά θα κάναμε την ζωή μας λίγο δυσκολότερη. Όταν  $x > 0$  το σώμα βρίσκεται στον θετικό ημιάξονα και όταν  $x < 0$  το σώμα βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα. **Προσοχή! το πρόσημο της θέσης δεν έχει καμία σχέση με την φορά της κίνησης.**

Στην περίπτωση που ένα σώμα κινείται στο επίπεδο ή ακόμα και στον χώρο, δεν αρκεί μόνο το διάνυσμα  $\vec{x}$  αλλά χρειαζόμαστε και τα διανύσματα των άλλων διαστάσεων  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ . Βέβαια κατανοώντας την κίνηση στην μια διάσταση είναι εύκολο να δούμε και τις υπόλοιπες.

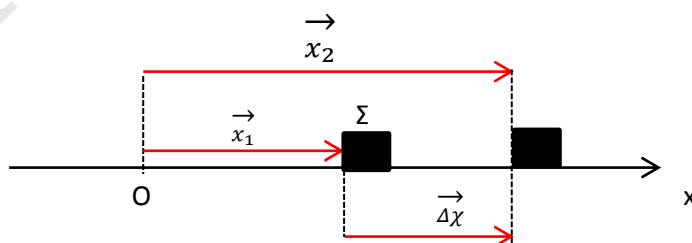
### Χρονική στιγμή - Χρονική Διάρκεια

Ο Χρόνος είναι καθοριστικό μέγεθος στην μελέτη των κινήσεων. Ορίζουμε ως **Χρονική Στιγμή** ( $t$ ) την ένδειξη του χρονομέτρου που χρησιμοποιούμε για να μετρήσουμε τον χρόνο. Βέβαια η χρονική στιγμή μετριέται έχοντας θέσει κάπου και την στιγμή μηδέν ( $t_0 = 0$ ). Η **Χρονική Διάρκεια** ( $\Delta t$ ) είναι ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο χρονικές στιγμές ( $\Delta t = t_2 - t_1$ ).

### Το διάνυσμα της Μετατόπισης.

Η Μετατόπιση ( $\Delta \vec{x}$ ) ενός σώματος είναι το διάνυσμα που έχει ως αρχή την αρχική θέση του σώματος και ως τέλος την τελική του θέση. Η έννοια της μετατόπισης είναι ανεξάρτητη του είδους της κίνησης που κάνει το σώμα. Μιλώντας βέβαια για ευθύγραμμη κίνηση η μετατόπιση είναι θετική όταν το σώμα κινείται προς τα δεξιά και αρνητική όταν κινείται προς τα αριστερά. Αν ένα σώμα την χρονική στιγμή  $t_1$  βρίσκεται στην θέση  $\vec{x}_1$  και την χρονική στιγμή  $t_2$  βρίσκεται στην θέση  $\vec{x}_2$  τότε η μετατόπιση μέσα στο χρονικό διάστημα  $\Delta t = t_2 - t_1$  είναι:

$$\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1 \quad (1)$$



Η μετατόπιση  $\Delta \vec{x}$  (διανυσματικό μέγεθος) και το διάστημα  $S$  (μονόμετρο μέγεθος) είναι δύο μεγέθη που πολλές φορές συγχέονται μεταξύ τους. Το διάστημα είναι ίσο με το συνολικό μήκος που διανύει ένα σώμα και ταυτίζεται με το μέτρο της μετατόπισης μόνο σε ευθύγραμμες κινήσεις που δεν αλληιάζουν φορά.

## Η έννοια της Δύναμης - Νόμοι του Νεύτωνα

Η δύναμη ( $\vec{F}$ ) είναι ένα διανυσματικό μέγεθος που μπορεί να οριστεί μέσα από τα αποτελέσματα της. Η δύναμη μπορεί να προκαλέσει παραμόρφωση ενός σώματος ή αλλαγή της κινητικής κατάστασης του. Για παράδειγμα μια δύναμη μπορεί να αλλάξει το μήκος ενός ελατηρίου ή να θέσει σε κίνηση ένα ακίνητο σώμα. Σε κάθε περίπτωση μια δύναμη μπορεί να μετρηθεί με βάση το αποτέλεσμα της. Μονάδα μέτρησης της δύναμης είναι το 1 N (Newton).

### Συνισταμένη Δυνάμεων

Σε ένα σώμα μπορεί να ασκούνται ταυτόχρονα πολλές δυνάμεις, τότε η δύναμη που μπορεί να αντικαταστήσει τις επιμέρους δυνάμεις ( εκ του αποτελέσματος της) λέγεται συνισταμένη δύναμη και η διαδικασία υπολογισμού της λέγεται σύνθεση δυνάμεων. Γενικά η εύρεση της συνισταμένης δύναμης είναι μια διαδικασία που θα πρέπει να "σέβεται" την διανυσματική φύση της Δύναμης. Συμβολικά η διαδικασία περιγράφεται από την σχέση.

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots \quad (2)$$

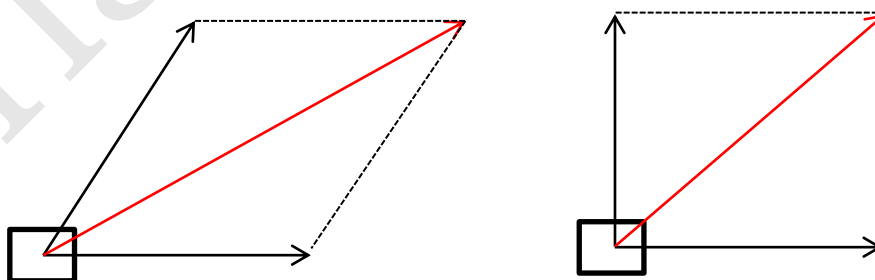
### Συγγραμμικές δυνάμεις

Αν σε ένα σώμα ασκούνται δύο συγγραμμικές δυνάμεις  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  η συνισταμένη τους υπολογίζεται εύκολα με μια πρόσθεση όταν έχουν ίδια φορά ( ομόρροπες) ή μια αφαίρεση όταν έχουν αντίθετη φορά (αντίρροπες)



Σχήμα 1: Με κόκκινο η φορά της συνισταμένης δύναμης σε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις.

Στην περίπτωση που οι δυνάμεις σχηματίζουν γωνία  $\theta$  μεταξύ τους η συνισταμένη τους υπολογίζεται με την μέθοδο του παραλληλογράμμου και το μέτρο της από την σχέση:



Σχήμα 2: Με κόκκινο η φορά της συνισταμένης δύναμης για τυχαία γωνία και για κάθετες δυνάμεις.

$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cos \theta} \quad (3)$$

Είναι προφανές από την παραπάνω σχέση ότι όταν οι δύο δυνάμεις είναι κάθετες μεταξύ τους ( $\theta = 90^\circ \Rightarrow \sin 90 = 1$ ) η συνισταμένη προκύπτει από το πυθαγόρειο θεώρημα.

$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (4)$$

## Νόμοι του Νεύτωνα

### Η έννοια της αδράνειας

Ο Γαλιλαίος ήταν ο πρώτος που μέσα από πειράματα κατέληξε στο συμπέρασμα ότι τα σώματα αντιστέκονται στη μεταβολή της ταχύτητας τους, δηλαδή στην μεταβολή της κινητικής τους κατάστασης. Για παράδειγμα όταν προσπαθούμε να σπρώξουμε ένα ακίνητο αντικείμενο που ηρεμεί πάνω σε ένα τραπέζι, διαπιστώνουμε ότι το σώμα αντιστέκεται θέλοντας να διατηρήσει την κατάσταση της ακινησίας του.

Η αδράνεια είναι **η ιδιότητα που έχουν τα σώματα να αντιστέκονται στην μεταβολή της κινητικής τους κατάστασης.**

Η αδράνεια ως έννοια χαρακτηρίζει όλα τα σώματα ανεξάρτητα από το αν αυτά κινούνται ή όχι.

### 1ος Νόμος του Νεύτωνα ή Νόμος της Αδράνειας

*Όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδέν τότε το σώμα είτε ηρεμεί είτε κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.*

### Η Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση (Ε.Ο.Κ.) ως συνέπεια του 1ου Νόμου

Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και Ομαλά όταν σε ίσα χρονικά διαστήματα διανύει ίσες αποστάσεις, κινούμενο βέβαια σε ευθεία γραμμή.

### Το μέγεθος της ταχύτητας

Η ταχύτητα ( $\vec{v}$ ) είναι ένα διανυσματικό μέγεθος χαρακτηριστικό της κίνησης. Ορίζεται ως ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του σώματος. Μονάδα μέτρησης της ταχύτητας είναι το  $1m/s$

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \quad (5)$$

Στην Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση η κινητική κατάσταση του σώματος παραμένει σταθερή, άρα **η ταχύτητα παραμένει σταθερή.**

Αν την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το σώμα βρίσκεται στην θέση  $x_0$  και την χρονική στιγμή  $t$  βρίσκεται στην θέση  $x$  κινούμενο ευθύγραμμα και ομαλά:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \Rightarrow x = x_0 + v \cdot t \quad (6)$$

Αν βέβαια την  $t_0 = 0$  το σώμα βρίσκεται στο Ο ( $x_0 = 0$ ) τότε η θέση του σε κάθε χρονική στιγμή θα δίνεται από την σχέση:  $x = v \cdot t$

## Ο 2ος Νόμος του Νεύτωνα - Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής

Πειραματικά έχει αποδειχθεί ότι, όταν σ'ένα σώμα ασκείται μια δύναμη τότε το σώμα εκτελεί **μεταβαλλόμενη κίνηση** που εξαρτάται από το μέγεθος της δύναμης.

### Το μέγεθος της επιτάχυνσης

Η επιτάχυνση ( $\vec{a}$ ) είναι ένα διανυσματικό μέγεθος, χαρακτηριστικό των μεταβαλλόμενων κινήσεων. Ορίζετε ως ο *ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας* του σώματος. Μονάδα μέτρησης της επιτάχυνσης είναι το  $1m/s^2$

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad (7)$$

Όπου βέβαια  $\Delta\vec{v}$  είναι η μεταβολή της ταχύτητας μέσα στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ . Αν  $\vec{v}_1$  η ταχύτητα την χρονική στιγμή  $t_1$  και  $\vec{v}_2$  η ταχύτητα την χρονική στιγμή  $t_2$  τότε:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \quad (8)$$

### Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής

Η επιτάχυνση  $\vec{a}$  που αποκτά ένα σώμα μάζας  $m$  το οποίο δέχεται συνισταμένη δύναμη  $\Sigma\vec{F}$  είναι ανάλογη της συνισταμένης δύναμης και αντιστρόφως ανάλογη με τη μάζα του σώματος. Δηλαδή:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m} \quad (9)$$

Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή ως η **θεμελιώδης εξίσωση της Μηχανικής**. Ο 2ος Νόμος του Νεύτωνα συνδέει την **αιτία** ( $\Sigma\vec{F}$ ) με το **αποτέλεσμα** ( $\vec{a}$ ).

Η μάζα έχει καθοριστικό ρόλο στην σύνδεση ανάμεσα στην **αιτία** και το **αποτέλεσμα**. Όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα ενός σώματος τόσο δυσκολότερα μεταβάλλεται η κινητική του κατάσταση. **Η μάζα είναι το μέτρο της αδράνειας**.

### Συμπεράσματα του 2ου Νόμου:

- Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που δρουν σε ένα σώμα είναι μηδέν ( $\Sigma\vec{F} = 0$ ) τότε και η επιτάχυνση του σώματος θα είναι μηδέν. Άρα το σώμα θα ισορροπεί ή θα κινείται ευθύγραμμα ομαλά, επιστρέφουμε έτσι στον 1ο Νόμο.
- Η επιτάχυνση ( $\vec{a}$ ) και η συνισταμένη δύναμη  $\Sigma\vec{F}$  έχουν την ίδια κατεύθυνση. Συνεπώς όταν η συνισταμένη δύναμη έχει την ίδια φορά με την ταχύτητα, τότε το σώμα επιταχύνεται και όταν η συνισταμένη δύναμη έχει αντίθετη φορά με την ταχύτητα, τότε το σώμα επιβραδύνεται.
- Αν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι σταθερή τότε και η επιτάχυνση θα είναι σταθερή.
- Αν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι μεταβαλλόμενη τότε και η επιτάχυνση του σώματος θα είναι μεταβαλλόμενη.

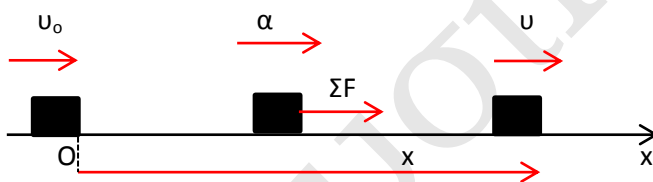
## Η Ευθύγραμμη Ομαλά μεταβαλλόμενη Κίνηση (Ε.Ο.Μ.Κ.) ως συνέπεια του 2ου Νόμου

Ευθύγραμμη Ομαλά Μεταβαλλόμενη είναι μια κίνηση στην οποία το σώμα κινείται σε ευθεία γραμμή και η ταχύτητα του μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό, εξαιτίας μιας σταθερής δύναμης. Αν το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται η κίνηση είναι **επιταχυνόμενη** και αν το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται η κίνηση είναι **επιβραδυνόμενη**.

**Στην ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι σταθερή με συνέπεια να είναι σταθερή και η επιτάχυνση του.**

### Ομαλά Επιταχυνόμενη

Αν το σώμα την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  κινείται με αρχική ταχύτητα  $v_0$  και **η συνισταμένη δύναμη είναι ομόρροπη με την αρχική ταχύτητα**, σε μια τυχαία χρονική στιγμή  $t$  θα έχει ταχύτητα μέτρου  $v$  :



$$\alpha = \frac{v - v_0}{t - t_0} \Rightarrow v = v_0 + \alpha \cdot t \quad (10)$$

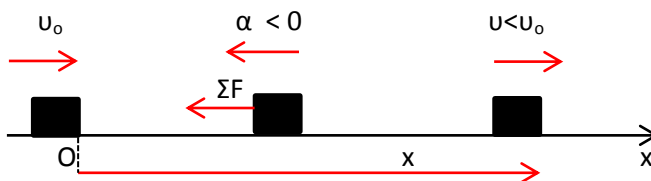
Αν την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το σώμα βρίσκεται στην θέση  $x = 0$  σε μια τυχαία χρονική στιγμή  $t$  θα βρίσκεται στην θέση :

$$x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad (11)$$

*Είναι προφανές ότι όταν το σώμα ξεκινά από την ηρεμία με την επίδραση μιας σταθερής δύναμης, τότε δεν υπάρχει αρχική ταχύτητα  $v_0$  στις παραπάνω σχέσεις.*

### Ομαλά Επιβραδυνόμενη

Αν το σώμα την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  κινείται με αρχική ταχύτητα  $v_0$  και **η συνισταμένη δύναμη είναι αντίρροπη με την αρχική ταχύτητα**, σε μια τυχαία χρονική στιγμή  $t$  θα έχει ταχύτητα μέτρου  $v$  :



$$v = v_0 - \alpha \cdot t \quad (12)$$

Αν την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το σώμα βρίσκεται στην θέση  $x = 0$  σε μια τυχαία χρονική στιγμή  $t$  θα βρίσκεται στην θέση:

$$x = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad (13)$$

### Κίνηση υπό την επίδραση του Βάρους

Αν αφήσουμε ένα σώμα να κινηθεί από ένα ύψος πάνω από την επιφάνεια της γης τότε η μόνη δύναμη που θα δεχτεί θα είναι η βαρυτική έλξη από το κέντρο της γης. Η επιτάχυνση του σώματος θα είναι ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας  $\vec{g}$ . Έτσι σύμφωνα με τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα για ένα σώμα που κινείται πάνω από την επιφάνεια της γης ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = m\vec{g} = \vec{B} \quad (14)$$

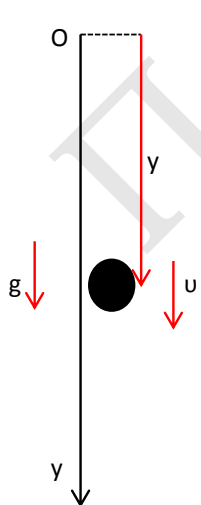
Η παραπάνω δύναμη είναι το **Βάρος** του σώματος. Η τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας εξαρτάται από το ύψος πάνω από την επιφάνεια της γης και από το γεωγραφικό πλάτος. Για τα δικά μας προβλήματα θα θεωρούμε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση  $g = 9,81 \text{ m/s}^2 \simeq 10 \text{ m/s}^2$

Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην Γη υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$g = G \frac{M_{\Gamma}}{r^2} \quad \text{εκτός ύλης!}$$

όπου  $G$  παγκόσμια σταθερά,  $M_{\Gamma}$  η μάζα της Γης και  $r$  η απόσταση του σώματος από το κέντρο της Γης. Είναι προφανές από τον παραπάνω τύπο ότι η  $g$  εξαρτάται από τις παραμέτρους που αναφέραμε παραπάνω.

### Ελεύθερη πτώση



Όλα τα σώματα που αφήνονται από ένα ύψος, ελεύθερα να κινηθούν με την επίδραση μόνο του Βάρους τους εκτελούν **Ελεύθερη πτώση** με επιτάχυνση  $\vec{g}$  που είναι ίδια για όλα τα σώματα ανεξάρτητα από την μάζα τους.

Η ελεύθερη πτώση είναι μια Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση στον κατακόρυφο άξονα  $y'Oy$ . **Αντίστοιχα με όσα μάθαμε παραπάνω η ταχύτητα και η θέση του σώματος σε κάθε χρονική στιγμή θα δίνονται από τις σχέσεις:**

$$v = g \cdot t \quad \text{και} \quad y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (15)$$

Αν το σώμα εκτοξευτεί με ταχύτητα  $v_0$  ομόρροπη ή αντίρροπη με το Βάρος τότε το σώμα εκτελεί **Κατακόρυφη Βολή**. Η βολή μπορεί να είναι επιταχυνόμενη ή επιβραδυνόμενη ανάλογα με την φορά της αρχικής ταχύτητας. Οι εξισώσεις είναι ανάλογες της Ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης με επιτάχυνση  $\alpha = g$

$$\text{Αν } \Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Το σώμα ισορροπεί} \Rightarrow \vec{v} = 0 \\ \text{Το σώμα κινείται Ευθύγραμμα Ομαλά, } \vec{v} = \text{σταθερή} \Rightarrow x = v \cdot t \end{cases}$$

$$\text{Αν } \Sigma \vec{F} = \text{σταθερή} \Rightarrow \begin{cases} \text{Επιταχυνόμενη} \Rightarrow v = v_0 + \alpha \cdot t, \quad x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \\ \text{Επιβραδυνόμενη} \Rightarrow v = v_0 - \alpha \cdot t, \quad x = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \end{cases}$$

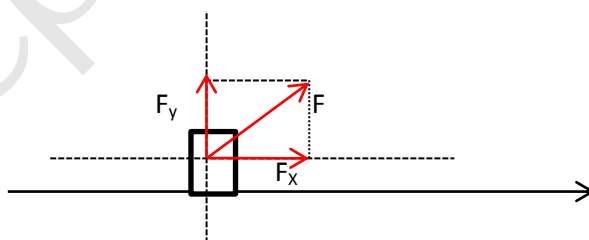
$$\text{Αν } \Sigma \vec{F} = m\vec{g} \Rightarrow \begin{cases} \text{Ελεύθερη Πτώση} \Rightarrow v = g \cdot t, \quad y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ \text{Κατακόρυφη Βολή} \Rightarrow v = v_0 \pm g \cdot t, \quad y = v_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{cases}$$

### Δουλεύοντας στις δυο διαστάσεις!

Όταν οι δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα δεν βρίσκονται πάνω στον οριζόντιο ή κατακόρυφο άξονα, τότε θα πρέπει να σκεφτούμε έξυπνα ώστε να αξιοποιήσουμε όσα ισχύουν για την κίνηση σε μια διάσταση.

### Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες

Η αντίστροφη διαδικασία της σύνθεσης δυνάμεων είναι η ανάλυση σε κάθετες συνιστώσες. Έστω μια δύναμη  $\vec{F}$  που σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την οριζόντια διεύθυνση. Για να την αναλύσουμε σε συνιστώσες επιλέγουμε ένα κατάλληλο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων και σχεδιάζουμε τις δύο κάθετες συνιστώσες όπως στο σχήμα.



Με την χρήση των τριγωνομετρικών αριθμών προκύπτει ότι:

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \quad \text{και} \quad F_y = F \cdot \eta\mu\theta \quad (16)$$

**Προσοχή δεν μαθαίνουμε "παπαγαλιστά" τις παραπάνω σχέσεις. Πρώτα σχεδιάζουμε τις συνιστώσες και μετά ανάλογα με την γωνία υπολογίζουμε τις κάθετες συνιστώσες χρησιμοποιώντας τους μαθηματικούς ορισμούς ημιτόνου και συνημιτόνου.**



### Οι νόμοι του Νεύτωνα στις δύο διαστάσεις

Αν σε ένα σώμα ασκούνται δυνάμεις τόσο στον οριζόντιο, όσο και στον κατακόρυφο άξονα τότε θα πρέπει να αξιοποιήσουμε την αλγεβρική μορφή του Νόμου του Νεύτωνα.

- Αν  $\Sigma F_x = 0$  ,  $\Sigma F_y = 0$  το σώμα θα ισορροπεί, αν αρχικά ήταν ακίνητο.
- Αν  $\Sigma F_x = 0$  ,  $\Sigma F_y = 0$  και το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα  $x'Ox$  τότε  $v_x =$  σταθερή και  $v_y = 0$
- Αν  $\Sigma F_x = \text{σταθερή}$  ,  $\Sigma F_y = 0$  το σώμα εκτελεί Ομαλά μεταβαλλόμενη Κίνηση στον οριζόντιο άξονα  $x'Ox$ .
- Αν  $\Sigma F_x = 0$  ,  $\Sigma F_y = \text{σταθερή}$  το σώμα εκτελεί Ομαλά μεταβαλλόμενη Κίνηση στον κατακόρυφο άξονα  $y'Oy$ .

**Να θυμάστε ότι όταν  $\Sigma F_y = 0, \Sigma F_x \neq 0$  τότε η κίνηση του σώματος είναι οριζόντια και όταν  $\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y \neq 0$  τότε η κίνηση του σώματος είναι κατακόρυφη!**

### Μεθοδολογία Επίλυσης Ασκήσεων:

Για να επιλύσουμε προβλήματα Μηχανικής ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

**1ο Βήμα:** Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο υπό μελέτη σώμα.

**2ο Βήμα:** Επιλέγουμε κατάλληλο σύστημα κατερσιανών συντεταγμένων επιλέγοντας ένα άξονα παράλληλο στην κίνηση και ένα άξονα κάθετο στην κίνηση. Στην συνέχεια αναλύουμε σε συνιστώσες τις δυνάμεις που δεν βρίσκονται πάνω στους άξονες.

**3ο Βήμα:** Υπολογίζουμε την συνισταμένη των δυνάμεων στους δύο άξονες, με βάση το είδος της κίνησης χρησιμοποιούμε τα συμπεράσματα του 2ου Νόμου.

Αν για παράδειγμα το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα Ομαλά μεταβαλλόμενα τότε  $\Sigma F_y = 0$  και  $\Sigma F_x = m \cdot \alpha$

Αν για παράδειγμα το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα Ομαλά τότε  $\Sigma F_y = 0$  και  $\Sigma F_x = 0$

**4ο Βήμα:** Εφαρμόζουμε τις κατάλληλες εξισώσεις κίνησης για τον υπολογισμό της θέσης, της ταχύτητας κλπ ανάλογα με το είδος της κίνησης, όπως αναφέρθηκαν παραπάνω.

Για παράδειγμα μια Ομαλά Μεταβαλλόμενη Κίνηση θα περιγράφεται από τις εξισώσεις:  $v = v_0 \pm \alpha \cdot t$ ,  $x = v_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$

Για παράδειγμα μια Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση θα περιγράφεται από τις εξισώσεις:  $v = \text{σταθερή}$ ,  $x = v \cdot t$

## Η δύναμη της τριβής

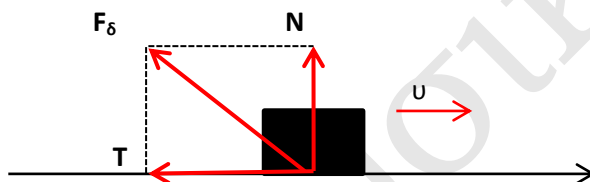
### Η τριβή Ολίσθησης

Όταν ένα σώμα γλιστράει (ολισθαίνει) πάνω σε μια τραχιά επιφάνεια, τότε υπάρχει μια δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση του. Η δύναμη αυτή είναι η Τριβή Ολίσθησης.

- Η τριβή είναι μια δύναμη επαφής και έχει **φορά πάντα αντίθετη από αυτή της κίνησης**.
- **Το μέτρο της Τριβής Ολίσθησης** υπολογίζεται από την σχέση :

$$T = \mu N \quad (17)$$

Όπου  $\mu$  είναι ο **συντελεστής τριβής ολίσθησης** (εξαρτάται από το είδος των επιφανειών που τρίβονται και είναι καθαρός αριθμός) και το  $N$  είναι η **Δύναμη Κάθετης Αντίδρασης** που δέχεται το σώμα από το δάπεδο.



Η συνισταμένη της Τριβής και της κάθετης αντίδρασης είναι η συνολική δύναμη ( $F_\delta$ ) που δέχεται το σώμα από το δάπεδο.

- Το μέτρο της Τριβής Ολίσθησης είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα και το εμβαδόν των τριβόμενων επιφανειών.

### Η στατική Τριβή

Ένα σώμα είναι ακίνητο πάνω σε μια επιφάνεια. Του ασκούμε μια οριζόντια δύναμη και παρατηρούμε ότι το σώμα παραμένει ακίνητο. Αυξάνοντας την δύναμη παρατηρούμε ότι για μια τιμή της το σώμα αρχίζει να κινείται. Η δύναμη που αντιστέκεται στην έναρξη της σχετικής κίνησης είναι η **Στατική Τριβή** ( $\vec{T}_{\sigma\tau}$ ).

- Η στατική τριβή είναι δύναμη επαφής και έχει αντίθετη κατεύθυνση από την δύναμη που προσπαθεί να κινήσει το σώμα.
- **Το μέτρο της στατικής τριβής** υπολογίζεται από την συνθήκη ισορροπίας. Άρα εξαρτάται από όλες τις υπόλοιπες δυνάμεις που ασκούνται στην διεύθυνση της στατικής τριβής.
- Ο ορισμός της στατικής τριβής δίνεται από την ανισότητα :

$$0 \leq T_{\sigma\tau} \leq T_{\sigma\tau(max)} \quad \text{όπου} \quad T_{\sigma\tau(max)} = \mu_s N \quad (18)$$

Το μέτρο της στατικής τριβής αυξάνεται όσο αντιστέκεται στην δύναμη που προσπαθεί να κινήσει το σώμα. Όταν η στατική τριβή πάρει την μέγιστη (οριακή) τιμή

( $\Gamma_{\sigma\tau(max)}$ )της τότε το σώμα κινείται και η στατική τριβή γίνεται τριβή ολίσθησης. Ο συντελεστής στατικής τριβής  $\mu_s$  δεν είναι ο ίδιος με τον συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu$ , αλλά συνήθως θεωρούμε ότι ταυτίζονται.

### Ο 3ος Νόμος του Νεύτωνα - "Δράση - Αντίδραση"

Όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και το πρώτο ασκεί δύναμη  $\vec{F}_{12}$  στο δεύτερο, τότε και το δεύτερο σώμα θα ασκεί στο πρώτο μια δύναμη  $\vec{F}_{21}$ . Οι δύο αυτές δυνάμεις είναι αντίθετες και ονομάζονται δυνάμεις **Δράσης - Αντίδρασης**. Δηλαδή:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (19)$$

Σύμφωνα με τον 3ο Νόμο του Νεύτωνα σε κάθε **Δράση** αντιστοιχεί μια **Αντίδραση**. **Άρα οι δυνάμεις εμφανίζονται πάντα σε ζευγάρια!**

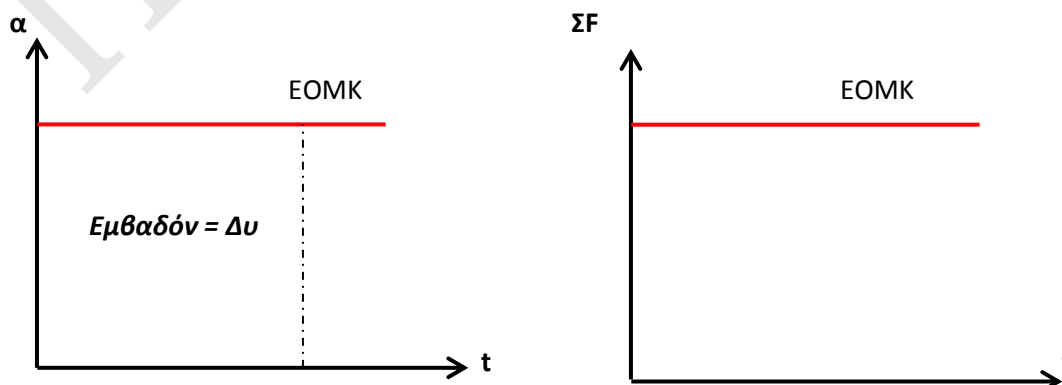
### Γραφικές Παραστάσεις και Κινήσεις!

Η γραφική παράσταση είναι ένα από τα χρησιμότερα εργαλεία της Φυσικής, όχι βέβαια δημοφιλή στους μαθητές. Η γραφική αναπαράσταση ενός φυσικού μεγέθους αποτυπώνει όλες τις χρήσιμες πληροφορίες για το μέγεθος αυτό.

Στην κινηματική οι περισσότερες ποσότητες είναι συναρτήσεις του χρόνου  $f(t)$ , άρα τα περισσότερα διαγράμματα είναι διαγράμματα χρόνου. Παρακάτω παραθέτω τα βασικά διαγράμματα.

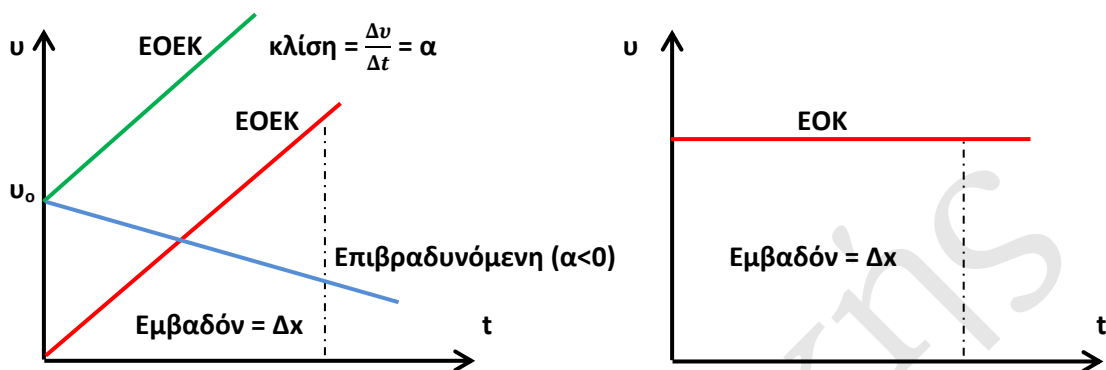
#### Διάγραμμα Δύναμης (ή επιτάχυνσης) - Χρόνου

Είναι προφανές ότι τα διαγράμματα αυτά έχουν παρόμοια μορφή γιατί η δύναμη είναι ανάλογη της επιτάχυνσης.



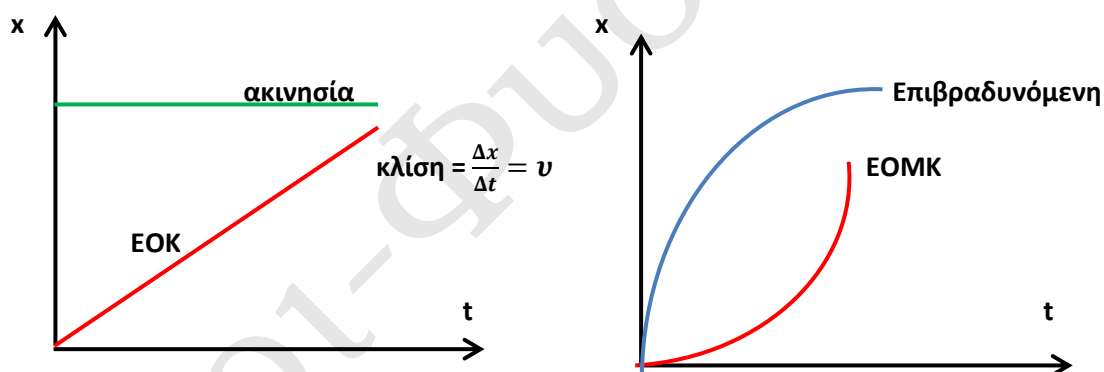
### Διάγραμμα Ταχύτητας - Χρόνου

Σε αυτού του είδους τα διαγράμματα μπορούμε να βρούμε εύκολα την επιτάχυνση από την κλίση της ευθείας και την μετατόπιση από το εμβαδόν κάτω από την ευθεία.



### Διάγραμμα Θέσης - Χρόνου

Σε αυτού του είδους τα διαγράμματα η κλίση της καμπύλης μας δίνει την ταχύτητα.



### Βασικοί τριγωνομετρικοί αριθμοί

$\phi(\text{rad})$	$\phi$ (μοίρες)	$\eta\mu(\phi)$	$\sigma\upsilon\nu(\phi)$	$\epsilon\phi(\phi)$
0	0	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	30°	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
$\frac{\pi}{4}$	45°	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90°	1	0	δ.ο.
$\pi$	180°	0	-1	0
$\frac{3\pi}{2}$	270°	-1	0	δ.ο.
2π	360°	0	1	0