

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΓΕΝΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΡΙΤΗ 11/6/2013**

Θέμα Α

A1 → δ

A2 → γ

A3 → β

A2 → β

A5 α → Σ

β → Λ

γ → Λ

δ → Σ

ε → Σ ($N \cdot m \cdot s = Kg \cdot m/s^2 \cdot m \cdot s = Kg \cdot m^2/s$)

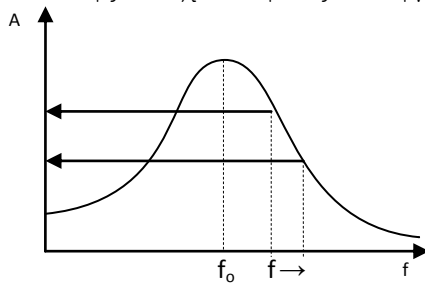
Θέμα Β

B1. α) είναι το **i**

β) Για τον απλό αρμονικό ταλαντωτή

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{100N/m}{1Kg}} = \frac{10}{2\pi} Hz = \frac{5}{\pi} Hz$$

Αφού $f = \frac{8}{\pi} Hz > f_0$ από το διάγραμμα της καμπύλης συντονισμού προκύπτει ότι αύξηση της συχνότητας οδηγεί σε συνεχή μείωση του πλάτους.



B2. α) Είναι το **iii**

β) Αφού το σημείο 0 είναι κοιλία που για $t = 0s$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με θετική ταχύτητα η εξίσωση του στασίμου κύματος είναι $y = 2A \sin(2\pi \frac{x}{\lambda}) \eta\mu(2\pi \frac{t}{T})$.

Από το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{8}$:

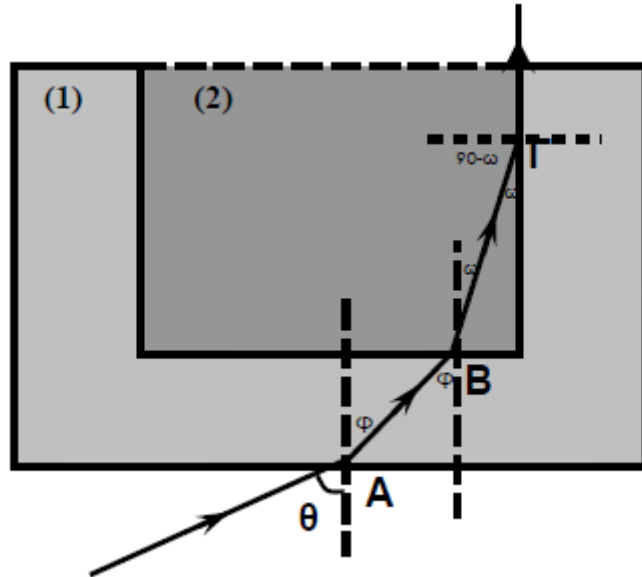
$$y = 2A \sin(2\pi \frac{x}{\lambda}) \eta\mu(2\pi \frac{t}{T} \frac{T}{8}) = 2A \sin(2\pi \frac{x}{\lambda}) \eta\mu(\frac{\pi}{4}) = 2A \sin(2\pi \frac{x}{\lambda}) \frac{\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2} \sin(2\pi \frac{x}{\lambda})$$

Από το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος για $x=0$ είναι $y = 0,1\sqrt{2}m$ οπότε

$$0,1\sqrt{2} = A\sqrt{2} \sin 0 \Rightarrow A = 0,1m$$

$$A_B = 2A \left| \sin(2\pi \frac{x_B}{\lambda}) \right| = 2 \cdot 0,1 \left| \sin(2\pi \frac{\frac{\lambda}{8}}{\lambda}) \right| = 0,2 \left| \sin \frac{\pi}{4} \right| = 0,2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$0,1\sqrt{2}m$$



β) Αέρας → υλικό 1 Snell: $n_{\text{αερ}} \eta \mu \theta = n_1 \eta \mu \varphi \Rightarrow \eta \mu \theta = n_1 \eta \mu \varphi$ (1)

Υλικό 1 → υλικό 2 Snell: $n_1 \eta \mu \varphi = n_2 \eta \mu \omega \Rightarrow \eta \mu \theta = n_2 \eta \mu \omega \Rightarrow$
 $\Rightarrow \eta \mu \omega = \frac{\eta \mu \theta}{n_2}$ (2)

Η γωνία προσπίπτωσης για την μετάβαση στο Γ από το υλικό 2 στο υλικό 1 είναι $90^\circ - \omega$

Αφού κινείται παράλληλα στην διαχωριστική επιφάνεια αυτή είναι η κρίσιμη (οριακή) γωνία οπότε έχουμε $\theta_{\text{crit}} = 90^\circ - \omega$ όμως

$$\eta \mu \theta_{\text{crit}} = \frac{n_{\text{αραιού}}}{n_{\text{πυκνού}}} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \eta \mu(90^\circ - \omega) = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \text{συν} \omega = \frac{n_1}{n_2}$$
 (3)

Για κάθε γωνία ω :

$$\eta \mu^2 \omega + \text{συν}^2 \omega = 1 \Rightarrow \frac{\eta \mu^2 \theta}{n_2^2} + \frac{n_1^2}{n_2^2} = 1 \Rightarrow \eta \mu^2 \theta + n_1^2 = n_2^2 \Rightarrow \eta \mu^2 \theta = n_2^2 - n_1^2$$

$$\Rightarrow \eta \mu \theta = \sqrt{n_2^2 - n_1^2} \quad \text{αφού } 0^\circ < \theta < 90^\circ \quad \eta \mu \theta > 0$$

Θέμα Γ

Γ1.

Για τον ήχο που φτάνει **στο τρένο (2)**: Η **πηγή** πλησιάζει τον **παρατηρητή - τρένο (2)** με ταχύτητα μέτρου u_1 ενώ και ο παρατηρητής πλησιάζει την **πηγή** με ταχύτητα μέτρου u_2

οπότε «αντιλαμβάνεται» ήχο συχνότητας $f_A = \frac{u + u_2}{u - u_1} \cdot f_s$ (I).

Ο ήχος αυτός χωρίς να αλλάξει συχνότητα ανακλάται οπότε για τον ήχο που ανιχνεύει **το τρένο (1)**: Η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή - τρένο (1) με ταχύτητα μέτρου u_2 ενώ και ο παρατηρητής πλησιάζει την πηγή με ταχύτητα μέτρου u_1

οπότε «αντιλαμβάνεται» ήχο συχνότητας $f_1 = \frac{u + u_1}{u - u_2} \cdot f_A \Rightarrow$ (II)

$$f_1 = \frac{(u + u_2)}{(u - u_2)} \cdot \frac{(u + u_1)}{(u - u_1)} \cdot f_s$$

Γ2.

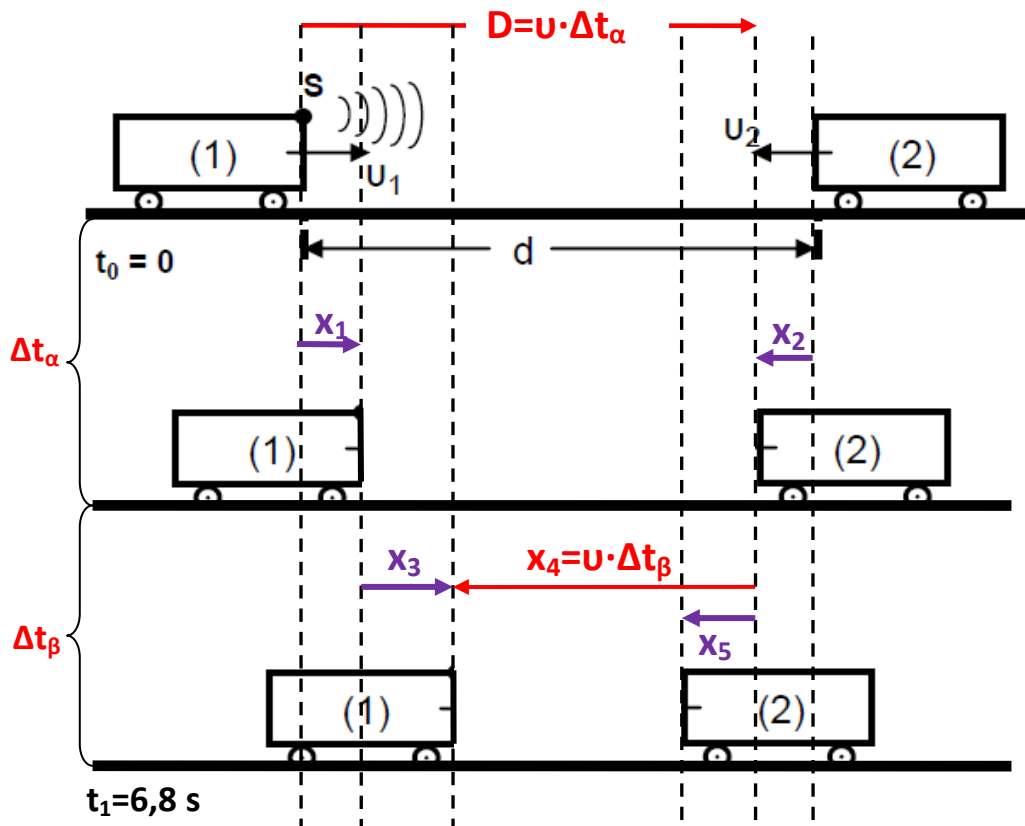
$$\Delta t_\alpha + \Delta t_\beta = t_1 = 6,8\text{s} \text{ και } \Delta t_\beta = t_1 - \Delta t_\alpha$$

Δt_α : Ο χρόνος για να φτάσει ο ήχος από το τρένο (1) στο (2)

Σε αυτό τον χρόνο το τρένο (1) έχει μετατοπιστεί κατά $x_1 = u_1 \cdot \Delta t_\alpha$ και το τρένο (2) έχει μετατοπιστεί κατά $x_2 = u_2 \cdot \Delta t_\alpha = u_1 \cdot \Delta t_\alpha$ ενώ ο ήχος έχει διανύσει $D = u \cdot \Delta t_\alpha$ και ισχύει:

$$d = D + x_2 \Rightarrow d = u \cdot \Delta t_\alpha + u_1 \cdot \Delta t_\alpha \Rightarrow d = 360 \cdot \Delta t_\alpha \text{ (S.I.) (I)}$$

Δt_β : Ο χρόνος για να φτάσει ο ήχος από το τρένο (2) στο (1)



Σε αυτό τον χρόνο το τρένο (1) έχει μετατοπιστεί κατά $x_3 = u_1 \cdot \Delta t_\beta$ ενώ ο ήχος έχει διανύσει $x_4 = u \cdot \Delta t_\beta$ και ισχύει:

$$d = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \Rightarrow d = u_1 \cdot \Delta t_\alpha + u_1 \cdot \Delta t_\alpha + u_1 \cdot \Delta t_\beta + u \cdot \Delta t_\beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = u_1 \cdot (\Delta t_\alpha + \Delta t_\beta) + u_1 \cdot \Delta t_\alpha + u \cdot (t_1 - \Delta t_\alpha)$$

$$\Rightarrow d = 20 \cdot 6,8 + 20 \cdot \Delta t_\alpha + 340 \cdot (6,8 - \Delta t_\alpha) \Rightarrow d = 2448 - 320 \cdot \Delta t_\alpha \text{ (SI) (II)}$$

$$\text{Από (I) και (II) } 360 \cdot \Delta t_\alpha = 2448 - 320 \cdot \Delta t_\alpha \Rightarrow \Delta t_\alpha = \frac{2448}{680} \Rightarrow$$

$$\Delta t_\alpha = 3,6\text{s} \text{ και } \Delta t_\beta = 3,2\text{s}$$

$$(I) \Rightarrow d = 360 \cdot 3,6 \Rightarrow d = 1296\text{m}$$

Γ3.

Εφαρμογή των αριθμητικών δεδομένων

$$f_1 = \frac{340+20}{340-20} \cdot \frac{340+20}{340-20} \cdot f_s = \frac{360}{320} \cdot \frac{360}{320} \cdot f_s = \frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot f_s = \frac{81}{64} f_s \quad (\text{I})$$

Υπολογισμός του χρόνου που ο ανιχνευτής του τρένου (1) καταγράφει τον ανακλώμενο ήχο.

Ο αριθμός των μεγίστων N_s που εκπέμπει η συσκευή είναι ίδιος με τον αριθμό των μεγίστων N_1 που ανιχνεύει οπότε

$$N_s = N_1 \Rightarrow f_s \cdot \Delta t_s = f_1 \cdot \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{f_s}{f_1} \cdot \Delta t_s = \frac{f_s}{\frac{81}{64} f_s} \cdot \Delta t_s = \frac{64}{81} \cdot \Delta t_s = \frac{64}{81} \cdot 0,64s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t_1 = 0,51s$$

Έτσι η χρονική στιγμή t_2 που η συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων κυμάτων σταματά να καταγράφει τον ανακλώμενο ήχο είναι

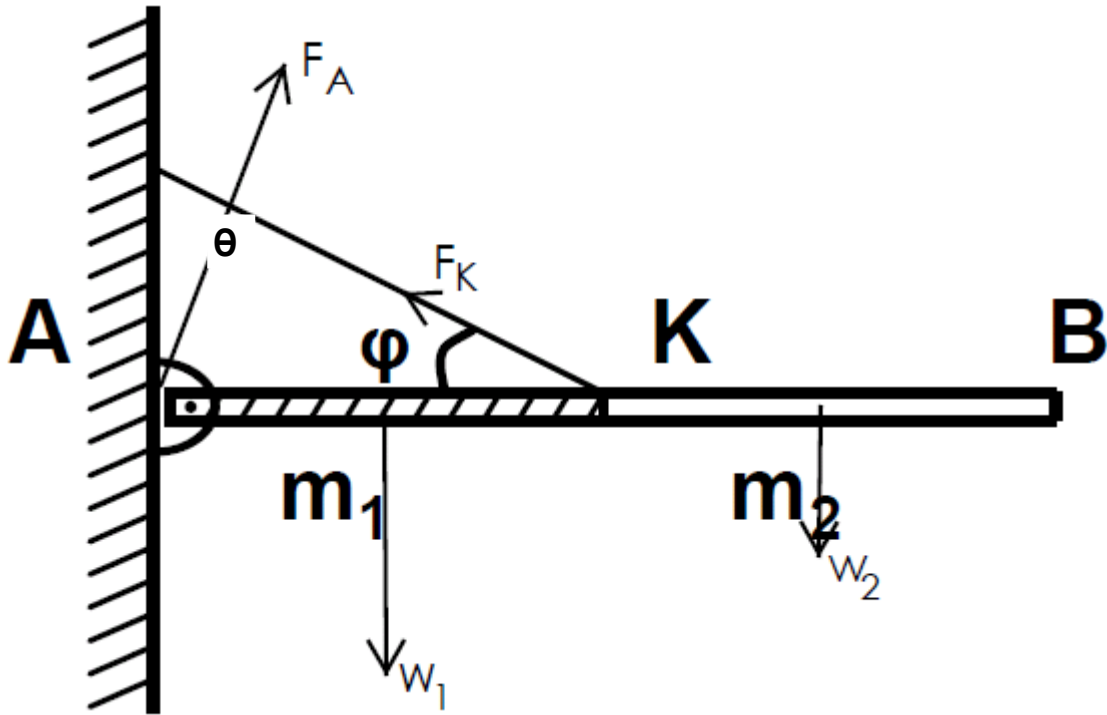
$$t_2 = t_1 + \Delta t_1 = 6,8s + 0,64s \Rightarrow \mathbf{t_2 = 7,44s}$$

Θέμα Δ

Δ1. Επειδή η δοκός ισορροπεί το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς το σημείο

$$A \text{ είναι μηδέν: } \Sigma\tau(A)=0 \Rightarrow \tau_{FA} + \tau_{w_1} + \tau_{FK} + \tau_{w_2} = 0 \Rightarrow 0 - w_1 \frac{L}{4} + F_{Ky} \frac{L}{2} - w_2 \frac{3L}{4} = 0 \Rightarrow$$

$$-5m_2g \frac{1}{4} + F_K \eta \mu 30^\circ \frac{1}{2} - m_2g \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow F_K = \frac{4m_2g}{\eta \mu 30^\circ} \Rightarrow \mathbf{F_K = 40N}$$



Επίσης και $\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{Ax} - F_{Kx} = 0 \\ F_{Ay} - w_1 - w_2 + F_{Ky} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{Ax} = F_K \sigma \upsilon \nu 30^\circ \\ F_{Ay} = w_2 + w_1 - F_K \eta \mu 30^\circ \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_{Ax} = 40 \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ N} \\ F_{Ay} = (6 \cdot 0,5 \cdot 10 - 40 \frac{1}{2}) \text{ N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{Ax} = 20\sqrt{3} \text{ N} \\ F_{Ay} = 10 \text{ N} \end{cases} \text{ άρα}$$

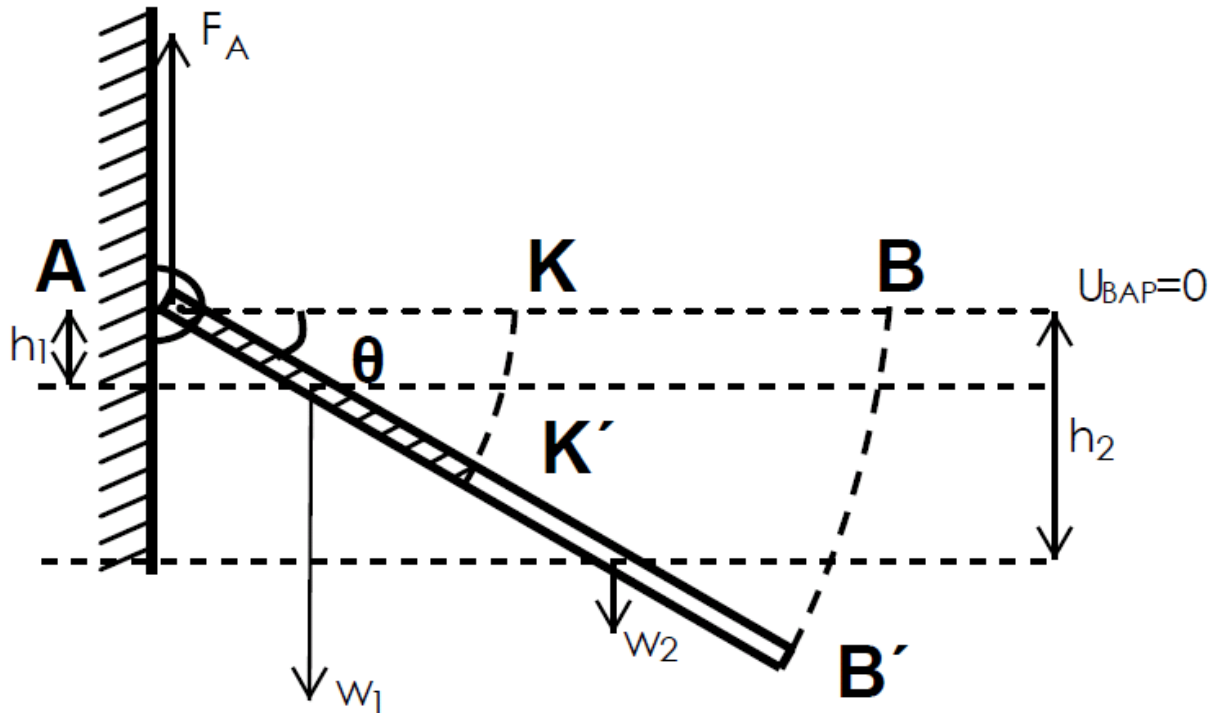
$$\mathbf{F_A} = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = \sqrt{1300} \text{ N} = \mathbf{10\sqrt{13} \text{ N}} \text{ με } \mathbf{\epsilon \phi} = \frac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = \frac{10}{20\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Δ2. Υπολογισμός της ροπής αδράνειας της δοκού ως προς τον άξονα περιστροφής της A

$$I_A = I_{1(A)} + I_{2(A)} = \left[\frac{1}{12} m_1 \left(\frac{L}{2} \right)^2 + m_1 \left(\frac{L}{4} \right)^2 \right] + \left[\frac{1}{12} m_2 \left(\frac{L}{2} \right)^2 + m_2 \left(\frac{3L}{4} \right)^2 \right] =$$

$$= \frac{1}{12} 5m_2 \frac{L^2}{4} + 5m_2 \frac{L^2}{16} + \frac{1}{12} m_2 \frac{L^2}{4} + m_2 \frac{9L^2}{16} = \frac{48m_2L^2}{48} = m_2L^2 = 0,5 \text{ Kg} (1\text{m})^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{I_A = 0,5 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2}$$



Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για την περιστροφική κίνηση μετά το κόψιμο του σκοινιού:

$$\Sigma \tau (A) = I_A \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \tau_{FA} + \tau_{w_1} + \tau_{w_2} = I_A \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$0 + w_1 \frac{L}{4} \sigma\upsilon\nu\theta + w_2 \frac{3L}{4} \sigma\upsilon\nu\theta = m_2 L^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5m_2 g \frac{1}{4} \sigma\upsilon\nu\theta + m_2 g \frac{3}{4} \sigma\upsilon\nu\theta = m_2 L \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{2g\sigma\upsilon\nu\theta}{L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 20\sigma\upsilon\nu\theta \text{ (S.I.)} \quad \left(0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}\right).$$

Δ3.

Αφού η ράβδος στρέφεται χωρίς τριβές θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την οριζόντια θέση από την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας της δοκού έχουμε:

$$E_{\text{ΜΗΧ,ΑΡΧ}} = E_{\text{ΜΗΧ}(\theta)} \Rightarrow K_{\text{ΑΡΧ}} + U_{1,\text{ΑΡΧ}} + U_{2,\text{ΑΡΧ}} = K(\theta) + U(\theta) + U(\theta) \Rightarrow$$

$$0 + 0 + 0 = \frac{1}{2} I_A \omega^2 - m_1 g h_1 - m_2 g h_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_2 L^2 \omega^2 = 5m_2 g \frac{L}{4} \eta\mu\theta + m_2 g \frac{3L}{4} \eta\mu\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4g\eta\mu\theta}{L}} = \sqrt{40\eta\mu\theta} \Rightarrow \omega = 2\sqrt{10\eta\mu\theta} \text{ (S.I.)}$$

οπότε για την γραμμική ταχύτητα του άκρου B' έχουμε

$$v_B = \omega \cdot L \Rightarrow v_{B'} = 2\sqrt{10\eta\mu\theta} \text{ (S.I.)} \quad \left(0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}\right).$$

Δ4.

Επειδή στο σύστημα δοκός - σώμα μάζας $m = m_2$ δεν ασκούνται εξωτερικές ροπές η στροφορμή του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του Α διατηρείται.

Υπολογισμός της ροπής αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του Α.

$$I_{\Sigma\Upsilon\Sigma} = I_A + I_{m(A)} = m_2 L^2 + m_2 \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{5m_2 L^2}{4}$$

$$L_{\Pi\Pi\text{N}} = L_{\text{M}\text{E}\text{T}\text{A}} \Rightarrow I_A \cdot \omega = I_{\Sigma\Upsilon\Sigma} \cdot \omega' \Rightarrow m_2 L^2 \cdot \omega = \frac{5m_2 L^2}{4} \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{4\omega}{5}$$

$$\begin{aligned} \frac{K' - K}{K} 100 &= \frac{\frac{1}{2} I_{\Sigma\Upsilon\Sigma} \omega'^2 - \frac{1}{2} I_A \omega^2}{\frac{1}{2} I_A \omega^2} 100 = \\ &= \frac{\frac{5m_2 L^2}{4} \left(\frac{4\omega}{5}\right)^2 - m_2 L^2 \omega^2}{m_2 L^2 \omega^2} 100 = \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{4}{5} m_2 L^2 - m_2 L^2 \omega^2}{m_2 L^2 \omega^2} 100 = \frac{-\frac{1}{5} m_2 L^2 \omega^2}{m_2 L^2 \omega^2} 100 = -20\%$$

Άρα το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση είναι **20%**.