Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
ΦΥΣΙΚΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. **δ**

Α2. **γ**

Α3. **β**

Α4. **γ**

Α5. **α - Λ**
β - Σ
γ - Σ
δ - Σ
ε - Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. I. Σωστή απάντηση: **β**

Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στον δίσκο και στο παιδί είναι τα βάρη τους, που έχουν κατακόρυφη διεύθυνση, δηλαδή παράλληλη διεύθυνση με τον άξονα περιστροφής του συστήματος. Επομένως η συνισταμένη των ροπών των εξωτερικών δυνάμεων θα είναι μηδέν και ως εκ τούτου, λόγω της αρχής διατήρησης της στροφορμής, η στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

II. Σωστή απάντηση: **α**

Καθώς το παιδί κινείται προς το κέντρο του δίσκου, η ροπή αδράνειάς του θα μειώνεται, με αποτέλεσμα να μειώνεται η ροπή αδράνειας του συστήματος. Λόγω όμως του ότι ισχύει η αρχή διατήρησης της στροφορμής, θα αυξηθεί η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος, άρα και του δίσκου. Έτσι, επειδή η ροπή αδράνειας του δίσκου παραμένει σταθερή, η στροφορμή του θα αυξηθεί.

Β2. σωστή απάντηση: γ

Η συχνότητα που λαμβάνει ο δέκτης πριν την κρούση των δύο σωμάτων είναι ίση με :

$$f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon} f_S \quad \text{ή} \quad f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\upsilon_{\eta\chi} - \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}} f_S \quad \text{ή} \quad f_1 = \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{\frac{9}{10} \cdot \upsilon_{\eta\chi}} f_S \quad \text{ή} \quad \boxed{f_1 = \frac{10}{9} f_S}$$

Εφόσον τα δύο μικρά σώματα είναι όμοια, οι μάζες τους θα είναι ίσες. Επομένως μετά την ελαστική μετωπική κρούση τα δύο σώματα θα ανταλλάξουν ταχύτητες. Έτσι ο πομπός πλέον θα είναι ακίνητος και ο δέκτης θα απομακρύνεται απ' αυτόν.
Με βάση τα παραπάνω, η συχνότητα που θα λαμβάνει ο δέκτης μετά την κρούση των δύο σωμάτων θα είναι ίση με:

$$f_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \upsilon}{\upsilon_{\eta\chi}} f_S \quad \text{ή} \quad f_2 = \frac{\upsilon_{\eta\chi} - \frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}}{\upsilon_{\eta\chi}} f_S \quad \text{ή} \quad f_2 = \frac{9\frac{\upsilon_{\eta\chi}}{10}}{\upsilon_{\eta\chi}} f_S \quad \text{ή} \quad \boxed{f_2 = \frac{9}{10} f_S}$$

Άρα ο ζητούμενος λόγος των συχνοτήτων είναι ίσος με :

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{10}{9} f_S}{\frac{9}{10} f_S} \quad \text{ή} \quad \boxed{\frac{f_1}{f_2} = \frac{100}{81}}$$

Β3. σωστή απάντηση: **β**

Για να συμβάλλουν τα δύο κύματα ενισχυτικά στο σημείο Σ θα πρέπει να ισχύει: $|r_1 - r_2| = N \cdot \lambda_1$, όπου $N = 0, 1, 2, \ldots$..
Αν υ_δ η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στο υγρό και f_1 η συχνότητα ταλάντωσης των πηγών, ισχύει ότι:

$$|r_1 - r_2| = N\frac{\upsilon_\delta}{f_1} \quad \text{ή} \quad f_1 = \frac{N \cdot \upsilon_\delta}{|r_1 - r_2|}, \text{ όπου } N = 0,1,2,\ldots..$$

Από τις παραπάνω διακριτές τιμές συχνοτήτων για τις οποίες έχουμε ενισχυτική συμβολή στο σημείο Σ, η μικρότερη δυνατή τιμή διάφορη του μηδενός προκύπτει για $N = 1$ και είναι ίση με: $\boxed{f_{1,\min} = \frac{\upsilon_\delta}{|r_1 - r_2|}}$

Για να συμβάλλουν τα δύο κύματα αποσβεστικά στο σημείο Σ θα πρέπει να ισχύει:

$$|r_1 - r_2| = |(2N+1)\frac{\lambda_2}{2}, \text{ όπου } N = 0, 1, 2, \ldots$$

Με δεδομένο ότι η ταχύτητα διάδοσης υ_δ των κυμάτων είναι ίδια με αυτή της ενίσχυσης (διότι εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης) και αν

f_2 η συχνότητα ταλάντωσης των πηγών στην περίπτωση που τα κύματα συμβάλλουν αποσβεστικά στο σημείο Σ, θα ισχύει:

$$|r_1 - r_2| = |(2N+1)\frac{\upsilon_\delta}{2f_2} \quad \text{ή} \quad f_2 = \frac{(2N+1)\upsilon_\delta}{2|r_1 - r_2|} \quad \text{όπου } N = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots$$

Από τις παραπάνω διακριτές τιμές συχνοτήτων για τις οποίες έχουμε αποσβεστική συμβολή στο σημείο Σ, η μικρότερη δυνατή τιμή διάφορη του μηδενός προκύπτει για $N = 0$ και είναι ίση με: $\boxed{f_{2,\min} = \frac{\upsilon_\delta}{2|r_1 - r_2|}}$

Άρα: $\dfrac{f_{1,\min}}{f_{2,\min}} = \dfrac{\dfrac{\upsilon_\delta}{|r_1 - r_2|}}{\dfrac{\upsilon_\delta}{2|r_1 - r_2|}}$ ή $\boxed{\dfrac{f_{1,\min}}{f_{2,\min}} = 2}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αρχικά, η ένταση του ρεύματος είναι: $I = \dfrac{E}{R} = \dfrac{10}{10}\,\text{A} = 1\text{A}$.

Για την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου θα ισχύει:

$U_B = \dfrac{1}{2}LI^2$ ή $\boxed{U_B = 0{,}1\,\text{J}}$.

Γ2. Το ζητούμενο χρονικό διάστημα, που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος, είναι ίσο με μισή περίοδο. Επομένως θα ισχύει:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{2} = \pi\sqrt{LC} \quad \text{ή} \quad \boxed{\Delta t = \pi \cdot 10^{-3}\ \text{s}}$$

Γ3. $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ ή $\boxed{\omega = 10^3\,\text{rad/s}}$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος και το ρεύμα στο πηνίο $+I$. Επομένως θα έχουμε αρχική φάση.

Για την εξίσωση του ρεύματος στο κύκλωμα θα ισχύει:

$$\left.\begin{aligned} &i = -I\eta\mu(\omega t + \phi_0) \\ &\gamma\iota\alpha\ t_0 = 0,\ i = +I \end{aligned}\right\} \Rightarrow +I = -I\eta\mu\phi_0 \Rightarrow \eta\mu\phi_0 = -1 \Rightarrow \boxed{\phi_0 = \frac{3\pi}{2}\,rad}$$

Άρα για τις εξισώσεις των i και q θα ισχύει:

$$i = -I\eta\mu(\omega t + \frac{3\pi}{2}) \quad \text{ή} \quad \boxed{i = I\sigma\upsilon\nu\omega t}$$

$$q = Q\sigma\upsilon\nu(\omega t + \frac{3\pi}{2}) \quad \text{ή} \quad \boxed{q = Q\eta\mu\omega t}$$

Επομένως για την εξίσωση της ηλεκτρικής ενέργειας του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο θα ισχύει:

$U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2C}Q^2\eta\mu^2\omega t$ ή $U_E = \frac{1}{2C}\left(\frac{I}{\omega}\right)^2 \eta\mu^2\omega t$ ή

$U_E = \frac{1}{2\cdot 5\cdot 10^{-6}}\left(\frac{1}{10^3}\right)^2 \eta\mu^2 10^3 t$ ή $\boxed{U_E = 0{,}1\eta\mu^2 10^3 t}$ (SI)

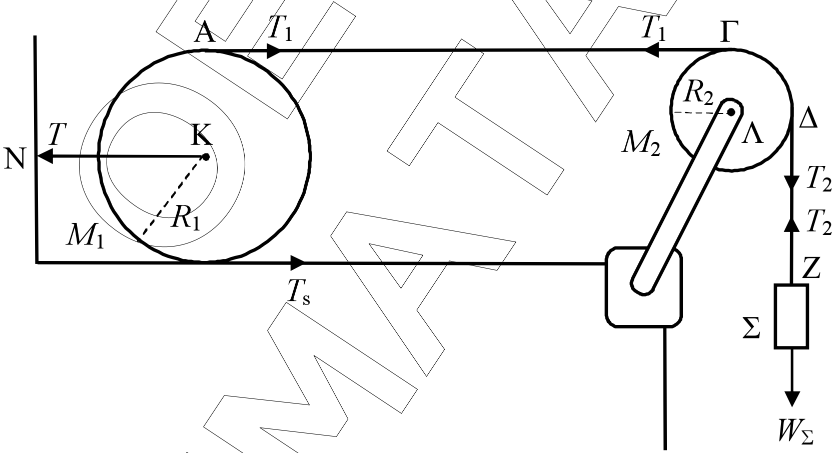
Εναλλακτικά, η εξίσωση της ενέργειας του πυκνωτή μπορεί να γραφτεί:

$U_E = 0{,}1\sigma\upsilon\nu^2\left(10^3 t + \frac{\pi}{2}\right)$ (SI)

Γ4. Αν Ε είναι η ολική ενέργεια του κυκλώματος, τότε για το ζητούμενο πηλίκο θα ισχύει: $\frac{U_E}{U_B} = \frac{E - U_B}{U_B} = \frac{E}{U_B} - 1 = \frac{\frac{1}{2}LI^2}{\frac{1}{2}Li^2} - 1 = \left(\frac{I}{i}\right)^2 - 1 = \left(\frac{I}{\frac{I}{2}}\right)^2 - 1 = 2^2 - 1 = 3$

Επομένως: $\boxed{\frac{U_E}{U_B} = 3}$

ΘΕΜΑ Δ

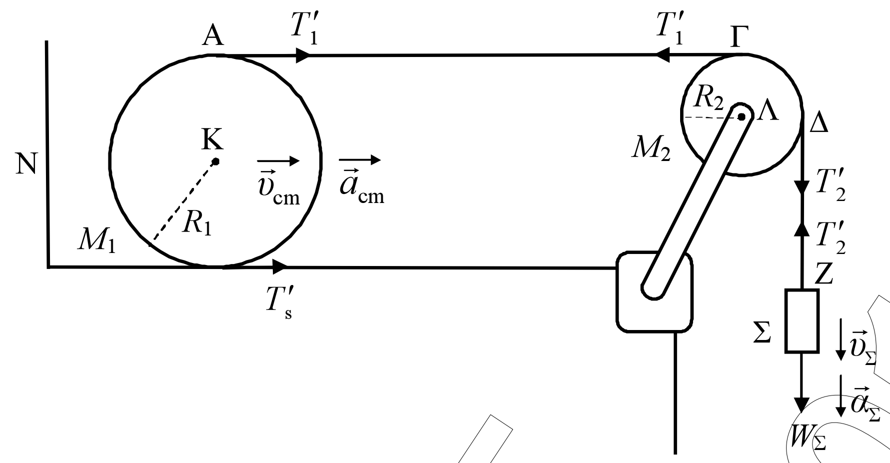


Δ1. Το σώμα Σ ισορροπεί: $\Sigma F_y = 0$ ή $T_2 = mg$ ή $\boxed{T_2 = 30\ \text{N}}$

Η τροχαλία ισορροπεί: $\Sigma\tau_{(\Lambda)} = 0$ ή $T_1R_2 = T_2R_2$ ή $\boxed{T_1 = 30\ \text{N}}$

Ο κύλινδρος ισορροπεί: $\Sigma\tau_{(K)} = 0$ ή $T_1R_1 = T_sR_1$ ή $\boxed{T_s = 30\ \text{N}}$

$\Sigma F_x = 0$ ή $T = T_s + T_1$ ή $\boxed{T = 60\ \text{N}}$



Δ2. Κατά την κύλιση χωρίς ολίσθηση του κυλίνδρου, η ταχύτητα του σημείου Α υπολογίζεται ως η συνισταμένη της ταχύτητας $\upsilon_{cm} = \omega R_1$ λόγω μεταφορικής κίνησης και της $\upsilon = \omega R_1$ λόγω της περιστροφικής κίνησης (αρχής της επαλληλίας).

Επομένως για την ταχύτητα του σημείου Α ισχύει ότι:

$\vec{\upsilon}_A = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}$ ή $\underline{\upsilon_A = 2\upsilon_{cm}}$

Όμως ισχύει: $\underline{\upsilon_\Sigma = \upsilon_A}$ (υ_Σ η ταχύτητα του σώματος Σ), διότι νήμα δεν είναι εκτατό.

Επομένως θα είναι: $\upsilon_\Sigma = 2\upsilon_{cm}$ από την οποία προκύπτει:

$$\frac{d\upsilon_\Sigma}{dt} = \frac{d(2\upsilon_{cm})}{dt} = \frac{2d\upsilon_{cm}}{dt} \text{ ή } \alpha_\Sigma = 2\alpha_{cm} \text{ ή } \boxed{\alpha_{cm} = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Για την κύλιση χωρίς ολίσθηση του κυλίνδρου ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_\gamma R_1$

Για την μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$\Sigma F = M_1 \alpha_{cm}$ ή $\boxed{T_1' + T_s' = M_1 \alpha_{cm}}$ (1)

Για την περιστροφική κίνηση του κυλίνδρου ισχύει:

$$\Sigma \tau_{(K)} = I_{cm,\ \kappa\upsilon\lambda.}\,\alpha_\gamma \text{ ή } T_1' R_1 - T_s' R_1 = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 \alpha_\gamma \text{ ή}$$

$$T_1' - T_s' = \frac{1}{2} M_1 R_1 \alpha_\gamma \text{ ή } \boxed{T_1' - T_s' = \frac{1}{2} M_1 \alpha_{cm}} \qquad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει: $\boxed{T_1' = 12\ \text{N}}$ και $\boxed{T_s' = 4\ \text{N}}$.

Δ3. Το σώμα Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Για την χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το σώμα θα έχει κατέλθει κατά $h = 8\,\text{m}$ θα ισχύουν:

$h = \frac{1}{2}\alpha_\Sigma t_1^2$ ή $\boxed{t_1 = 2\,\text{s}}$ και $\upsilon_\Sigma = \alpha_\Sigma t_1$ ή $\boxed{\upsilon_\Sigma = 8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}$.

Την χρονική στιγμή t_1 τα σημεία της περιφέρειας της τροχαλίας έχουν ταχύτητα $\upsilon_1 = \omega_1 R_1$, η οποία είναι ίση με την ταχύτητα υ_Σ του σώματος.

Επομένως θα ισχύει: $\upsilon_\Sigma = \omega_1 R_1$ ή $\boxed{\omega_1 = 80\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα Έργου - Ενέργειας για την περιστροφική κίνηση της τροχαλίας προκύπτει:

$$\sum W_{\text{ροπών}} = K_{\text{περ},1} - \cancel{K_{\text{περ},0}} = \frac{1}{2} I_{\text{cm, τρ.}}\omega_1^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{\sum W_{\text{ροπών}} = 48\,\text{J}}$$

Δ4. Όταν η στροφορμή της τροχαλίας έχει μέτρο $L_{\text{τρ.},2} = 1{,}5\,\frac{\text{Kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}}$, ισχύει:

$$L_{\text{τρ.},2} = I_{\text{cm, τρ.}}\omega_{\text{τρ.},2} = \frac{1}{2} M_2 R_2^2 \omega_{\text{τρ.},2} \quad \text{ή} \quad \boxed{\omega_{\text{τρ.},2} = 100\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

Επειδή όμως η ταχύτητα λόγω περιστροφικής κίνησης υ_Γ των σημείων της περιφέρειας της τροχαλίας είναι κάθε στιγμή ίση με την ταχύτητα λόγω περιστροφικής κίνησης υ_A των σημείων της περιφέρειας του κυλίνδρου, θα ισχύει:

$$\upsilon_A = 2\upsilon_{\text{cm}} = \upsilon_\Gamma \quad \text{ή} \quad 2\omega_{\text{κυλ.},2} R_1 = \omega_{\text{τρ.},2} R_2 \quad \text{ή} \quad \boxed{\omega_{\text{κυλ.},2} = 25\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

Επομένως: $L_{\text{κυλ.},2} = I_{\text{cm, κυλ.}}\omega_{\text{κυλ.},2} = \frac{1}{2} M_1 R_1^2 \omega_{\text{κυλ.},2}$ ή $\boxed{L_{\text{κυλ.},2} = 4\,\text{kg}\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}}}$