ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ

ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. δ **Α2. γ** **Α3. β** **Α4. γ**

Α5. α) Σ β) Λ γ) Σ δ) Σ ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. ***Α. Σωστή απάντηση είναι η β.***

Για το κύκλωμα L_1C_1 ισχύει: $I_1 = \omega_1 Q_1 \rightarrow I_1 = \frac{2\pi}{T_1} Q_1$.

Για το κύκλωμα L_2C_2 ισχύει: $I_2 = \omega_2 Q_2 \rightarrow I_2 = \frac{2\pi}{T_2} Q_2$.

Όμως: $I_1 = 2\,I_2 \rightarrow \frac{2\pi}{T_1} Q_1 = 2\,\frac{2\pi}{T_2} Q_2 \rightarrow \frac{Q_1}{2T_2} = 2\,\frac{Q_2}{T_2} \rightarrow \mathbf{Q_1 = 4\,Q_2}$.

Β. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Για το κύκλωμα L_1C_1 ισχύει: $E_1 = \frac{1}{2} L_1 I_1^2$.

Για το κύκλωμα L_2C_2 ισχύει: $E_2 = \frac{1}{2} L_2 I_2^2$.

Άρα έχουμε: $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2} L_1 I_1^2}{\frac{1}{2} L_2 I_2^2} \rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{L_1 I_1^2}{L_2 I_2^2} \rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{4L_2\, 4I_2^2}{L_2\, I_2^2} \rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 16 \rightarrow$

$\mathbf{E_1 = 16\,E_2}$.

Β2. ***Σωστή απάντηση είναι η γ.***

Σε κάθε κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής: $\vec{p}^{\,ολ}_{αρχ} = \vec{p}^{\,ολ}_{τελ}$ (1)

Άρα: $\left|\Delta\vec{P}_{ολ}\right| = 0$.

Από την (1) παίρνουμε: $\vec{p}^{\,αρχ}_{M} + \vec{p}^{\,αρχ}_{m} = \vec{p}^{\,τελ}_{M} + \vec{p}^{\,τελ}_{m} \rightarrow m\,u + 0 = (m + M)V \rightarrow$

$V = \dfrac{m\,u}{m+M} = \dfrac{m\,u}{m+3m} \rightarrow V = \dfrac{u}{4}$ (2)

$K^{αρχ}_{ολ} = K_M + K_m = 0 + \dfrac{1}{2}\,m\,u^2 \rightarrow K^{αρχ}_{ολ} = \dfrac{mu^2}{2}$ (3).

$K^{τελ}_{ολ} = K^{τελ}_{m} + K^{τελ}_{M} = \dfrac{1}{2}\,(m + M)\,V^2 \xrightarrow{(2)} K^{τελ}_{ολ} = \dfrac{1}{2}\,4m\,\dfrac{u^2}{16} = \dfrac{mu^2}{8}$ (4).

$\left|\Delta K_{ολ}\right| = \left|K^{τελ}_{ολ} - K^{αρχ}_{ολ}\right| \xrightarrow{(3),(4)} \left|\Delta K_{ολ}\right| = \left|\dfrac{mu^2}{8} - \dfrac{mu^2}{2}\right| = \left|-\dfrac{3mu^2}{8}\right| \rightarrow$

$\mathbf{\left|\Delta K_{ολ}\right| = \dfrac{3mu^2}{8}}$

Β3. ***Σωστή απάντηση είναι η α.***

Ο ανιχνευτής καταγράφει την πραγματική συχνότητα που εκπέμπει η πηγή όταν ο ταλαντωτής βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης του δηλαδή κάθε $\dfrac{T}{2}$ όπου Τ η περίοδος της Α.Α.Τ. οπότε $\dfrac{T}{2} = \dfrac{\pi}{10} \rightarrow T = \dfrac{\pi}{5}$ s και $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ = 10 rad/s.

Η απόσταση που διανύει το σώμα μεταξύ των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης είναι ίση με το διπλάσιο του πλάτους της ταλάντωσης, άρα: $d = 2A \rightarrow 1 = 2A \rightarrow$ **Α = 0,5 m.**

Επειδή τη χρονική στιγμή που ξεκινά η ταλάντωση το ελατήριο έχει τη μέγιστη επιμήκυνσή του το σύστημα βρίσκεται σε ακραία θέση και μάλιστα στη μέγιστη θετική απομάκρυνση. Άρα η αρχική φάση είναι $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$ rad.

Συνεπώς η εξίσωση της απομάκρυνσης της Α.Α.Τ. που εκτελεί το σώμα δίνεται από τη σχέση:

$$x = A\,ημ(\omega t + \varphi_0) \rightarrow x = 0{,}5\,ημ\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (S.I.)$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το διάγραμμα που μας δίνεται συμπεραίνουμε ότι:

A_M = 0,3 m = 2 A άρα το σημείο Μ είναι κοιλία του στάσιμου κύματος.

$T = 0{,}2\ s \rightarrow f = 5\ Hz$

$$u = \lambda f \rightarrow \lambda = \frac{u}{f} = \frac{2\,m/s}{5\,m} \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 0{,}4\ m.}$$

Γ2. $\psi = 2A\,\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\,\eta\mu\frac{2\pi t}{T} \rightarrow$ **$\psi = 0{,}3\ \sigma\upsilon\nu(5\pi x)\ \eta\mu(10\pi t)$ (ψ, x σε m, t σε s)**

Γ3. Επειδή η χορδή έχει το ένα άκρο της ελεύθερο (κοιλία) και το άλλο στερεωμένο ακλόνητα (δεσμός), το μήκος της χορδής θα είναι:

$$L = \frac{\lambda}{4} + N\frac{\lambda}{2} \rightarrow L = (2N + 1)\frac{\lambda}{4},\ \text{όπου } N = 0, 1, 2, 3 \ldots\ldots$$

Όμως N = 10 (αφού πάνω στη χορδή υπάρχουν 11 δεσμοί) άρα:

$$L = (20 + 1)\,0{,}1 \rightarrow \boldsymbol{L = 2{,}1\ m.}$$

Γ4. Επειδή μεταξύ του σημείου Μ και της αρχής Ο (x = 0) υπάρχουν τρεις δεσμοί, το σημείο Μ θα είναι η 4η κοιλία του στάσιμου κύματος (N = 3), οπότε η θέση x_M του σημείου Μ στον άξονα Οx υπολογίζεται ως εξής:

$$x_M = N\frac{\lambda}{2} \xrightarrow{N=3} \boldsymbol{x_M = 3\ 0{,}2 = 0{,}6\ m.}$$

Γ5. Επειδή μεταξύ του σημείου Μ και της αρχής Ο (x = 0) υπάρχουν εννιά δεσμοί, το σημείο Μ θα είναι η 10η κοιλία του στάσιμου κύματος (N = 9), οπότε θα ισχύει:

$$x_M = N\frac{\lambda_1}{2} \xrightarrow{\lambda_1 = \frac{u}{f_1}} x_M = N\frac{u}{2f_1} \rightarrow f_1 = N\frac{u}{2x_M} \xrightarrow{N=9} \boldsymbol{f_1 = 15\ Hz.}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.α. Ο δίσκος εκτελεί σύνθετη κίνηση. Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου έχουμε:

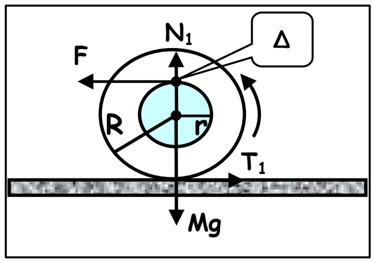
$\Sigma\vec{F} = M\,\vec{a}_{cm1} \rightarrow F - T_1 = M\,a_{cm1}$ (1)

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$\Sigma\tau_{(K)} = I\,a_{\gamma 1} \rightarrow F\,r + T_1\,R = I\,a_{\gamma 1}$ (2)

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει:

$a_{cm1} = a_{\gamma 1}\,R \rightarrow a_{\gamma 1} = \frac{a_{cm1}}{R}$ (3)



Η σχέση (2) λόγω της σχέσης (3) γίνεται:

$F\,r + T_1\,R = I\,\frac{a_{cm1}}{R} \rightarrow F\,\frac{r}{R} + T_1 = I\,\frac{a_{cm1}}{R^2}$ (4)

Προσθέτοντας τις (1) και (4) κατά μέλη παίρνουμε:

$$F + F\,\frac{r}{R} = M\,a_{cm1} + I\,\frac{a_{cm1}}{R^2} \rightarrow 7\text{ N} + 7\text{ N}\,\frac{1}{3} = 2\,a_{cm1} + 0{,}1\,\frac{100\,a_{cm1}}{9} \rightarrow$$

$$\frac{\cancel{28}}{3} = \frac{\cancel{28}a_{cm1}}{9} \rightarrow \mathbf{a_{cm1} = 3\ m/s^2} \quad \textbf{και} \quad \mathbf{a_{\gamma 1} = \frac{a_{cm1}}{R} = 10\ rad/s^2}.$$

β. Για να μην ολισθαίνει ο δίσκος θα πρέπει η τριβή ανάμεσα σε αυτόν και το οριζόντιο επίπεδο να είναι στατική δηλαδή να ισχύει:

$T_1 \le T_{\sigma\tau(max)} \rightarrow T_1 \le \mu\,N_1$ όπου μ ο συντελεστής οριακής τριβής ανάμεσα στον κύλινδρο και το οριζόντιο επίπεδο.

Από τη σχέση (1) παίρνουμε: $T_1 = F - M\,a_{cm1} \rightarrow T_1 = 1$ N.

Όμως $N_1 = Mg = 20$ N άρα $T_1 \le \mu\,Mg \rightarrow \mu \ge \frac{T_1}{M\,g} \rightarrow \mathbf{\mu \ge 0{,}05}$.

γ. Η μεταφορική κίνηση του δίσκου είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε ισχύει:

$$s_1 = \frac{1}{2}\,a_{cm1}\,t_1^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\,s_1}{a_{cm1}}} = \sqrt{\frac{12}{3}} \rightarrow \mathbf{t_1 = 2\ s.}$$

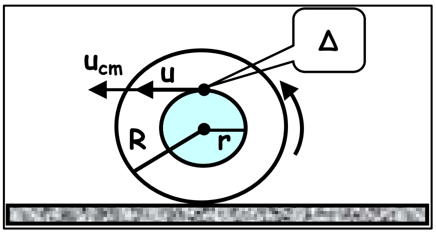
Η στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του στο τέλος της οριζόντιας διαδρομής δίνεται από τη σχέση:

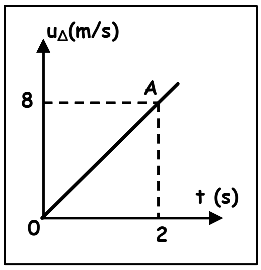
$L_1 = I\,\omega_1 = I\,\alpha_{\gamma 1}\,t_1 = 0{,}1\;\;10\;\;2 \rightarrow \mathbf{L_1 = 2\ Kg\ m^2/s.}$

Δ2. Η ταχύτητα του σημείου Δ θα είναι ίση με:

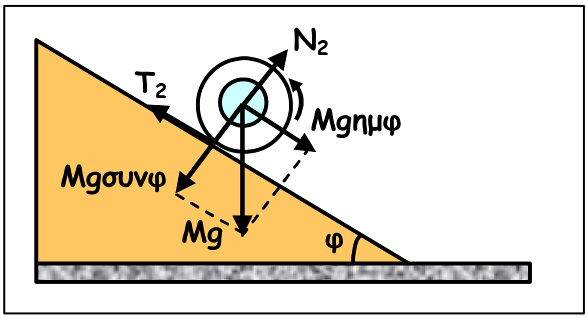
$$\vec{u}_{\Delta} = \vec{u}_{cm} + \vec{u} \rightarrow u_{\Delta} = \omega R + \omega r = \omega\,(R + r) \rightarrow u_{\Delta} = \frac{u_{cm}}{R}\,(R + r) \rightarrow$$

$$u_{\Delta} = \frac{\alpha_{cm1}\,t}{R}\,(R + r) \rightarrow \mathbf{u_{\Delta} = 4\ t \quad (SI).}$$





Δ3.α. Επειδή ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η μεταφορική και η περιστροφική κίνηση του θα είναι ομαλά επιβραδυνόμενες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η στατική τριβή να έχει φορά προς τα πάνω ώστε η ροπή της, ως προς το κέντρο του δίσκου, να έχει αντίθετη φορά από τη φορά περιστροφής και να επιβραδύνει τον δίσκο.



Για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_x = M\,\vec{\alpha}_{cm2} \rightarrow T_2 - M\,g\,\eta\mu\varphi = M\,(-\,\alpha_{cm2}) \rightarrow M\,g\,\eta\mu\varphi - T_2 = M\,\alpha_{cm2} \quad (5)$$

Από το θεμελιώδη νόμο για την περιστροφική κίνηση έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(K)} = I\,(-\,\alpha_{\gamma 2}) \rightarrow -\,T_2\,R = I\,(-\,\alpha_{\gamma 2}) \rightarrow T_2\,R = I\,\alpha_{\gamma 2} \quad (6)$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ισχύει:

$$\alpha_{cm2} = \alpha_{\gamma 2}\,R \rightarrow \alpha_{\gamma 2} = \frac{\alpha_{cm2}}{R} \quad (7)$$

Η σχέση (6) λόγω της σχέσης (7) γίνεται: $T_2 = I\,\dfrac{\alpha_{cm2}}{R^2}$ (8)

Προσθέτοντας τις (5) και (8) κατά μέλη παίρνουμε:

$$M\,g\,\eta\mu\varphi = M\,\alpha_{cm2} + I\,\frac{\alpha_{cm2}}{R^2} \rightarrow 20\;\;0{,}28 = \left(2 + 0{,}1\frac{1}{0{,}09}\right)\alpha_{cm2} \rightarrow$$

$$20 \cdot 0{,}28 = \frac{0{,}28}{0{,}09}\, a_{cm2} \rightarrow \mathbf{a_{cm2} = 1{,}8\ m/s^2} \quad \text{και}$$

$$\mathbf{a_{\gamma 2}} = \frac{\mathbf{1{,}8}}{\mathbf{0{,}3}} \ \mathbf{= 6\ rad/s^2}.$$

β. Επειδή κατά την αλλαγή διεύθυνσης κίνησης του δίσκου δεχόμαστε ότι η ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου και η γωνιακή του ταχύτητα δεν αλλάζουν μέτρα, η στροφορμή του θα δίνεται από τη σχέση:

$$L_2 = I\,\omega_2 = I\,(\omega_1 - a_{\gamma 2}\,t_2) = I\,(a_{\gamma 1}\,t_1 - a_{\gamma 2}\,t_2) = 0{,}1\,(20 - 6\,t_2) \rightarrow$$

$$\boxed{\mathbf{L_2 = 2 - 0{,}6\ t_2\ (SI).}}$$

γ. Η κινητική ενέργεια του δίσκου, τη χρονική στιγμή t_1 που ο δίσκος αρχίζει να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο, είναι ίση με το άθροισμα της κινητικής ενέργειας λόγω της μεταφορικής του κίνησης και της κινητικής ενέργειας λόγω της περιστροφικής του κίνησης, δηλαδή είναι:

$$K_1 = K_{\mu\varepsilon\tau} + K_{\pi\varepsilon\rho} = \frac{1}{2}\,M\,u_{cm1}^2 + \frac{1}{2}\,I\,\omega_1^2 = \frac{1}{2}\,M\,(a_{cm1}\,t_1)^2 + \frac{1}{2}\,I\,(a_{\gamma 1}\,t_1)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\,2\,36 + \frac{1}{2}\,0{,}1\,400 = 36 + 20 \rightarrow \mathbf{K_1 = 56\ J}.$$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από τη στιγμή που ο δίσκος αρχίζει να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \rightarrow 0 - K_1 = -\,M\,g\,\eta\mu\varphi\,s_2 \rightarrow 56 = 5{,}6\,s_2 \rightarrow s_2 = 10\ m$$

Όμως $\eta\mu\varphi = \dfrac{h}{s_2} \rightarrow \mathbf{h = 2{,}8\ m}$.