

6ο Διαγώνισμα - Μηχανική Στερεού Σώματος Ι

Ημερομηνία: 10 Μάρτη 2013

Διάρκεια: 3 ώρες

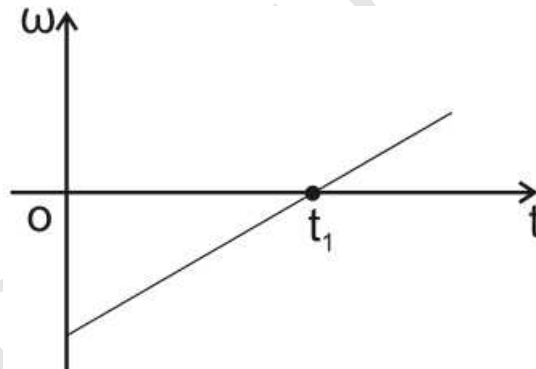
Όνοματεπώνυμο:**Βαθμολογία**

--	--	--	--	--	--

 %**Θέμα Α**

Στις ερωτήσεις Α.1 - Α.4 επιλέξτε την σωστή απάντηση [4 × 5 = 20 μονάδες]

Α.1. Στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Η γωνιακή ταχύτητα (ω) μεταβάλλεται με το χρόνο (t), όπως στο σχήμα. Η συνισταμένη των ροπών που ασκούνται στο σώμα:

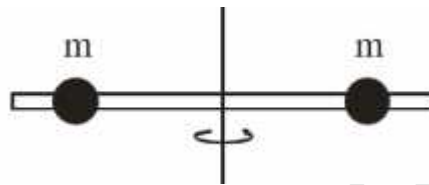


- (α) είναι μηδέν τη χρονική στιγμή t_1
- (β) είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός
- (γ) είναι σταθερή και ίση με το μηδέν
- (δ) αυξάνεται με το χρόνο.

Α.2. Σε ένα τροχό που κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει τα σημεία που έχουν, λόγω της στροφικής κίνησης, ταχύτητα μέτρου ίσο με το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας είναι:

- (α) όλα τα σημεία.
- (β) τα σημεία της κατακόρυφης διαμέτρου.
- (γ) τα σημεία της οριζόντιας διαμέτρου.
- (δ) τα σημεία της περιφέρειας.

A.3. Η ράβδος του σχήματος είναι αβαρής και οι μάζες m απέχουν εξίσου από τον άξονα περιστροφής. Αν η απόσταση των μαζών από τον άξονα περι-



στροφής υποδιπλασιαστεί, η ροπή αδράνειας του συστήματος:

- (α) τετραπλασιάζεται.
- (β) διπλασιάζεται.
- (γ) υποδιπλασιάζεται.
- (δ) υποτετραπλασιάζεται.

A.4 Ένας ομογενής σφαιρικός αστέρας στρέφεται γύρω από τον εαυτό του. Όταν φτάσει στο τέλος της ζωής του συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας και περιστρέφεται με πολύ μεγάλες συχνότητες, αφού έχει μετατραπεί σε αστέρας νετρονίων. Η αύξηση της συχνότητας περιστροφής κατά τη διάρκεια της συρρίκνωσης ενός τέτοιου άστρου οφείλεται στο ότι:

- (α) αυξάνεται η ροπή αδράνειας του.
- (β) αυξάνεται η στροφορμή του.
- (γ) δεν του ασκούνται εσωτερικές δυνάμεις.
- (δ) δε μεταβάλλεται η στροφορμή του άστρου.

A.5 Σημειώστε με **(Σ)** κάθε σωστή πρόταση και με **(Λ)** κάθε λανθασμένη πρόταση. **(5 × 1 = 5 μονάδες)**

- (α)** Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα ενός στερεού έχει τη μικρότερη τιμή της, όταν ο άξονας αυτός διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού.
- (β)** Η ροπή δύναμης εκφράζει την αδράνεια του σώματος στη στροφική κίνηση.
- (γ)** Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα.
- (δ)** Όταν οι ακροβάτες θέλουν να κάνουν γρηγορότερα στροφές στον αέρα, τεντώνουν τα χέρια και τα πόδια τους.
- (ε)** Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής μετριέται σε $\frac{kg \cdot m^2}{s}$

Θέμα Β

B.1. Μια ομογενής ράβδος AB μάζας M και μήκους d περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της με την επίδραση μιας σταθερής ροπής τ_1 , αποκτώντας γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu(1)}$. Αν η ίδια ράβδος περιστραφεί γύρω από άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο της (A) με την επίδραση μιας σταθερής ροπής τ_2 αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu(2)}$. Αν γνωρίζεται ότι $\alpha_{\gamma\omega\nu(1)} = \alpha_{\gamma\omega\nu(2)}$ τότε για τις ροπές τ_1 και τ_2 ισχύει:

(α) $\tau_2 = 2\tau_1$

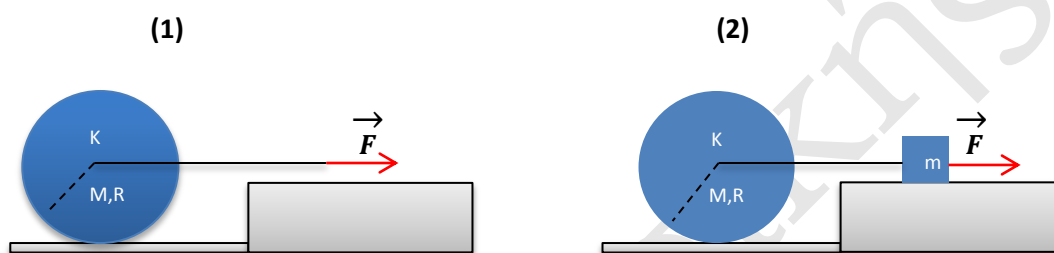
(β) $\tau_2 = 4\tau_1$

(γ) $\tau_2 = \tau_1$

Θεωρήστε γνωστή την ροπή αδράνειας ομογενούς ράβδου, ως προς άξονα που διέρχεται κάθετα από το κέντρο μάζας ίση με: $I_{cm} = \frac{1}{12}Md^2$.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **[2+5 = 7 μονάδες]**

B.2. Ομογενής Δίσκος μάζας M και ακτίνας R μπορεί να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο. Στο κέντρο K του δίσκου δένουμε το ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Αν στο ελεύθερο άκρο του νήματος ασκηθεί οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου F όπως φαίνεται στο σχήμα (1), τότε ο Δίσκος αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu(1)}$. Αν στο ελεύθερο άκρο του νήματος δέσουμε μικρό σώμα μάζας $m = M$ και ασκήσουμε την ίδια οριζόντια δύναμη F , όπως φαίνεται στο σχήμα (2) ο δίσκος αποκτά γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu(2)}$.



Ο λόγος των γωνιακών επιταχύνσεων του δίσκου $\frac{\alpha_{\gamma\omega\nu(1)}}{\alpha_{\gamma\omega\nu(2)}}$ ισούται με:

(α) $\frac{1}{2}$

(β) 1

(γ) $\frac{5}{3}$

Να θεωρήσετε ότι το μικρο σώμα κινείται χωρίς τριβές και ότι η ροπή αδράνειας ενός ομογενούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του ισούται με: $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **[2+8 = 10 μονάδες]**

B.3. Η Γη, την οποία θεωρούμε ως ομογενή σφαίρα, έχει μάζα M και ακτίνα R και περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της με περίοδο $24h$. Αν η ακτίνα της Γης γίνει, λόγω συστολής, 5% μικρότερη από αυτήν που έχει σήμερα, διατηρώντας τη μάζα της, τότε το % ποσοστό μεταβολής της περιόδου ισούται με:

(α) 97,5%

(β) 0 %

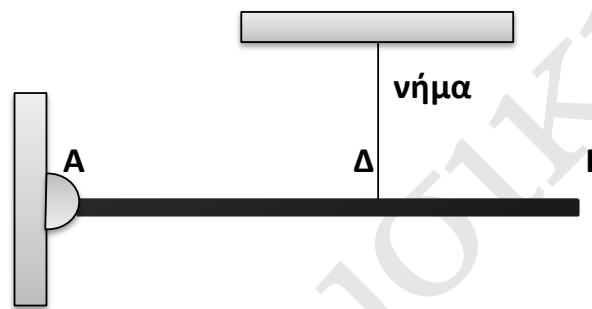
(γ) 9,75%

Δίνεται η ροπή αδράνειας ομογενούς σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της: $I_{cm} = \frac{2}{5}MR^2$.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. **[2+6=8 μονάδες]**

Θέμα Γ

Μια ομογενής ράβδος, μάζας $M = 3\text{kg}$ και μήκους $L = 2\text{m}$, ισορροπεί σε οριζόντια θέση, στηριζόμενη με το αριστερό άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση και δεμένη στο σημείο Δ στο κάτω άκρο κατακόρυφου νήματος, του οποίου το πάνω άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο.



Αν η τάση του νήματος είναι $T = 20\text{N}$, να υπολογίσετε:

- (α) την απόσταση του σημείου Δ, από το άκρο Α.
 (β) τη δύναμη στήριξης από την άρθρωση.

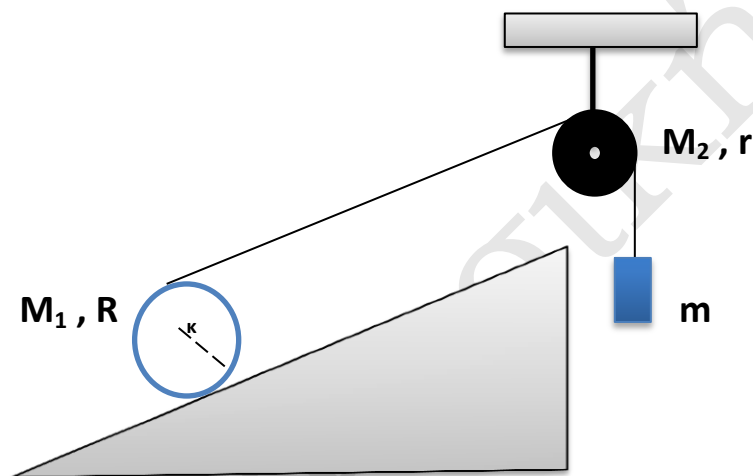
Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα, οπότε η ράβδος πέφτει στροφόμενη γύρω από την άρθρωση. Αν η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο σε αυτήν άξονα διερχόμενο από το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$, να υπολογίσετε:

- (γ) τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου την στιγμή της εκκίνησης.
 (δ) την γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου την στιγμή κατά την οποία η ράβδος σχηματίζει με την αρχική θέση γωνία ϕ , τέτοια ώστε $\sin\phi = 0,8$.

[6+6+6+7 μονάδες]

Θέμα Δ

Στην διάταξη του παρακάτω σχήματος ο ομογενής λεπτός δακτύλιος μάζας $M_1 = 8\text{kg}$ και ακτίνας $R = 0,2\text{m}$ μπορεί να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\phi = 30^\circ$. Στην περιφέρεια του δακτυλίου είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές και εκτατό νήμα μεγάλου μήκος που το άλλο άκρο του καταλήγει μέσω τροχαλίας σε μικρό σώμα μάζας $m = 6\text{kg}$. Η τροχαλία που παρεμβάλλεται έχει μάζα $M_2 = 5\text{kg}$ και ακτίνα $r = 0,1\text{m}$.



Αρχικά συγκρατούμε το μικρό σώμα σε ύψος $h = 8\text{m}$ από το έδαφος και την χρονική στιγμή $t = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Θεωρήστε ότι η μάζα του δακτυλίου είναι ομοιόμορφα κατανομημένη στην περιφέρεια του και ότι το νήμα δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του δακτυλίου και την περιφέρεια της τροχαλίας

(α) Να σχεδιάσετε την στατική τριβή που δέχεται ο δακτύλιος από το δάπεδο και να αιτιολογήσετε με λογικά επιχειρήματα την επιλογή σας.

Στην συνέχεια να υπολογίσετε :

(β) τον λόγο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας προς την γωνιακή επιτάχυνση του δακτυλίου, καθώς και την επιτάχυνση του μικρού σώματος.

(γ) την χρονική στιγμή $t = t_1$ που το μικρό σώμα φτάνει στο έδαφος και τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει η τροχαλία την ίδια χρονική στιγμή.

(δ) την στροφορμή του δακτυλίου στην παραπάνω χρονική στιγμή $t = t_1$

(ε) την ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής που μπορεί να εμφανίζει ο δακτυλιος με το κεκλιμένο επίπεδο, ώστε να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής $I_{\text{τρο}} = \frac{1}{2}M_2r^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.

[3+9+6+2+5 μονάδες]

Οδηγίες:

- Το άγχος δεν βοήθησε ποτέ κανένα!
- Γράφουμε όλες τις απαντήσεις στην κόλλα αναφοράς.
- Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη λύση είναι σωστή.
- Ελέγχουμε τα αποτελέσματα μας.



Καλή Επιτυχία !