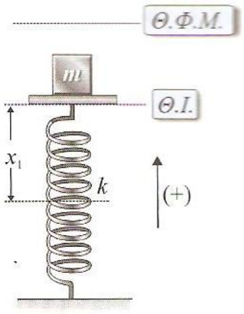
38. Το σώμα του διπλανού σχήματος έχει μάζα $m = 1$ kg και βρίσκεται σε επαφή με δίσκο μάζας $M = 4$ kg, ο οποίος είναι συνδεδεμένος με το ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 500$ N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Αρχικά το σύστημα των δύο σωμάτων ισορροπεί ακίνητο. Απομακρύνουμε το σύστημα των δύο σωμάτων από τη θέση ισορροπίας τους συσπειρώνοντας επιπλέον το ελατήριο κατά $x_1 = 0{,}2$ m και τη χρονική στιγμή $t = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί, από τη θέση που το εκτρέψαμε, χωρίς αρχική ταχύτητα.

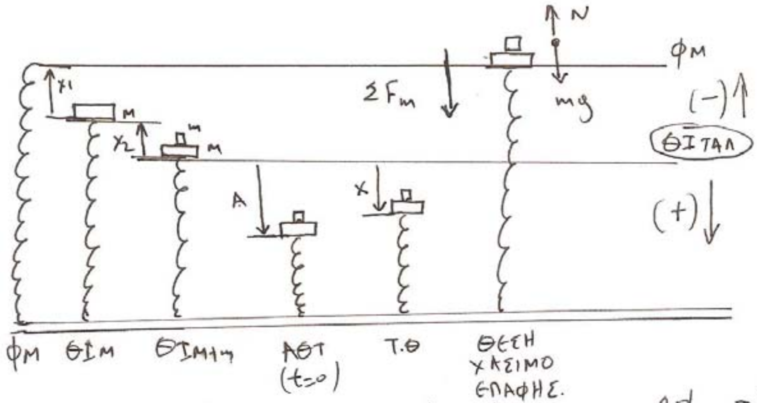


α) Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του συστήματος και του κάθε σώματος ξεχωριστά.

β) Να αποδείξετε ότι το σώμα μάζας m χάνει την επαφή του με το δίσκο όταν διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

γ) Να βρείτε τη δύναμη που δέχεται το σώμα μάζας m από το δίσκο, σε συνάρτηση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα που το σώμα είναι σε επαφή με το δίσκο.

Δίνεται: $g = 10$ m/s^2. Θεωρήστε αμελητέες τις πάσης φύσεως τριβές.



M=4kg m=1kg
k=500 N/m
A=0,2m
D=; D_m=; D_M=;
ΧΑΣΙΜΟ ΕΠΑΦΗΣ ΣΤΟ Φ.Μ.;
N=f(t)

ΘΙΜ $\Sigma F=0 \Rightarrow Mg = kx_1 \Rightarrow x_1 = \frac{Mg}{k} \Rightarrow x_1 = \frac{40}{500} \Rightarrow \boxed{x_1 = 0{,}08\,m}$

ΘΙΜ+m $\Sigma F=0 \Rightarrow \boxed{(m+M)g = k\cdot(x_1+x_2)}$ (1) $\Rightarrow x_2 = \frac{mg}{k} \Rightarrow \boxed{x_2 = 0{,}02\,m}$

[Εφόσον απομακρύνουμε το σύστημα των 2 σωμάτων από την ΘΙ m+M κατά 0,2m και το αφήνουμε ελεύθερο (υ=0) τότε αυτή η θέση είναι η ΑΘΤ. Άρα A=0,2m]

Τ.Θ. $\Sigma F = (m+M)g - k\cdot(x_1+x_2+x) \overset{(1)}{\Rightarrow} \Sigma F = \cancel{(m+M)g - k(x_1+x_2)} - kx \Rightarrow$

$\Sigma F = -kx$ Άρα το σύστημα m+M εκτελεί ΑΑΤ. με D=k

$\boxed{D = 500\,N/m}$

SOS

[Αφού τα 2 σώματα ταλαντώνονται μαζί, θα έχουν ίδιο T άρα και ίδιο ω δηλ. $\omega = \omega_M = \omega_m \Rightarrow \sqrt{\frac{D}{m+M}} = \sqrt{\frac{D_M}{M}} = \sqrt{\frac{D_m}{m}} \Rightarrow$

$\frac{D}{m+M} = \frac{D_M}{M} \Rightarrow D_M = \frac{M}{m+M}\cdot D \Rightarrow D_M = \frac{4}{5}\cdot 500 \Rightarrow \boxed{D_M = 400\,N/m}$

$\frac{D}{m+M} = \frac{D_m}{m} \Rightarrow D_m = \frac{m}{m+M}\cdot D \Rightarrow D_m = \frac{1}{5}\cdot 500 \Rightarrow \boxed{D_m = 100\,N/m}$]

ΘΕΣΗ ΧΑΣΙΜΟ ΕΠΑΦΗΣ. (m) ΣΤΗΝ ΘΕΣΗ ΑΥΤΗ: $\Sigma F_m = +D_m\cdot(x_1+x_2)$

$\Rightarrow mg - N = D_m(x_1+x_2) \Rightarrow N = mg - D_m(x_1+x_2) \Rightarrow N = 1\cdot 10 - 100(0{,}08+0{,}02)$

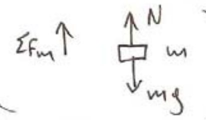
$\Rightarrow N = (10 - 100\cdot 0{,}10)\,N \Rightarrow N=0$ Άρα αφού δεν έχω αντίδραση δαπέδου, δεν θα έχω και επαφή.

$x = A\cdot\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$ $\omega = \sqrt{\frac{D_m}{m}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{100}{1}}\,r/s \Rightarrow \boxed{\omega = 10\,r/s}$

$x = 0{,}2\,\eta\mu(10t+\varphi_0) \xRightarrow[x=0{,}2m]{t=0} 0{,}2 = 0{,}2\,\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{2} \Rightarrow$ ή $\varphi_0 = 2k\pi+\pi/2$, $\varphi_0 = 2k\pi+\pi-\pi/2$

$\Rightarrow \varphi_0 = 2k\pi+\pi/2 \xRightarrow[k=0]{0\le\varphi_0<2\pi} \boxed{\varphi_0 = \pi/2\,r}$ $\boxed{x = 0{,}2\,\eta\mu(10t+\pi/2)}$ SI

<u>Τ.Θ</u> για το (m) $\Sigma F_m = N - mg$ (



)

$D_m \cdot x = N - mg \Rightarrow N = mg + D_m \cdot x \Rightarrow$

$\Rightarrow N = mg + D_m \cdot A \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow N = 10 + 100 \cdot 0{,}2\ \eta\mu(10t + \pi/2)$

$\Rightarrow \boxed{N = 10 + 20\,\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)}$ SI $\qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D_m}} \Rightarrow \boxed{T = \frac{\pi}{5}\,s}$

<u>ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ</u> στη ΘΙ(m+M) της ταλάντωσης) δηλ. μετά

απο χρόνο $t = T/4 = \frac{\pi}{20}\,s$ θα έχω $\Sigma F_m = 0$ άρα πρέπει $N = mg$
$N = 10N$.

$N = 10 + 20\,\eta\mu\left(\cancel{10} \cdot \frac{\pi}{\cancel{20}2} + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow N = 10 + 20\,\cancelto{0}{\eta\mu(\pi)} \Rightarrow \boxed{N = 10\,N}$

Σωστό !!!

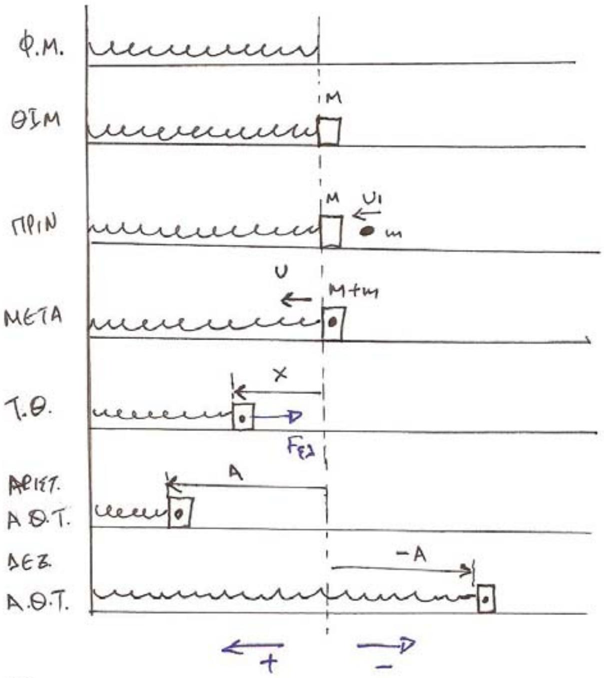
Ακίνητο σώμα μάζας $M = 100\,g$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K = 300\,N/m$, η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη ακλόνητα. Βλήμα μάζας $m = 20\,g$, που κινείται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου με ταχύτητα $\upsilon = 30\,m/s$, συγκρούεται με το σώμα M και σφηνώνεται σε αυτό. Να υπολογίσετε:

α) την κοινή ταχύτητα που αποκτούν τα δύο σώματα αμέσως μετά τη σύγκρουση.

β) το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα, μέχρι να σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.

γ) σε πόσο χρόνο από τη στιγμή της σύγκρουσης το συσσωμάτωμα θα σταματήσει στιγμιαία για πρώτη φορά.

Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



$M=0,1\,Kg \quad K=300\,N/m$

$m=0,02\,Kg \quad υ_1=30\,m/s$

α) $υ=;$ β) $S=;$

γ) $t=;$ δ) $A=;$

(α)

<u>ΘΙΜ</u> $ΣF=0$

<u>ΑΔΟ</u> πριν-μετά $\vec{P}_{ολ_{πριν}} = \vec{P}_{ολ_{μετά}}$

$m\cdot υ_1 = (m+M)\cdot υ \Rightarrow$

$υ = \frac{mυ_1}{m+M} \Rightarrow υ = \frac{0,02\cdot 30}{0,02+0,1}\ m/s \Rightarrow$

$υ = \frac{0,6}{0,12}\ m/s \Rightarrow \boxed{υ = 5\,m/s}$

<u>Τ.Θ</u> (xx') $ΣF = F_{ελ} \Rightarrow ΣF = -Kx$ άρα εκτελεί ΑΑΤ με $\boxed{D=K}$

(yy') $(m+M)g = N$

(δ)

<u>ΑΔΜΕΤ</u> (ΜΕΤΑ) $E_{ολ} = K + U_{ταλ} \Rightarrow \frac{1}{2}D\cdot A^2 = \frac{1}{2}(m+M)\cdot υ^2 + \frac{1}{2}D\cdot 0^2 \Rightarrow$

$A = \pm\sqrt{\frac{(m+M)υ^2}{D}} \Rightarrow A = \pm\sqrt{\frac{0,12\cdot 25}{300}}\ m \Rightarrow \boxed{A = \pm 0,1\,m}$ επειδή $A>0$ ΠΑΝΤΑ

Αφού πλάτος ταλάντωσης ορίζεται η μέγιστη απομάκρυνση από την Θ.Ι. τότε $\boxed{A=0,1\,m}$

(β) Το συσσωμάτωμα θα σταματήσει για πρώτη φορά στιγμιαία στην Αριστ. Α.Θ.Τ.
Άρα $\boxed{S=A=0,1\,m}$

(γ) $T=2π\sqrt{\frac{m+M}{D}} \Rightarrow T = 2π\sqrt{\frac{0,12}{300}}\ s \Rightarrow \boxed{T = \frac{π}{25}\ s}$

Άρα θα σταματήσει στιγμιαία μετά από χρόνο $t=\frac{T}{4} \Rightarrow$

$\boxed{t = \frac{π}{100}\ s}$

ΘΕΩΡΟΥΜΕ $t_0=0$ την στιγμή αμέσως μετά την κρούση.

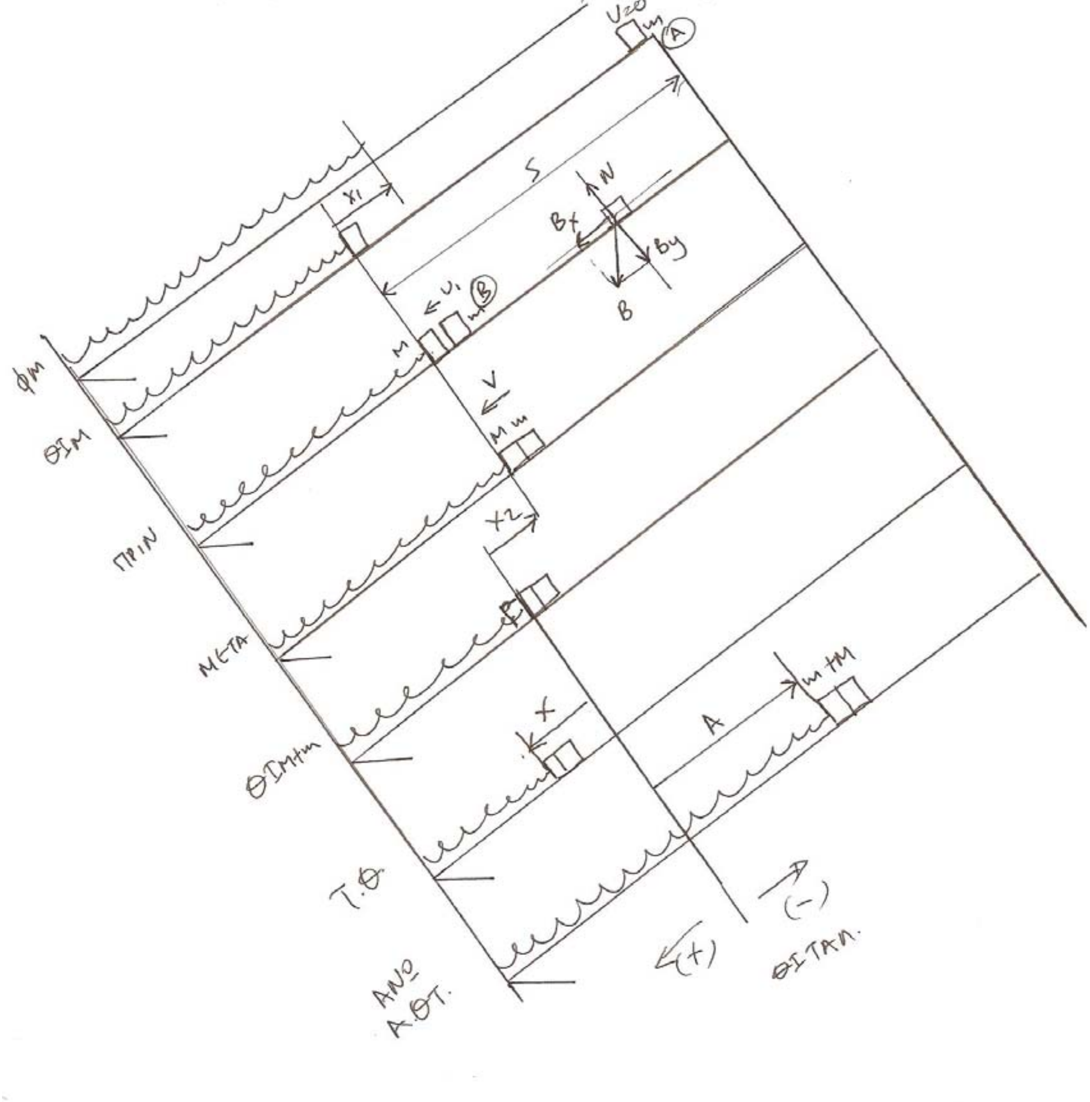
Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ υπάρχει ιδανικό ελατήριο σταθεράς Κ. Σώμα μάζας Μ στερεώνεται στην άνω θέση του ελατηρίου. Από απόσταση S στο λείο κεκλιμένο επίπεδο, αφήνεται να ολισθήσει σώμα μάζας m το οποίο συγκρούεται πλαστικά με το Μ.

α) Να βρείτε την ταχύτητα του m πριν την κρούση.

β) " " " του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

γ) Να αποδείξετε ότι εκτελεί ΑΑΤ.

δ) Να βρείτε το πλάτος Α, την περίοδο Τ και την εξίσωση της απομάκρυνσης x του συσσωμ. ως προς τον χρόνο.



$\underline{\Theta I\ M}$ $(x x')$ $\Sigma F = 0 \Rightarrow \boxed{Mg\,\eta\mu\varphi = k \cdot x_1}$ ① $\Rightarrow \boxed{x_1 = \dots}$

$(y y')$ $\Sigma F = 0 \Rightarrow \boxed{Mg\,\sigma\upsilon\nu\varphi = N}$

$\underline{\Theta MKE}$ $A \to B$ (m) $\Sigma W_F = \Delta K \Rightarrow W_{B_x} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - \cancel{K_{\alpha\rho\chi}}^{\,0} \Rightarrow$

$\Rightarrow mg\,\eta\mu\varphi \cdot S = \frac{1}{2} m \upsilon_1^2 \Rightarrow \boxed{\upsilon_1 = \dots}$

$\underline{A\Delta O}$ ΠΡΙΝ-ΜΕΤΑ $m\upsilon_1 = (m+M)\upsilon \Rightarrow \upsilon = \frac{m\upsilon_1}{m+M} \Rightarrow \boxed{\upsilon = \dots}$

$\underline{\Theta I\ m+M}$ $\Sigma F = 0 \Rightarrow$ ② $\boxed{mg\,\eta\mu\varphi + Mg\,\eta\mu\varphi = k(x_1 + x_2)} \overset{①}{\Rightarrow}$

$mg\,\eta\mu\varphi + \cancel{Mg\,\eta\mu\varphi} = \cancel{kx_1} + kx_2 \Rightarrow \boxed{x_2 = \dots}$

$\underline{T.\Theta}$ $\Sigma F = mg\,\eta\mu\varphi + Mg\,\eta\mu\varphi - k(x_1 + x_2 + x) \overset{②}{\Rightarrow}$

$\Sigma F = mg\,\eta\mu\varphi + \cancel{Mg\,\eta\mu\varphi - k(x_1+x_2)} - kx \Rightarrow \Sigma F = -kx$ άρα το συσσωμάτ.

εκτελεί ΑΑΤ με $D = k$. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{D}} \Rightarrow \boxed{T = \dots}$ $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{\omega = \dots}$

$\underline{A\Delta MET}$ ΜΕΤΑ $E_0 = K + U_{\tau\alpha\lambda} \Rightarrow \cancel{\frac{1}{2}} D A^2 = \cancel{\frac{1}{2}}(m+M)\upsilon^2 + \cancel{\frac{1}{2}} D\, x_2^2$

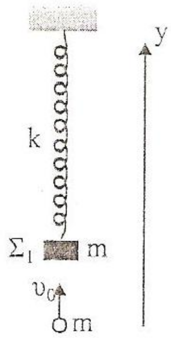
$\Rightarrow \boxed{A = \dots}$

$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow[x = x_2]{t=0} x_2 = A \cdot \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow$ ή $\left.\begin{matrix} \varphi_0 = \dots \\ \varphi_0 = \dots \end{matrix}\right\} \xrightarrow[\kappa=0]{0 \le \varphi_0 < 2\pi}$

ή $\varphi_0 = \dots$ / $\varphi_0 = \dots$ Θέλω $\upsilon > 0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi_0 > 0$ άρα πρέπει

$\boxed{\varphi_0 = \dots}$

οπότε $\boxed{x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)}$ SI



Σώμα Σ_1 μάζας $m = 1\,kg$ ισορροπεί συνδεδεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\,N/m$ του οποίου το άλλο άκρο στερεώνεται σε οροφή. Βλήμα Σ_2 ίσης μάζας με το Σ_1, κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = \sqrt{6}\,m/s$, μετωπικά και πλαστικά με το σώμα Σ_1, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

α) Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

β) Μετά πόσο χρόνο, από τη στιγμή της κρούσης $t_0 = 0$, η ταχύτητα του συσσωματώματος θα μηδενιστεί για πρώτη φορά;

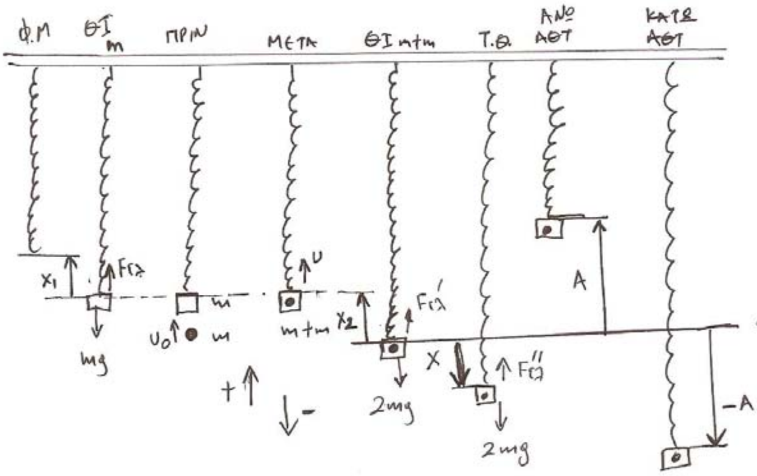
γ) Να βρείτε, για το χρονικό διάστημα του ερωτήματος (β) το έργο της δύναμης του ελατηρίου.

δ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος

i) αμέσως μετά την κρούση.

ii) όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της κίνησής του.

Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας για την ταλάντωση είναι ημιτονική συνάρτηση του χρόνου ($g = 10\,m/s^2$).



$m = 1\,kg \quad K = 100\,N/m$

$υ_0 = \sqrt{6}\,m/s$

α) $A = ;$ β) $t = ;$ $υ = 0$

γ) $W_{F_{ελ}} = ;$

δ) $\frac{dP}{dt} = ;$ i) ΜΕΤΑ ii) ΑΘΤ.

ΘΙ m: $ΣF = 0 \Rightarrow mg = F_{ελ} \Rightarrow mg = K \cdot x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{mg}{K} \Rightarrow x_1 = \frac{1 \cdot 10}{100}\,m \Rightarrow \boxed{x_1 = 0{,}1\,m}$

ΑΔΟ ΠΡΙΝ-ΜΕΤΑ: $\vec{P}_{ολ\,πριν} = \vec{P}_{ολ\,μετά} \Rightarrow m \cdot υ_0 = (m+m) \cdot υ \Rightarrow υ = \frac{mυ_0}{2m} \Rightarrow \boxed{υ = \frac{\sqrt{6}}{2}\,m/s}$

ΘΙ m+m: $ΣF = 0 \Rightarrow 2mg = F'_{ελ} \Rightarrow \boxed{2mg = K \cdot (x_1 + x_2)}\ (1) \Rightarrow \boxed{x_2 = 0{,}1\,m}$

Τ.Θ. $ΣF = 2mg - K \cdot (x + x_1 + x_2) \overset{(1)}{\Rightarrow} ΣF = \cancel{2mg} - \cancel{K(x_1+x_2)} - Kx \Rightarrow ΣF = -Kx$

Άρα το σύσσωμα εκτελεί ΑΑΤ με $D = K$. $T = 2π\sqrt{\frac{2m}{D}} \Rightarrow T = 2π\sqrt{\frac{2}{100}}\,s$

$\Rightarrow \boxed{T = \frac{π}{5}\sqrt{2}\,s}$

ΑΔΜΕΤ ΜΕΤΑ. $E_0 = K + U_{ταλ} \Rightarrow$

$\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}2mυ^2 + \frac{1}{2}D \cdot x_2^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2mυ^2 + Dx_2^2}{D}} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \cdot \frac{6}{4} + 100 \cdot 1/100}{100}}\,m$

$\Rightarrow \boxed{A = 0{,}2\,m}$ $\quad ω = 2π/T \Rightarrow ω = 2π/\frac{π\sqrt{2}}{5}\,r/s \Rightarrow \boxed{ω = 5\sqrt{2}\,r/s}$

$x = A \cdot ημ(ωt + φ_0) \underset{x = x_2}{\overset{t=0}{\Rightarrow}} 0{,}1 = 0{,}2 \cdot ημ(0 + φ_0) \Rightarrow ημφ_0 = 1/2 = ημπ/6 \Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} φ_0 = 2κπ + π/6 \\ ή\ φ_0 = 2κπ + π - π/6 \end{array}\right\} \underset{κ=0}{\overset{0 \le φ_0 < 2π}{\Longrightarrow}} \left.\begin{array}{l} φ_0 = π/6 \\ ή\ φ_0 = \frac{5π}{6} \end{array}\right\} \underset{\text{αφού το 2m κινείται προς το (+)}}{\overset{υ > 0}{\Longrightarrow}}$ πρέπει $συνφ_0 > 0$ άρα $\boxed{φ_0 = π/6\,r}$

Άρα $x = 0{,}2\,ημ(5\sqrt{2}t + π/6)$. Η ταχύτητα του συσσ. θα μηδενιστεί στην ΑΝΩ ΑΘΤ. Δηλ. $x = 0{,}2\,m\ (= A)$

$0{,}2 = 0{,}2\,ημ(5\sqrt{2}t + π/6) \Rightarrow ημ(5\sqrt{2}t + π/6) = 1 = ημ\,π/2 \Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} 5\sqrt{2}t + π/6 = 2κπ + π/2 \\ ή\ 5\sqrt{2}t + π/6 = 2κπ + π - π/2 \end{array}\right\} 5\sqrt{2}t + π/6 = 2κπ + π/2 \underset{1^{ος}\ χρόνος}{\overset{κ=0}{\Longrightarrow}} t = \frac{π/2 - π/6}{5\sqrt{2}}\,s$

$\Rightarrow t = \frac{π}{15\sqrt{2}}\,s \Rightarrow \boxed{t = \frac{π\sqrt{2}}{30}\,s}$

ΘΜΚΕ ΜΕΤΑ → ΑΝΩ ΑΘΤ. $\Sigma W_F = \Delta K \Rightarrow W_{F\varepsilon\lambda} + W_B = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}$

$\Rightarrow W_{F\varepsilon\lambda} + \left[-2mg\cdot(A-x_2)\right] = 0 - \frac{1}{2}\cdot 2m\cdot v^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow W_{F\varepsilon\lambda} = 2mg(A-x_2) - mv^2 \Rightarrow W_{F\varepsilon\lambda} = 2\cdot 1\cdot 10\cdot(0{,}2-0{,}1) - 1\cdot\frac{6}{4}\ J$

$\Rightarrow \boxed{W_{F\varepsilon\lambda} = 0{,}5\ J}$

($W_B = -2mg\cdot A$ όπως $W_F = F\cdot x\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi$ γιατί $F = 2mg$, $x = A$ και $\sigma\upsilon\nu 180 = -1$ αφού κινείται προς τα πάνω.)

$\left.\frac{dP}{dt}\right|_{META} \Rightarrow \Sigma F$

($\Sigma F = m\cdot a \Rightarrow \Sigma F = m\cdot\frac{dv}{dt} \Rightarrow \Sigma F = \frac{d(m\cdot v)}{dt} \Rightarrow \Sigma F = \frac{dP}{dt}$ ΓΕΝΙΚ. ΝΟΜΟΣ Newton)

i) (ΜΕΤΑ) $\frac{dP}{dt} = \Sigma F \Rightarrow \frac{dP}{dt} = D\cdot x_2 \Rightarrow \frac{dP}{dt} = 100\cdot 0{,}1\ N \Rightarrow \boxed{\frac{dP}{dt} = 10\ N}$

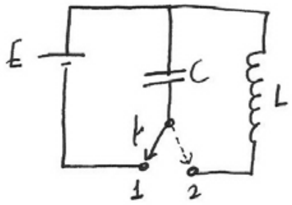
ii) (ΑΘΤ.) $\frac{dP}{dt} = \Sigma F \Rightarrow \frac{dP}{dt} = D\cdot(\pm A) \Rightarrow \frac{dP}{dt} = \pm 100\cdot 0{,}2 N \Rightarrow \boxed{\frac{dP}{dt} = \pm 20\ N}$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

$E=100V$ A) όταν μ=1 τότε $U_{Emax}=5\cdot10^{-3}J$, $C=;$

$L=10^{-2}H$ B) την $t=0$ μ=2 i) $f=;$ ii) $V=;$ όταν $i=+0{,}5\sqrt{3}A$ iii) $\frac{U_E}{U_B}=;$ όταν $i=I/2$ iv) $\frac{di}{dt}=;$ όταν $q=3\cdot10^{-4}C$

A) $U_{Emax}=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \xRightarrow[V=Q/C]{V_{Cmax}=E} U_{Emax}=\frac{1}{2}CV_{Cmax}^2$



$$U_{Emax}=\frac{1}{2}C\cdot E^2 \Rightarrow C=\frac{2U_{Emax}}{E^2} \Rightarrow$$

$$C=\frac{2\cdot5\cdot10^{-3}}{100^2}F \Rightarrow C=\frac{10^{-2}}{10^4}F \Rightarrow \boxed{C=10^{-6}F}$$

B) την $t=0$ που ο μεταγωγός από τη θέση (1) πάει στη θέση (2) ο φορτισμένος πυκνωτής (λόγω της παραλληλίας από την E) εκφορτίζεται μέσω του πηνίου.

i) $$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow f=\frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-2}\cdot10^{-6}}}Hz \Rightarrow f=\frac{1}{2\pi\cdot10^{-4}}Hz \Rightarrow \boxed{f=\frac{10^4}{2\pi}Hz}$$

ii) ΑΔΕ $U_E+U_B=E_0 \Rightarrow \frac{1}{\cancel{2}}CV^2+\frac{1}{\cancel{2}}L\cdot i^2=\frac{1}{\cancel{2}}CV_{Cmax}^2 \Rightarrow$

$$V=\pm\sqrt{V_{Cmax}^2-\frac{L}{C}i^2} \Rightarrow V=\pm\sqrt{100^2-\frac{10^{-2}}{10^{-6}}\cdot0{,}5^2\cdot3}\ V \Rightarrow$$

$$V=\pm\sqrt{10^4-0{,}75\cdot10^4}\ V \Rightarrow V=\pm\sqrt{0{,}25\cdot10^4}\ V \Rightarrow V=\pm0{,}5\cdot10^2\ V \Rightarrow$$

$$\boxed{V=\pm50V}$$

iii) $$\frac{U_E}{U_B}=\frac{E_0-U_B}{U_B}=\frac{\frac{1}{2}CV_{Cmax}^2-\frac{1}{2}L\cdot i^2}{\frac{1}{2}L\cdot i^2}=\frac{\frac{1}{2}CV_{Cmax}^2-\frac{1}{2}L\cdot\frac{I^2}{4}}{\frac{1}{2}L\cdot\frac{I^2}{4}}=$$

$$=\frac{E_0-E_0/4}{E_0/4}=\frac{3E_0/4}{E_0/4}=3$$

iv) $$E_{αυτ}=-L\cdot\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt}=-\frac{E_{αυτ}}{L} \Rightarrow \frac{di}{dt}=-\frac{V_L}{L} \xRightarrow[V_L=V_C]{L//C} \frac{di}{dt}=-\frac{V_C}{L}$$

$$\xRightarrow{V_C=q/C} \frac{di}{dt}=-\frac{q}{LC} \Rightarrow \frac{di}{dt}=-\frac{3\cdot10^{-4}C}{10^{-2}\cdot10^{-6}}A/s \Rightarrow \boxed{\frac{di}{dt}=-3\cdot10^{12}A/s}$$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

$E=10V \quad r=1\Omega \quad R=4\Omega$

$L=2\cdot10^{-2}H \quad C=5\cdot10^{-5}F$

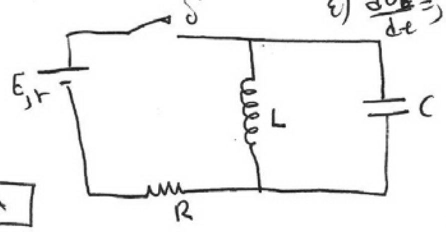
δ: κλειστός, την $t=0$ διανοίγεται

α) $t=;$ $\quad q=Q$ 1η φορά

Να σχεδιαστεί η πολικότητα της V_C εκείνη τη στιγμή.

β) $I=;$ $Q=;$ γ) $i=f(t)$ δ) $\frac{dV}{dt}=;$ $i=1A$

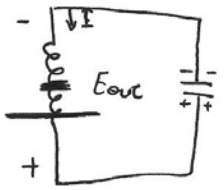
ε) $\frac{dU_E}{dt}=;$



όσο είναι κλειστός ο διακόπτης όλο το ρεύμα περνά από το πηνίο, διότι ο C είναι ανοιχτοκύκλωμα στο συνεχές.

άρα $I=\frac{E}{R+r} \Rightarrow I=\frac{10}{4+1}A \Rightarrow \boxed{I=2A}$

Άρα το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα $I=2A$. Την $t=0$ που ανοίγω τον δ το ρεύμα στο πηνίο τείνει να μηδενιστεί άρα δημιουργείται $E_{αυτ.}$ στα άκρα του με πολικότητα όπως στο σχήμα, ώστε να διατηρήσει σταθερό το ρεύμα. Ο C που είναι παράλληλος στο L "βλέπει" παράλληλα την $E_{αυτ}$ και φορτίζεται μ' αυτή



α) $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega=\frac{1}{\sqrt{2\cdot10^{-2}\cdot5\cdot10^{-5}}}\,r/s \Rightarrow \boxed{\omega=10^3 r/s}$

$T=2\pi/\omega \Rightarrow \boxed{T=2\pi\cdot10^{-3}s}$

ο t για να έχω $q=0 \rightarrow q=Q$ είναι $t=T/4 \Rightarrow \boxed{t=\frac{\pi\cdot10^{-3}}{2}s}$

β) $I=\omega\cdot Q \Rightarrow Q=I/\omega \Rightarrow Q=\frac{2}{10^3}C \Rightarrow \boxed{Q=2\cdot10^{-3}C}$

γ) $i=-I\cdot\etaμ(\omega t+\phi_0) \Rightarrow i=-2\cdot\etaμ(10^3t+\phi_0) \xrightarrow[i=-2A]{t=0} -2=-2\,\etaμ\phi_0 \Rightarrow \etaμ\phi_0=1 \Rightarrow$

$\etaμ\phi_0=\etaμ\pi/2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\phi_0=2k\pi+\pi/2 \\ ή \\ \phi_0=2k\pi+\pi-\pi/2\end{array}\right] \xrightarrow[k=0]{0\le\phi_0<2\pi} \boxed{\phi_0=\pi/2\,r}$

$\boxed{i=-2\,\etaμ(10^3t+\pi/2)}$ SI

δ) $\frac{dV}{dt}=\frac{d(q/C)}{dt}=\frac{1}{C}\cdot\frac{dq}{dt}=\frac{i}{C}=\frac{1}{5\cdot10^{-5}}V/s=2\cdot10^4V/s$

$i=1=I/2$ Από ΑΔΕ $q=\pm\frac{\sqrt3}{2}Q$

$q=\pm\frac{\sqrt3}{2}\cdot2\cdot10^{-3}C$

$q=\pm\sqrt3\cdot10^{-3}C$

ε) $\frac{dU_E}{dt}=\frac{d(\frac12 q^2/C)}{dt}=\frac{1}{\cancel{2}C}\cancel{2}q\frac{dq}{dt}=\frac{q}{C}\cdot\frac{dq}{dt}=\frac{i\cdot q}{C}=$

$=\frac{1\cdot(\pm\sqrt3\cdot10^{-3})}{5\cdot10^{-5}}J/s=\pm20\sqrt3\,J/s$