# Κεφάλαιο 4ο
## Κίνηση φορτίου σε ομογενές μαγνητικό πεδί

**Ο μαθητής που έχει μελετήσει το κεφάλαιο της κίνησης φορτίου σε ομογενές μαγνητικό πεδίο πρέπει να γνωρίζει:**

- ✓ Τι είναι η δύναμη Lorentz. Πότε εμφανίζεται και ποιος είναι ο μαθηματικός τύπος της.
- ✓ Τι κίνηση εκτελεί ένα φορτισμένο σωματίδιο ανάλογα με την γωνία με την οποία εισέρχεται στο ομογενές μαγνητικό πεδίο.
- ✓ Η δύναμη Lorentz είναι μηδέν όταν $\upsilon = 0$ ή όταν $\varphi = 0^o$ ή $\varphi = 180^o$ ή όταν το σωματίδιο είναι αφόρτιστο.
- ✓ Αν από το ίδιο σημείο του μαγνητικού πεδίου μπουν ταυτόχρονα όμοια σωματίδια με το ίδιο φορτίο και μάζα αλλά με διαφορετικές ταχύτητες κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, παρόλο που θα εκτελέσουν κύκλους διαφορετικών ακτίνων, θα φτάσουν ταυτόχρονα στο σημείο της εκτόξευσης δηλαδή θα έχουν την ίδια περίοδο Τ.
- ✓ Να βρίσκει τις εξισώσεις ακτίνας και περιόδου για σωματίδιο που μπαίνει κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου.
- ✓ Αν το σωματίδιο μπει με γωνία $\varphi = 90^o$ ως προς τις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου και ζητείται το συνολικό μήκος τόξου που διαγράφει και οι περιστροφές του σωματιδίου σε χρόνο t να γνωρίζει τις σχέσεις $s = N \cdot 2\pi R$ , $N = \frac{t}{T}$ όπου N ο αριθμός των περιστροφών (όχι απαραίτητα φυσικός αριθμός).
- ✓ Για να προσδιοριστεί το κέντρο της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει ένα σωματίδιο όταν εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο κάθετα στις δυναμικές γραμμές: κατασκευάζουμε το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει το σημείο εισόδου και το σημείο εξόδου, φέρουμε την μεσο-

κάθετη του παραπάνω ευθύγραμμου τμήματος και σχεδιάζουμε την δύναμη Lorentz στο σημείο εισόδου ή στο σημείο εξόδου. Το σημείο τομής της μεσοκαθέτου και της διεύθυνσης της δύναμης Lorentz θα αποτελεί το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.

✓ Όταν το σωματίδιο μπει κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου τότε σε ίσους χρόνους διαγράφει ίσα τόξα.

✓ Αν το σωματίδιο μπει κάθετα στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου, η $F_L$ μεταβάλλει μόνο την διεύθυνση της ταχύτητας του φορτίου και όχι το μέτρο της γιατί παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης. Έτσι το σωματίδιο αποκτά κεντρομόλο επιτάχυνση $\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$.

✓ Επειδή η δύναμη $F_L$ είναι συνεχώς κάθετη στη διεύθυνση της ταχύτητας του σωματιδίου δεν παράγει έργο.

**Κίνηση φορτίου σε μαγνητικό πεδίο: Τύποι - Βασικές έννοιες**

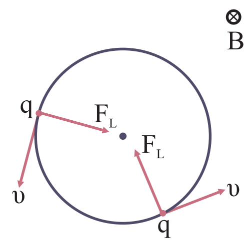
| | |
|---|---|
| Δύναμη Lorentz, που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε κινούμενο φορτίο: | $F_L = B\upsilon\lvert q\rvert \eta\mu\varphi$ |
| Ακτίνα κυκλικής τροχιάς, όταν $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$: | $R = \frac{m\upsilon}{B\lvert q\rvert}$ |
| Περίοδος περιστροφής σωματιδίου: | $T = \frac{2\pi m}{B\lvert q\rvert}$ |
| Ακτίνα ελικοειδούς κίνησης, $\left(\widehat{\vec{\upsilon},\vec{B}}\right) = \varphi$: | $R = \frac{m\upsilon \cdot \eta\mu\varphi}{\lvert q\rvert B}$ |
| Βήμα έλικας: | $\beta = \upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi \cdot T$ |

# Μαθαίνουμε τις αποδείξεις

**ΘΕΩΡΙΑ 1** **α. Κίνηση φορτίου που μπαίνει με $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$ σε ομογενές μαγνητικό πεδίο.**
**β. Κίνηση φορτίου που μπαίνει υπό τυχαία γωνία σε ομογενές ΜΠ**

***Απόδειξη***

**α.** Το θετικό φορτίο q δέχεται δύναμη Lorentz η οποία παραμένει μονίμως κάθετη στην ταχύτητά του παίζοντας ρόλο κεντρομόλου. Έτσι το φορτίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, της οποίας υπολογίζουμε ακτίνα και περίοδο:

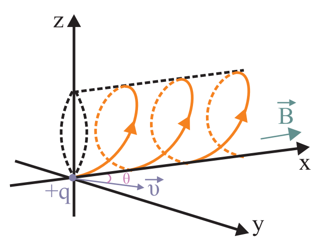



$$F_L = F_{KENT} \Rightarrow B\upsilon q = \frac{m\upsilon^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m\upsilon}{qB}$$

$$\text{ενώ } T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi \frac{m\upsilon}{qB}}{\upsilon} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Παρατηρούμε ότι η περίοδος είναι ανεξάρτητη της ταχύτητας του σωματιδίου.

**β.** Το φορτισμένο σωματίδιο με φορτίο +q κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ η οποία σχηματίζει γωνία θ με το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$. Η μελέτη της κίνησης του σωματιδίου θα γίνει χρησιμοποιώντας την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων. Αναλύουμε την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ σε δύο άξονες: ο ένας στη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών, έστω x και ο άλλος κάθετος προς τις δυναμικές γραμμές. Οι δύο συνιστώσες τις ταχύτητας είναι:



$$\upsilon_x = \upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \quad (1)$$

$$\upsilon_\kappa = \upsilon \cdot \eta\mu\theta \quad (2)$$

Επειδή η συνιστώσα $\upsilon_x$ είναι παράλληλη με τις δυναμικές γραμμές δεν αναπτύσσεται δύναμη Lorentz κατά μήκος του άξονα x και ως εκ τούτου το σωματίδιο θα κινηθεί ευθύγραμμα και ομαλά.

Λόγω της συνιστώσας $\upsilon_\kappa$ που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές θα αναπτυχθεί δύναμη Lorentz μέτρου: $F_L = q\upsilon_\kappa B = q\upsilon B\eta\mu\theta$ η οποία το αναγκάζει να εκτελέσει κυκλική κίνηση σε επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές (αφού η $F_L$ αναπτύσσεται κάθετα στα διανύσματα $\vec{B}$ και $\vec{\upsilon}$) με γραμμική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_\kappa$ και ακτίνα R η οποία υπολογίζεται όπως προηγούμενα:

$$R = \frac{m \cdot \upsilon_\kappa}{q \cdot B} = \frac{m \cdot \upsilon \cdot \eta\mu\theta}{q \cdot B} \ (3)$$

Από τη σύνθεση των δύο προηγούμενων κινήσεων, μιας ομαλής κυκλικής σε επίπεδο κάθετο προς τις δυναμικές γραμμές και μιας ευθύγραμμης ομαλής κατά τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών, προκύπτει μια ελικοειδής κίνηση, ειδικότερα η τροχιά είναι κυλινδρική έλικα σταθερού βήματος. Χαρακτηριστικά στοιχεία της ελικοειδούς τροχιάς είναι η ακτίνα R κάθε σπείρας και το βήμα β της έλικας.

Το βήμα της έλικας είναι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σπειρών και ισούται με το μήκος που διανύει το σωματίδιο, λόγω της $\upsilon_x$ συνιστώσας, σε χρόνο που χρειάζεται το σωματίδιο να διαγράψει μια σπείρα, δηλαδή σε χρόνο μιας περιόδου T της κυκλικής κίνησης.

$$\beta = \upsilon_x T \overset{(1)}{\Rightarrow} \beta = \upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \cdot T \ (4)$$

Λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση για την περίοδο: $T = \frac{2\pi m}{|q|B}$ και αντικαθιστώντας στη σχέση (4) προκύπτει: $\beta = \frac{2\pi m\upsilon \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{|q|B}$

ς

# Λύνουμε περισσότερε ασκήσεις

**1. Ένα ηλεκτρόνιο με φορτίο $-1{,}6\cdot 10^{-19}\,C$ και μάζα $9\cdot 10^{-31}\,kg$ εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=2\cdot 10^{-3}\,T$ με ορμή $p=28{,}8\cdot 10^{-26}\,kg\cdot m/s$ κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Να υπολογιστούν:**

**α. η ταχύτητά του και η ακτίνα της κυκλικής του τροχιάς**

**β. ο χρόνος που απαιτείται για να διαγράψει το ηλεκτρόνιο ένα τεταρτοκύκλιο**

**γ. η μεταβολή της κινητικής του ενέργειας στη διάρκεια μίας περιστροφής**

**δ. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του ηλεκτρονίου όταν θα έχει διαγράψει ένα τεταρτοκύκλιο.**

**Λύση:**

**α.** Υπολογίζουμε την ταχύτητα με την οποία εισέρχεται στο Ο.Μ.Π. από τη σχέση $p=m\cdot\upsilon\Rightarrow\upsilon=\dfrac{p}{m}=\dfrac{28{,}8\cdot 10^{-26}}{9\cdot 10^{-31}}\,m/s\Rightarrow\upsilon=3{,}2\cdot 10^{5}\,m/s$, μέσα στο οποίο θα εκτελέσει το ένα τέταρτο της κυκλικής του τροχιάς.

**α.** Η ακτίνα της κυκλικής του τροχιάς είναι:

$$R=\frac{m\upsilon}{|q|B}=\frac{9\cdot 10^{-31}\cdot 3{,}2\cdot 10^{5}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2\cdot 10^{-3}}\,m\Rightarrow R=9\cdot 10^{-4}\,m.$$

**β.** Η περίοδος της κυκλικής του κίνησης είναι:

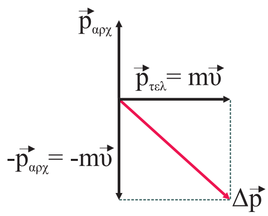
$T=\dfrac{2\pi m}{|q|B}=\dfrac{2\pi\cdot 9\cdot 10^{-31}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 2\cdot 10^{-3}}\,s=5{,}625\pi\cdot 10^{-9}\,s$ άρα ο χρόνος που απαιτείται για ένα τεταρτοκύκλιο είναι $t=\dfrac{T}{4}=1{,}4\cdot 10^{-9}\,\pi\cdot s$.

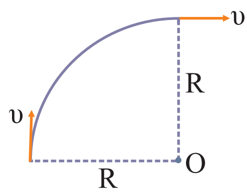
**γ.** Επειδή το μέτρο της ταχύτητας του ηλεκτρονίου δεν αλλάζει μέσα στο Ο.Μ.Π., η μεταβολή στην κινητική του ενέργεια είναι:

$$\Delta K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 0$$

**δ.** Η μεταβολή της ορμής θα είναι:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} + \left(-\vec{p}_{\alpha\rho\chi}\right)$$



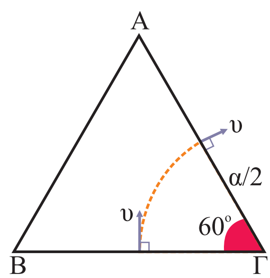




Επομένως το μέτρο της μεταβολής της ορμής θα υπολογιστεί:

$$\Delta p = \sqrt{p_{\alpha\rho\chi}^2 + p_{\tau\varepsilon\lambda}^2} = \sqrt{(m\upsilon)^2 + (m\upsilon)^2} = \sqrt{2\cdot(m\upsilon)^2} =$$

$$= m\upsilon\cdot\sqrt{2} = 28{,}8\cdot10^{-6}\cdot\sqrt{2}\,\mathrm{Kg\cdot m/s}$$

**2.** **Ένα ηλεκτρόνιο με φορτίο $-1{,}6\cdot10^{-19}\mathrm{C}$ και μάζα $9\cdot10^{-31}\mathrm{kg}$ εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 10^{-5}\mathrm{T}$, το οποίο έχει τομή ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς $\alpha = 0{,}18\mathrm{m}$. Το ηλεκτρόνιο εισέρχεται στο πεδίο κάθετα από το μέσο της μιας πλευράς του τριγώνου και εξέρχεται κάθετα από το μέσο της άλλης πλευράς. Να υπολογίσετε:**




**α. την ταχύτητα με την οποία εισέρχεται το ηλεκτρόνιο στο μαγνητικό πεδίο**

**β. τον χρόνο παραμονής του ηλεκτρονίου μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο**

**γ. το έργο της δύναμης που του ασκείται από το ομογενές μαγνητικό πεδίο.**

**Λύση:**

Όταν το ηλεκτρόνιο εισέρχεται κάθετα από το μέσο της ΒΓ και εξέρχεται κάθετα από το μέσο της ΑΓ, το κέντρο της κυκλικής τροχιάς του θα είναι η κορυφή Γ του ισοπλεύρου τριγώνου και η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς θα είναι ίση με $\frac{\alpha}{2}$.

**α.** Επομένως,

$$R=\frac{\alpha}{2}=\frac{m\upsilon}{|q|B}\Rightarrow\upsilon=\frac{\alpha\cdot|q|\cdot B}{2m}=\frac{0{,}18\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\cdot10^{-5}}{2\cdot9\cdot10^{-31}}m/s\Rightarrow\upsilon=1{,}6\cdot10^{5}m/s$$

**β.** Η περίοδος της κυκλικής κίνησης θα είναι: $T=\frac{2\pi m}{|q|B}\Rightarrow$

$$T=\frac{2\pi\cdot9\cdot10^{-31}}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot10^{-5}}s\Rightarrow T=1{,}125\pi\cdot10^{-6}s$$

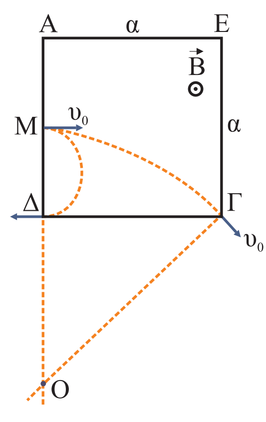
Σε χρόνο $T=1{,}125\pi\cdot10^{-6}$ s διαγράφει γωνία $2\pi$ rad

t; $\frac{\pi}{3}rad\left(=60^{o}\right)$

άρα $t=\frac{T}{6}=1{,}875\cdot\pi\cdot10^{-7}s$

**γ.** Επειδή η δύναμη Lorentz που ασκεί το Ο.Μ.Π. στο ηλεκτρόνιο είναι συνεχώς κάθετη στην ταχύτητα επομένως και στη μετατόπιση, δεν παράγει έργο, δηλαδή $W_{F_L}=0$.

**3. Η κάθετη τομή ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου είναι τετράγωνο ΑΕΓΔ πλευράς $\alpha=10cm$. Ένα φορτισμένο σωματίδιο με φορτίο $q=10^{-12}C$ και μάζα $m=10^{-18}kg$ κινείται με ταχύτητα $\upsilon_0=10^{5}m/s$ και εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο κάθετα στο μέσο της πλευράς ΑΔ. Να υπολογίσετε:**




**α. την ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου, τη δύναμη Lorentz και τον χρόνο παραμονής του σωματιδίου μέσα στο πεδίο, προκειμένου το σωματίδιο να εξέρχεται από την κορυφή Δ του τετραγώνου**

**β. την ένταση του ομογενούς μαγνητικού πεδίου και τη δύναμη Lorentz που ασκείται στο φορτισμένο σωματίδιο από το μαγνητικό πεδίο, προκειμένου αυτό να εξέλθει από την κορυφή Γ του τετραγώνου.**

**Λύση:**

**α.** Όταν εξέρχεται από την κορυφή Δ του τετραγώνου, έχει διαγράψει ημικύκλιο μέσα στο Ο.Μ.Π. οπότε: $2R=\frac{\alpha}{2}\Rightarrow R=\frac{\alpha}{4}=2{,}5\cdot 10^{-2}\,m$. $(M\Delta=2R)$.

Άρα: $R=\frac{m\upsilon}{qB}\Rightarrow B=\frac{m\upsilon}{qR}=\frac{10^{-18}\cdot 10^{5}\,T}{10^{-12}\cdot 2{,}5\cdot 10^{-2}}\Rightarrow B=4T$

Η δύναμη Lorentz θα είναι: $F_L=B\upsilon q=4\cdot 10^{5}\cdot 10^{-12}\,N\Rightarrow F_L=4\cdot 10^{-7}\,N$

Η περίοδος θα είναι: $T=\frac{2\pi m}{qB}=\frac{2\pi\cdot 10^{-18}}{10^{-12}\cdot 4}s\Rightarrow T=\frac{\pi}{2}\cdot 10^{-6}\,s$ άρα ο χρόνος παραμονής του σωματιδίου στο Ο.Μ.Π. είναι $t=\frac{T}{2}=\frac{\pi}{4}\cdot 10^{-6}\,s$.

**β.** Όταν εξέρχεται από την κορυφή Γ του τετραγώνου, το κέντρο της κυκλικής του τροχιάς βρίσκεται στο σημείο Ο, που είναι το σημείο τομής των καθέτων που φέρνουμε στη διεύθυνση της ταχύτητας εισόδου και ταχύτητας εξόδου από το Ο.Μ.Π.

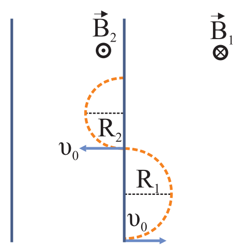
Στο τρίγωνο ΟΔΓ έχουμε: $O\Gamma^2=\Delta\Gamma^2+O\Delta^2=\Delta\Gamma^2+(OM-M\Delta)^2\Rightarrow$

$$\Rightarrow R^2=\alpha^2+\left(R-\frac{\alpha}{2}\right)^2\Rightarrow R=\frac{5\alpha}{4}=\frac{5}{4}\cdot 10^{-1}\,m.$$

Επομένως: $R=\frac{m\upsilon}{qB}\Rightarrow B=\frac{m\upsilon}{qR}\Rightarrow B=0{,}8T$

Η δύναμη Lorentz θα είναι: $F_L=B\upsilon q\Leftrightarrow F_L=8\cdot 10^{-8}\,N$

**4. Φορτισμένο σωματίδιο με μάζα $m=10^{-15}\,kg$ και φορτίο $q=10^{-6}\,C$ εισέρχεται με ταχύτητα $\upsilon_0=4\cdot 10^{5}\,m/s$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $B_1=5\cdot 10^{-2}\,T$ και αφού διαγράψει ημικύκλιο εισέρχεται σε δεύτερο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B_2=10^{-1}\,T$ και αντίθετης φοράς με το πρώτο πεδίο. Να υπολογιστούν:**



**α. οι ακτίνες των ημικυκλίων που διαγράφει το σωματίδιο σε κάθε ένα από τα πεδία**

**β. η δύναμη Lorentz που ασκείται στο σωματίδιο από το δεύτερο πεδίο**

**γ. ο χρόνος από την αρχική εκτόξευση μέχρι να εξέλθει το σωματίδιο και από το δεύτερο μαγνητικό πεδίο**

**δ. το διάστημα που διατρέχει το σωματίδιο στον αντίστοιχο χρόνο του γ ερωτήματος.**

**Λύση:**

**α.** Στο Ο.Μ.Π. έντασης $B_1$ διαγράφει ημικύκλιο ακτίνας $R_1 = \frac{m\upsilon_0}{qB_1} = 8 \cdot 10^{-3}\,m$

και στο Ο.Μ.Π. έντασης $B_2$ ακτίνας $R_2 = \frac{m\upsilon_0}{qB_2} = 4 \cdot 10^{-3}\,m$.

**β.** Η δύναμη Lorentz από το Ο.Μ.Π. έντασης $B_2$ είναι: $F_L = B_2 \cdot \upsilon_0 \cdot q = 4 \cdot 10^{-2}\,N$

**γ.** Ο χρόνος που διαγράφει το ημικύκλιο στο Ο.Μ.Π. έντασης $B_1$ είναι:

$t_1 = \frac{T_1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi m}{qB_1} = 2\pi \cdot 10^{-8}\,s$, ενώ ο χρόνος που διαγράφει το ημικύκλιο στο

Ο.Μ.Π. έντασης $B_2$ είναι: $t_2 = \frac{T_2}{2} = \frac{\pi m}{qB_2} = \pi \cdot 10^{-8}\,s$. Άρα ο συνολικός χρόνος

θα είναι: $t = t_1 + t_2 = 3\pi \cdot 10^{-8}\,s$.

**δ.** Το διάστημα που διατρέχει το σωματίδιο στο Ο.Μ.Π. έντασης $B_1$ είναι:

$x_1 = \frac{2\pi R_1}{2} = \pi R_1 = 8\pi \cdot 10^{-3}\,m$ ενώ στο Ο.Μ.Π. έντασης $B_2$ είναι:

$x_2 = \frac{2\pi R_2}{2} = \pi R_2 = 4\pi \cdot 10^{-3}\,m$.

Άρα το συνολικό διάστημα θα είναι: $x = x_1 + x_2 = 12\pi \cdot 10^{-3}\,m$

**5. Ηλεκτρόνιο μάζας $m = 9 \cdot 10^{-31}\,kg$ και φορτίου $q = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$ κινείται με ταχύτητα $\upsilon_0 = 6 \cdot 10^4\,m/s$ και μπαίνει στο εσωτερικό πηνίου σχηματίζοντας γωνία $\varphi = 60^o$ με τον άξονά του. Το πηνίο έχει μήκος $\ell = 36\,cm$, αποτελείται από $N = 270$ σπείρες και διαρρέεται από ρεύμα έντασης**

**$I = 1{,}25\,A$. Αν θεωρήσουμε ότι σε όλο το μήκος του πηνίου το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές με ένταση μαγνητικού πεδίου όση είναι στο κέντρο του, να βρεθούν:**

**α. η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το πηνίο στο εσωτερικό του**

**β. το είδος της κίνησης του ηλεκτρονίου**

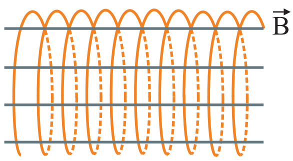
**γ. η περίοδος της κυκλικής κίνησης και το βήμα της έλικας**

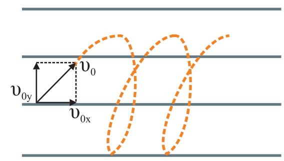
**δ. ο χρόνος που χρειάζεται για να βγει το ηλεκτρόνιο από το πηνίο**

**ε. ο αριθμός των περιστροφών που θα διαγράψει το ηλεκτρόνιο μέχρι να βγει από το πηνίο.**

**Δίνεται: $k_\mu = 10^{-7}\dfrac{N}{A^2}$.**

**Λύση:**




**α.** Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πηνίου είναι:

$$B = k_\mu \cdot 4\pi \cdot I \cdot \frac{N}{\ell} = 3{,}75 \cdot \pi \cdot 10^{-4}\,T.$$

**β.** Αναλύουμε τη $\vec{\upsilon}_0$ σε δύο συνιστώσεις, $\vec{\upsilon}_{ox}$ και $\vec{\upsilon}_{oy}$. Με την $\upsilon_{ox}$ θα κινηθεί ευθύγραμμα και ομαλά, ενώ με την $\upsilon_{oy}$ θα εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση. Από τη σύνθεση των δύο κινήσεων προκύπτει μια ελικοειδής κίνηση.

**γ.** Η περίοδος της κυκλικής κίνησης είναι: $T = \dfrac{2\pi m}{|q|B} = 3 \cdot 10^{-8}\,s$ και το βήμα της έλικας είναι: $\beta = \upsilon_{ox} \cdot T \Rightarrow \beta = \upsilon_0 \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot T \Rightarrow \beta = 9 \cdot 10^{-4}\,m$.

**δ.** Ο χρόνος για να βγεί το ηλεκτρόνιο από το πηνίο υπολογίζεται ως εξής:

$$\ell = \upsilon_{ox} \cdot t \Rightarrow t = \frac{\ell}{\upsilon_{ox}} \Rightarrow t = \frac{\ell}{\upsilon_0 \sigma\upsilon\nu\varphi} = 12 \cdot 10^{-6}\,s.$$

**ε.** Ο αριθμός των περιστροφών που θα διαγράψει το ηλεκτρόνιο μέχρι να βγεί από το πηνίο θα είναι: $N = \dfrac{t}{T} = 400$ στροφές.

**6.** **Οι οριζόντιοι οπλισμοί ενός πυκνωτή με απόσταση μεταξύ των οπλισμών $\ell = 4\text{cm}$ και μήκος οπλισμών $d = 10\text{cm}$, φέρουν φορτίο $Q = 128\text{nC}$. Από το μέσο της απόστασης μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή εκτοξεύουμε ένα πρωτόνιο με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 2\cdot 10^3\text{m/s}$, κάθετα στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή. Το πρωτόνιο εξέρχεται από τον πυκνωτή εφαπτομενικά στον αρνητικό οπλισμό και εισέρχεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 0{,}2\text{T}$, του οποίου οι δυναμικές του γραμμές είναι παράλληλες με την κατεύθυνση της αρχικής ταχύτητας $\upsilon_0$. Να βρείτε:**

**α. την ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή**

**β. τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή**

**γ. τη χωρητικότητα του πυκνωτή**

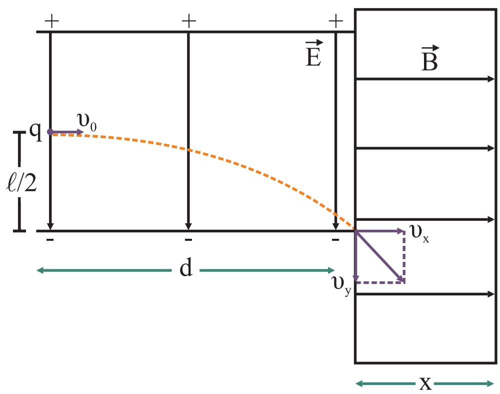
**δ. την ακτίνα της έλικας που θα εκτελέσει το πρωτόνιο**

**ε. το βήμα της έλικας**

**στ. αν το ομογενές μαγνητικό πεδίο έχει μήκος $x = 20\text{cm}$, σε πόσο χρόνο το πρωτόνιο θα βγει από το μαγνητικό πεδίο;**

**Δίνεται: $m_p = 1{,}6\cdot 10^{-27}\text{kg}$, $q_p = 1{,}6\cdot 10^{-19}\text{C}$.**

**Λύση:**




Αναλύουμε την κίνηση του πρωτονίου σε δύο ανεξάρτητες κινήσεις. Μια ευθύγραμμη ομαλή στον άξονα x΄x με εξισώσεις κίνησης: $\upsilon_x = \upsilon_0$ (1) και $x = \upsilon_0 \cdot t$ (2) και μια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα στον άξονα y΄y: $\upsilon_y = \alpha \cdot t$ $(3)$ και $y = \frac{1}{2}\alpha t^2$ $(4)$ με επιτάχυνση: $\alpha = \frac{F}{m} = \frac{q \cdot E}{m}$ $(5)$.

**α.** Ο χρόνος που θα κινηθεί το πρωτόνιο στο Ο.Η.Π. είναι $t = \frac{d}{\upsilon_0} = 5 \cdot 10^{-5}\,s$ και

αφού η απόκλιση του θα είναι $\frac{\ell}{2}$, τότε από την (4) έχω:

$\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot E}{m} \cdot t^2 \Rightarrow E = 1{,}6 \cdot 10^{-1}\,N/C$.

**β.** Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή θα είναι:

$E = \frac{V}{\ell} \Leftrightarrow V = E \cdot \ell = 6{,}4 \cdot 10^{-3}\,V$.

**γ.** Η χωρητικότητα του πυκνωτή θα είναι: $C = \frac{Q}{V} \Rightarrow C = 2 \cdot 10^{-5}\,F$.

**δ.** Το πρωτόνιο εισέρχεται στο Ο.Μ.Π. με την $\upsilon_x = \upsilon_0$ να είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές και την $\upsilon_y$ να είναι κάθετη σε αυτές. Άρα θα εκτελέσει ελικοειδή κίνηση. Η ακτίνα της έλικας θα είναι: $R = \frac{m\upsilon_y}{qB} \Rightarrow R = 4 \cdot 10^{-5}\,m$,

αφού $\upsilon_y = \alpha \cdot t \Rightarrow \upsilon_y = \frac{q \cdot E}{m} \cdot t$.

**ε.** Το βήμα της έλικας θα είναι: $\beta = \upsilon_x \cdot T = \upsilon_0 \cdot T \Rightarrow \beta = 2\pi \cdot 10^{-4}\,m$.

**στ.** Ο χρόνος που χρειάζεται το πρωτόνιο για να βγεί από το μαγνητικό πεδίο

είναι: $x = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{\upsilon_0} \Rightarrow t = 10^{-4}\,s$.

**7.** **Σε ένα πυρηνικό πείραμα, ένας πυρήνας $^4_2He$ κινείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 10^{-2}\,T$, κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου και διαγράφει κυκλική τροχιά ακτίνας $R_1 = 4\,cm$. Κάποια στιγμή ο πυρήνας διαπερνά ένα λεπτό φύλλο μολύβδου, οπότε χάνει ενέργεια. Αμέσως μετά ο πυρήνας συνεχίζει να κινείται μέσα στο ίδιο**

**ομογενές μαγνητικό πεδίο αλλά σε κυκλική τροχιά ακτίνας $R_2 = 1cm$.**

**Να υπολογιστούν:**

**α. η ταχύτητα του πυρήνα πριν διαπεράσει το φύλλο μολύβδου**

**β. η κινητική ενέργεια του πυρήνα αφού διαπεράσει το φύλλο μολύβδου**

**γ. η περίοδος της κίνησης του πυρήνα πριν περάσει το φύλλο του μολύβδου και αφού το διαπεράσει. Τι παρατηρείτε;**

**δ. η απώλεια ενέργειας του πυρήνα κατά το πέρασμά του μέσα από το φύλλο του μολύβδου.**

**Δίνονται: μάζα πρωτονίου = μάζα νετρονίου $= 1,6 \cdot 10^{-27} kg$ και φορτίο πρωτονίου $= 1,6 \cdot 10^{-19} C$.**

**Λύση:**

**α.** Είναι: $R_1 = \dfrac{m\upsilon_1}{qB} = \dfrac{4m_p \cdot \upsilon_1}{2q_p \cdot B} \Rightarrow \upsilon_1 = \dfrac{2R_1 \cdot q_p \cdot B}{4m_p} =$

$= \dfrac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27}} m/s = 2 \cdot 10^4 m/s$

**β.** Επειδή $R_2 = \dfrac{R_1}{4}$ θα είναι και $\upsilon_2 = \dfrac{\upsilon_1}{4}$

Επομένως: $K_2 = \dfrac{1}{2} m\upsilon_2^2 = 8 \cdot 10^{-20} J$

**γ.** $T_1 = \dfrac{2\pi m}{qB} = \dfrac{2\pi 4m_p}{2q_p \cdot B} = 4\pi \cdot 10^{-5} s$ ενώ $T_2 = \dfrac{2\pi m}{qB} = T_1$ επομένως παρατηρούμε ότι η περίοδος της κίνησης δεν μεταβάλλεται.

**δ.** $\Delta K = K_2 - K_1 = \dfrac{1}{2} m\upsilon_2^2 - \dfrac{1}{2} m\upsilon_1^2 = -1,2 \cdot 10^{-18} J$.

Επομένως απώλειες $= |\Delta K| = 1,2 \cdot 10^{-18} J$

# Λύνουμε μόνοι μας

**1.** Δύο θετικά ιόντα Α και Β με μάζες $m_A = 6m_B$ και φορτία $q_A = 3q_B$, εκτοξεύονται με την ίδια ταχύτητα $\upsilon_0$ κάθετα προς τις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης Β. Να υπολογιστούν:

α. ο λόγος των κινητικών τους ενεργειών

β. ο λόγος των ακτίνων των κυκλικών τροχιών που διαγράφουν τα ιόντα μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο

γ. ο λόγος των περιόδων των δύο ιόντων.

.............................................................................................................

.............................................................................................................

.............................................................................................................

.............................................................................................................

.............................................................................................................

.............................................................................................................

.............................................................................................................

**2.** Δύο σωματίδια με μάζες $m_1 = 2 \cdot 10^{-10}\,kg$ και $m_2 = 10^{-10}\,kg$ και φορτία $q_1 = +4 \cdot 10^{-6}\,C$ και $q_2 = +10^{-6}\,C$ εκτοξεύονται ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο με ταχύτητες $\upsilon_1 = 20\,m/s$ και $\upsilon_2 = 40\,m/s$ κάθετα προς τις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $B = 10^{-3}\,T$.

α. Να υπολογίσετε τις ακτίνες των τροχιών των δύο σωματιδίων.

β. Να βρεθεί ο λόγος των περιόδων της κίνησης των δύο σωματιδίων.

γ. Αν το πρώτο σωματίδιο έχει διαγράψει 100 περιστροφές, πόσες θα έχει διαγράψει το δεύτερο σωματίδιο στον ίδιο χρόνο;

.............................................................................................................

.............................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

**3.** **Ένα φορτισμένο σωματίδιο μάζας m και φορτίου $q = +3,2 \cdot 10^{-19}\,C$ εισέρχεται με ταχύτητα $\upsilon_0 = 24 \cdot 10^6\,m/s$ κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $B = 1,2\,T$. Το φορτισμένο σωματίδιο μέσα στο μαγνητικό πεδίο διαγράφει ημικύκλιο ακτίνας $R = 20\,cm$. Να υπολογιστούν:**

**α. η μάζα του σωματιδίου**

**β. ο χρόνος που απαιτείται για το σωματίδιο για να διαγράψει το ημικύκλιο**

**γ. το μέτρο της δύναμης Lorentz**

**δ. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του.**

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

**4.** **Ένα ηλεκτρόνιο μάζας $m = 9 \cdot 10^{-31}\,kg$ έχει ορμή $1,8 \cdot 10^{-23}\,kg \cdot m/s$ όταν μπαίνει σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 0,25\,T$, ενώ το διάνυσμα της ταχύτητάς του σχηματίζει γωνία θ με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Αν το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι κατά απόλυτη τιμή ίσο με $1,6 \cdot 10^{-19}\,C$ και δίνεται ότι $ημθ = 0,8$, τότε:**

α. Να περιγράψετε το είδος της κίνησης του ηλεκτρονίου.
β. Να υπολογίσετε την ακτίνα.
γ. Να υπολογίσετε το βήμα της ελικοειδούς τροχιάς που διαγράφει αυτό.

..................................................................................................................................

..................................................................................................................................

..................................................................................................................................

..................................................................................................................................

..................................................................................................................................

..................................................................................................................................

**5.** Έχουμε δύο όμοια φορτισμένα σωματίδια Α και Β με μάζα $m=10^{-10}kg$ και φορτίο $q=+2\mu C$, τα οποία εκτοξεύονται με ταχύτητα ίδιου μέτρου $\upsilon=2\cdot10^{4}\,m/s$ από το ίδιο σημείο μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,2T$. Το σωματίδιο Α εκτοξεύεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου και το σωματίδιο Β παράλληλα με αυτές.

α. Να υπολογιστεί η δύναμη Lorentz που θα ασκηθεί σε κάθε ένα από τα δύο σωματίδια.
β. Να προσδιοριστεί το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει το κάθε ένα σωματίδιο.
γ. Για το σωματίδιο που θα εκτελέσει κυκλική κίνηση, να υπολογιστεί η ακτίνα και η περίοδος της κυκλικής τροχιάς.
δ. Σε χρόνο $t=4\pi\cdot10^{-2}s$, να υπολογιστεί το πλήθος των περιστροφών που θα εκτελέσει το ένα σωματίδιο και την απόσταση που θα έχει διανύσει το άλλο σωματίδιο.
ε. Να δείξετε ότι και τα δύο σωματίδια θα έχουν διανύσει το ίδιο μήκος τροχιάς.

..................................................................................................................................

..................................................................................................................................

..................................................................................................................................

..................................................................................................................................

..................................................................................................................................

..................................................................................................................................

..................................................................................................................................

**6.** Πρωτόνιο μάζας $1,6\cdot 10^{-27}kg$ και φορτίου $1,6\cdot 10^{-19}C$ αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Το πρωτόνιο επιταχύνεται και μετά από χρόνο $t=1s$ βγαίνει από το ηλεκτρικό πεδίο και μπαίνει σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=10^{-2}T$. Το πρωτόνιο εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς μαγνητικού πεδίου, οπότε διαγράφει ημικυκλική τροχιά ακτίνας $R=1mm$ και εξέρχεται από αυτό.

α. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του πρωτονίου με την οποία εισέρχεται στο ομογενές μαγνητικό πεδίο.

β. Να υπολογιστεί η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που επιταχύνει το πρωτόνιο.

γ. Να υπολογιστεί το διάστημα που διέτρεξε το πρωτόνιο μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

δ. Να υπολογιστεί η μεταβολή στην κινητική ενέργεια του πρωτονίου από την στιγμή της εξόδου του από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο μέχρι την έξοδό του από το ομογενές μαγνητικό πεδίο.

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

**7.** Ένα φορτισμένο σωματίδιο με μάζα $m=10^{-12}kg$ και φορτίο $q=+2\mu C$ κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε χώρο όπου συνυπάρχει ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $E=10^4 N/C$ και ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B_1=0,1T$. Στη συνέχεια οδηγείται σε χώρο που υπάρχει ένα δεύτερο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B_2=0,5T$, μέσα στο οποίο αφού διαγράψει ημικυκλική τροχιά εξέρχεται από αυτό.

α. Να γίνει ένα σχήμα στο οποίο να φαίνεται η πορεία του σωματιδίου μέσα από τα πεδία.

β. Να περιγραφούν τα είδη των κινήσεων που θα εκτελέσει το σωματίδιο.

γ. Να υπολογιστεί η ακτίνα της ημικυκλικής τροχιάς.

δ. Να υπολογιστεί η χρονική διάρκεια της κίνησης του σωματιδίου μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B_2$.

ε. Να υπολογιστεί η απόσταση μεταξύ των δύο σημείων εισόδου και εξόδου από το μαγνητικό πεδίο έντασης $B_2$.

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**8.** Θετικό ιόν με λόγο $q/m = 10^5\ C/kg$ ξεκινά από την ηρεμία και επιταχύνεται από τάση $V = 2000V$. Στη συνέχεια μπαίνει κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $B = 0{,}1T$, όπου η δύναμη που ασκείται πάνω του από το πεδίο το εκτρέπει κατά τρόπο τέτοιο ώστε αφού διανύσει το ένα τέταρτο της περιφέρειας ενός κύκλου να βγει από το ομογενές μαγνητικό πεδίο και να μπει κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης $E = 10^4\ N/C$. Το θετικό ιόν βγαίνοντας από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, που έχει μήκος $L = 20cm$, πέφτει πάνω σε οθόνη που βρίσκεται σε απόσταση $S = 10cm$ από την έξοδο του πεδίου. Να βρεθούν:

α. η ακτίνα του τεταρτοκυκλίου που διέγραψε το ιόν

β. ο χρόνος παραμονής του ιόντος στο ομογενές μαγνητικό πεδίο

γ. ο χρόνος κίνησης του ιόντος στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

δ. η ταχύτητα εξόδου του ιόντος από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

ε. η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων εισόδου και εξόδου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

στ. η συνολική απόκλιση του ιόντος πάνω στην οθόνη.

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

# Ελέγχουμε τη γνώση μας

## Θέμα 1ο

**Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής**

**1.** Ένα φορτισμένο σωματίδιο αφήνεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο χωρίς ταχύτητα οπότε:

**α.** θα κινηθεί κυκλικά
**β.** θα κινηθεί ευθύγραμμα και ομαλά
**γ.** θα παραμείνει ακίνητο
**δ.** θα εκτελέσει ελικοειδή κίνηση

**2.** Η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας και της ορμής για ένα φορτίο που κινείται σε κυκλική τροχιά μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο είναι:

**α.** σταθερή
**β.** μηδέν
**γ.** διπλάσια
**δ.** μηδέν για την ταχύτητα και διπλάσια για την ορμή.

**3.** Δύο σωματίδια $m_1 = m_2$ και $q_1 = q_2$ ρίχνονται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου με $\upsilon_1 > \upsilon_2$. Τότε:

**α.** και τα δύο σωματίδια θα εκτελέσουν κυκλικές τροχιές ίδιων ακτίνων
**β.** τα δύο σωματίδια θα διαγράψουν κύκλους διαφορετικών ακτίνων με $R_1 < R_2$
**γ.** τα σωματίδια θα διαγράψουν κυκλικές τροχιές με την ίδια περίοδο
**δ.** οι περίοδοι των σωματιδίων θα είναι διαφορετικές

**4.** Η δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε κινούμενο φορτίο εξαρτάται από:

**α.** τη μάζα του
**β.** το λόγο $\frac{m}{|q|}$
**γ.** το φορτίο του σωματιδίου
**δ.** κανένα από τα παραπάνω

**5.** Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

**α.** όταν ένα φορτίο κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση μέσα σε μαγνητικό πεδίο τότε η διεύθυνση της ταχύτητας του σχηματίζει γωνία $90^o$ με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου

**β.** δύο φορτία που διαγράφουν μέσα σε μαγνητικό πεδίο κυκλική τροχιά ίσων ακτίνων έχουν οπωσδήποτε ίσες ταχύτητες

**γ.** όταν φορτίο μπει κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου τότε θα κάνει ομαλή κυκλική κίνηση με τον ρόλο της κεντρομόλου να τον έχει η δύναμη Lorentz

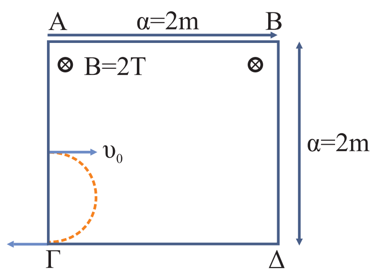
**δ.** όταν ένα φορτίο είναι ακίνητο τότε στο χώρο δεν υπάρχει ούτε μαγνητικό ούτε ηλεκτρικό πεδίο.

*(Μονάδες 5)*

## Θέμα $2^0$

**1.** Να αποδείξετε τη σχέση που δίνει την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς ενός φορτισμένου σωματιδίου $(m,q)$ που εισέρχεται με ταχύτητα υ μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β κάθετα στις δυναμικές του γραμμές όπως επίσης και τη σχέση που δίνει την περίοδο του.

**2.** Για το παρακάτω φορτισμένο σωματίδιο που μπαίνει μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο κάθετα στις δυναμικές γραμμές βρείτε το πρόσημο του φορτίου και την ταχύτητα του φορτίου; (Δίνεται $\frac{m}{|q|}=1$).




**3.** Πρωτόνιο $(m_1,q)$ και σωματίδιο α $(m_2=4m_1, q_2=2q)$ διαγράφουν κυκλικές τροχιές με ακτίνες $R_1$ και $R_2$ μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$.

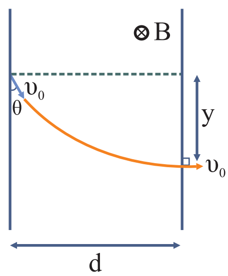
**α.** δείξτε ότι ο λόγος των ακτίνων είναι $\frac{R_1}{R_2}=\frac{1}{2}$ αν τα δύο σωματίδια έχουν ταχύτητα ίδιου μέτρου

**β.** ο λόγος των κινητικών ενεργειών είναι $\frac{K_1}{K_2}=\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$.

*(Μονάδες 25)*

## Θέμα $3^0$

Σωματίδιο με ειδικό φορτίο $\frac{q}{m}=4\cdot10^5\,C/kg$ μπαίνει με ταχύτητα $\upsilon_0$ σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=1T$ κάθετα στις δυναμικές γραμμές του όπως στο σχήμα. Το μαγνητικό πεδίο εκτείνεται σε απόσταση $d=\sqrt{3}\cdot10^{-2}\,m$. Ο χρόνος παραμονής του σωματιδίου μέσα στο πεδίο είναι $t=\frac{1}{12\pi}\cdot10^{-5}\,s$ και βγαίνει κάθετα στο διαχωριστικό όριο. Να βρείτε:

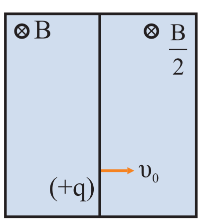



**α.** την περίοδο περιστροφής του σωματιδίου
**β.** την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς
**γ.** τη ταχύτητα $\upsilon_0$ του σωματιδίου
**δ.** την απόκλιση (y) του σωματιδίου.

*(Μονάδες 25)*

## Θέμα $4^0$

Φορτισμένο σωματίδιο μπαίνει κάθετα σε χώρο όπου υπάρχουν δύο ομογενή μαγνητικά πεδία μεγάλης έκτασης όπως στο σχήμα.




**α.** Να σχεδιαστεί η τροχιά του σωματιδίου.
**β.** Να αποδείξετε ότι η κίνηση είναι περιοδική.
**γ.** Να βρείτε την περίοδο και το μήκος της τροχιάς του σωματιδίου σε χρόνο 2 περιόδων.

Δίνονται: $B=1{,}5\pi\,T$, $\frac{m}{q}=2\cdot10^{-8}\frac{kg}{C}$, $\upsilon_0=10^6\,m/s$.

*(Μονάδες 25)*