Κεφάλαιο 3°

Κίνηση φορτίου σε ηλεκτρικό πεδίο

Ο μαθητής που έχει μελετήσει το κεφάλαιο κίνηση φορτίου σε ηλεκτρικό πεδίο πρέπει να γνωρίζει:

- ✓ Πως ορίζεται η ένταση ηλεκτροστατικού πεδίου και με τι ισούται η ένταση πεδίου Coulomb.
- ✓ Τη σχέση έντασης και διαφοράς δυναμικού στο ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο.
- ✓ Η ένταση προστίθεται διανυσματικά σε αντίθεση με το δυναμικό που προστίθεται αλγεβρικά.
- ✓ Η δυναμική ενέργεια φορτίων αναφέρεται σε σύστημα φορτίων και όχι σε ένα μεμονωμένο φορτίο.
- ✓ Η δυναμική ενέργεια μπορεί να είναι θετική, αρνητική ή μηδέν. ($Q \cdot q > 0$ τότε $U > 0$, $Q \cdot q < 0$ τότε $U < 0$ για σύστημα δύο σημειακών ηλεκτρικών φορτίων).
- ✓ Ποια είναι η φυσική σημασία του προσήμου της δυναμικής ενέργειας.
- ✓ Όταν έχουμε σύστημα πολλών ηλεκτρικών σημειακών φορτίων τότε η δυναμική ενέργεια είναι το άθροισμα των δυναμικών ενεργειών όλων των δυνατών ζευγαριών των φορτίων.
- ✓ Πως να εφαρμόζει αρχή διατήρησης ενέργειας για σύστημα φορτίων.
- ✓ Όταν έχουμε κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μπορούμε να εφαρμόζουμε και Θ.Μ.Κ.Ε. (Συνιστάται σε ομογενές Η.Π).
- ✓ Όταν έχουμε δύο απομονωμένα φορτία που μπορούν να κινηθούν μόνο με την επίδραση της μεταξύ τους ασκούμενης δύναμης τότε μπορούμε να εφαρμόσουμε αρχή διατήρησης ορμής.
- ✓ Αν το φορτίο είναι θετικό και αφεθεί σε ομογενές πεδίο τότε η δύναμη έχει την ίδια φορά με την ένταση ενώ αν είναι αρνητικό αντίθετη.

✓ Αν δεν δίνεται το g ή ζητείται τότε θα θεωρούμε τις δυνάμεις βαρύτητας αμελητέες.

✓ Σε κάθε κίνηση ποιες εξισώσεις ισχύουν και πως εφαρμόζονται.

Κίνηση φορτίου σε ηλεκτρικό πεδίο: Τύποι - Βασικές έννοιες

- Δυναμική ενέργεια συστήματος δύο σημειακών φορτίων $U = K_c \frac{Q_1 Q_2}{r}$

- Χωρητικότητα πυκνωτή :

  Ορισμός $C = \frac{Q}{V}$ επίπεδος πυκνωτής $C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{\ell}$ όπου S, ℓ εμβαδόν και απόσταση οπλισμών.

- Ένταση και διαφορά δυναμικού στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο $E = \frac{V}{\ell}$

- Δυναμική ενέργεια αποθηκευμένη στο Ηλεκτρικό πεδίο ενός πυκνωτή

  $U = \frac{1}{2} C V^2$

- Εξισώσεις κίνησης φορτίου που μπαίνει σε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο κάθετα στις δυναμικές γραμμές.

xx΄	yy΄
$F_x = 0$	$F_y = E \cdot q$
$\alpha_x = 0$	$\alpha_y = \frac{E \cdot q}{m}$
$\upsilon_x = \upsilon_0$	$\upsilon_y = \alpha_y \cdot t$
$x = \upsilon_0 \cdot t$	$y = \frac{1}{2} \alpha_y \cdot t^2$

Μαθαίνουμε τις αποδείξεις

ΘΕΩΡΙΑ 1 **Σχέση έργου-μεταβολής δυναμικής ενέργειας.**

Απόδειξη

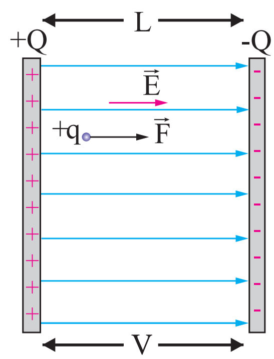
Το έργο που παράγει ένα ηλεκτρικό πεδίο κατά τη μετακίνηση ενός σημειακού φορτίου q από ένα σημείο Α με δυναμικό V_A, σε ένα άλλο σημείο Γ με δυναμικό V_Γ, δίνεται από τη σχέση $W_{A\to\Gamma} = q \cdot V_{A\Gamma} = q \cdot (V_A - V_\Gamma)$

→ Αν $W_{A\to\Gamma} > 0$ τότε το πεδίο παράγει έργο και η δυναμική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται.

→ Αν $W_{A\to\Gamma} < 0$ τότε το πεδίο καταναλώνει έργο και η δυναμική ενέργεια του συστήματος αυξάνεται.

ΘΕΩΡΙΑ 2 **Να αποδείξετε τη σχέση μέτρου έντασης και διαφοράς δυναμικού σε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο.**

Απόδειξη



Έστω ένα δοκιμαστικό φορτίο +q αφήνεται πολύ κοντά στον θετικά φορτισμένο οπλισμό επίπεδου πυκνωτή. Λόγω του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, το φορτίο δέχεται δύναμη $F = E \cdot q \ (1)$ και μετακινείται μέχρι τον αρνητικά φορτισμένο οπλισμό.
Κατά τη μετακίνηση αυτή η δύναμη του πεδίου παράγει έργο $W = F \cdot L \ (2)$.
Από (1) και (2) έχουμε $W = E \cdot q \cdot L \ (3)$.
Το έργο όμως γνωρίζουμε ότι μπορεί να υπολογιστεί από τον τύπο $W = q \cdot V \ (4)$

Επομένως από (3), (4) έχουμε $E \cdot q \cdot L = q \cdot V$, άρα $E = \dfrac{V}{L}$

ΘΕΩΡΙΑ 3 Δυναμική ενέργεια συστήματος φορτίων

Απόδειξη

Σχηματισμός - Διάλυση συστήματος φορτίων

Όταν δυο ή περισσότερα φορτία είναι τοποθετημένα σε τέτοιες θέσεις ώστε να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, αποτελούν ένα **σύστημα**.

Για να υπολογίσουμε την ενέργεια που απαιτείται για το σχηματισμό (κατασκευή) του συστήματος ή για τη διάλυση (καταστροφή) του συστήματος θα χρησιμοποιούμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας, δηλ:

$$E_{αρχ,συστ} + E_{προσφ} = E_{τελ,συστ}$$

Υπολογισμός δυναμικής ενέργειας συστήματος φορτίων

Η δυναμική ενέργεια ενός συστήματος φορτίων είναι ίση με το έργο που απαιτείται για τη μεταφορά των φορτίων από πολύ μεγάλη απόσταση μέχρι να τοποθετηθούν στη θέση τους. Αυτή υπολογίζεται με δύο τρόπους:

1ος τρόπος: υπολογίζουμε τη δυναμική ενέργεια αλληλεπίδρασης όλων των φορτίων ανά δύο. Προσθέτοντας τις επιμέρους δυναμικές ενέργειες βρίσκουμε την ολική δυναμική ενέργεια του συστήματος.

2ος τρόπος: μεταφέρουμε ένα-ένα τα φορτία στις θέσεις τους και υπολογίζουμε το έργο που απαιτείται κάθε φορά που φέρνουμε ένα φορτίο. Προσθέτουμε τα επιμέρους έργα και το συνολικό έργο είναι ίσο με τη δυναμική ενέργεια του συστήματος.

Παράδειγμα

Τρία όμοια φορτία Q βρίσκονται στις τρεις κορυφές ισόπλευρου τριγώνου πλευράς α. Να υπολογιστεί:

α. η δυναμική ενέργεια του συστήματος,

β. η ενέργεια που απαιτείται για τη δημιουργία του συστήματος των τριών φορτίων.

Απάντηση

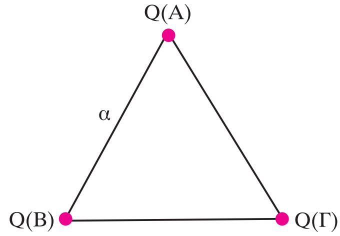
α. 1ος τρόπος

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$U_{Συστ} = U_{Α,Β} + U_{Β,Γ} + U_{Γ,Α}$$

$$U_{Συστ.} = k\frac{Q_A Q_B}{α} + k\frac{Q_B Q_Γ}{α} + k\frac{Q_Γ Q_A}{α} \Rightarrow$$

$$U_{Συστ.} = 3k\frac{Q^2}{α}.$$



2ος τρόπος

Το πρώτο φορτίο Q μπορεί να μεταφερθεί στο Α χωρίς δαπάνη έργου. Στη συνέχεια μεταφέρουμε το δεύτερο φορτίο Q στο σημείο Β προσφέροντας ενέργεια: $W_1 = -W_{\infty \to B} = W_{B \to \infty} = Q.k\dfrac{Q}{\alpha} = k\dfrac{Q^2}{\alpha}$

Μεταφέρουμε το τρίτο φορτίο Q στο Γ.

$W_2 = -W_{\infty \to \Gamma} = W_{\Gamma \to \infty} = Q \cdot V_\Gamma$.

Όμως $V_\Gamma = V_A + V_B = k\dfrac{Q}{\alpha} + k\dfrac{Q}{\alpha} = 2k\dfrac{Q}{\alpha}$. Άρα: $W_2 = -W_{\infty \to \Gamma} = 2k\dfrac{Q^2}{\alpha}$.

Το συνολικό έργο είναι: $W = W_1 + W_2 = k\dfrac{Q^2}{\alpha} + 2k\dfrac{Q^2}{\alpha} = 3k\dfrac{Q^2}{\alpha}$

Συνεπώς η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι: $U_{\Sigma\upsilon\sigma\tau.} = 3k\dfrac{Q^2}{\alpha}$.

Σημείωση: Η δυναμική ενέργεια που υπολογίσαμε ανήκει στο σύστημα των φορτίων.

β. $E_{\alpha\rho\chi,\sigma\upsilon\sigma\tau} + E_{\pi\rho o\sigma\varphi} = E_{\tau\varepsilon\lambda,\sigma\upsilon\sigma\tau} \Rightarrow U_{\sigma\upsilon\sigma\tau,\infty} + E_{\pi\rho o\sigma\varphi} = U_{\sigma\upsilon\sigma\tau} \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 + E_{\pi\rho o\sigma\varphi} = 3k\dfrac{Q^2}{\alpha} \Rightarrow E_{\pi\rho o\sigma\varphi} = 3k\dfrac{Q^2}{\alpha}$

ΘΕΩΡΙΑ 4 **Κίνηση σημειακού ηλεκτρικού φορτίου σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.**

i. Παράλληλα στις δυναμικές γραμμές

Εξισώσεις κίνησης: $\boldsymbol{\alpha = \dfrac{E \cdot q}{m}}$, $\boldsymbol{\upsilon = \upsilon_0 \pm \alpha \cdot t}$,

$$\boldsymbol{y = \upsilon_0 \cdot t \pm \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2}$$

ii. Κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου

Απόδειξη

ii. Σωματίδιο με μάζα m και φορτίο +q επιταχύνεται από ηλεκτρικό πεδίο τάσης V_0 και αποκτά ταχύτητα υ_0. Στην συνέχεια εισέρχεται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο κάθετα στις δυναμικές του γραμμές. Το πεδίο αυτό δημιουργείται από δύο οριζόντιες μεταλλικές πλάκες μήκους L. Η απόσταση ανάμεσα στις πλάκες είναι d και μεταξύ τους υπάρχει διαφορά δυναμικού V.

α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα $υ_0$ που αποκτά αρχικά το σωματίδιο.

β. Να περιγράψετε την κίνηση του σωματιδίου μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης και να υπολογίσετε την επιτάχυνσή του.

γ. Να υπολογίσετε τον ολικό χρόνο κίνησης του σωματιδίου στο πεδίο.

δ. Να βρείτε την εξίσωση της τροχιάς της κίνησης του.

ε. Να βρείτε την κατακόρυφη απόκλιση ανάμεσα στα σημεία εισόδου - εξόδου.

στ. Να υπολογιστεί η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα σημεία εισόδου - εξόδου.

ζ. Να υπολογιστεί η απόσταση S ανάμεσα στα σημεία εισόδου εξόδου.

η. Να βρεθεί η διεύθυνση της ταχύτητας κατά την έξοδό της από το πεδίο.

θ. Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας εξόδου από το πεδίο από το πεδίο εάν:

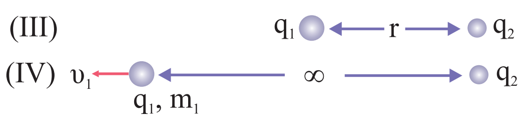
i. είναι γνωστός ο ολικός χρόνος κίνησης,

ii. είναι γνωστή η κάθετη απόκλιση $y_{ολ}$ και

iii. είναι γνωστή η διαφορά δυναμικού $V_{y,ολ}$ για αυτή την απόκλιση.

ι. Να υπολογιστεί το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου από τη στιγμή της εισόδου του στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο μέχρι τη στιγμή της εξόδου του από αυτό.

Θεωρούμε αμελητέο το βάρος του σωματιδίου.



Απάντηση:

α. Εφαρμόζω ΘΜΚΕ για την κίνηση του σωματιδίου στο αρχικό πεδίο.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = qV_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mυ_0^2 - 0 = qV_0 \Rightarrow υ_0 = \sqrt{\frac{2qV_0}{m}}$$

β. Στο σωματίδιο ασκείται μια ηλεκτρική δύναμη παράλληλη στις δυναμικές γραμμές με φορά προς τα πάνω. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων αναλύω την κίνηση σε δύο ανεξάρτητες μεταξύ τους κινήσεις. Μια ευθύγραμμη ομαλή στον άξονα x΄x με ταχύτητα $υ_0$ και μια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη στον y΄y χωρίς αρχική ταχύτητα

xx΄	yy΄
$F_x = 0$	$F_y = E \cdot \lvert q \rvert$
$\alpha_x = 0$	$\alpha_y = \dfrac{E \cdot \lvert q \rvert}{m} = \dfrac{qV}{md}$
$\upsilon_x = \upsilon_0$	$\upsilon_y = \alpha_y \cdot t \; (3)$
$x = \upsilon_0 \cdot t \; (2)$	$y = \dfrac{1}{2}\alpha_y \cdot t^2 \; (1)$

γ. Μόλις βγει από το πεδίο στον x΄x έχει διανύσει απόσταση $x = L$.

Συνεπώς από $(2) \Rightarrow L = \upsilon_0 \cdot t_{ολ} \Rightarrow t_{ολ} = \dfrac{L}{\upsilon_0} \; (4)$

δ. Εξίσωση τροχιάς είναι μια εξίσωση που συνδέει τις απομακρύνσεις x και y. Προκύπτει από τις σχέσεις (2) και (1) με απαλοιφή χρόνου.

$$(2) \Rightarrow t = \frac{x}{\upsilon_0} \text{ και τότε από } (1) \Rightarrow y = \frac{1}{2}\alpha\frac{x^2}{\upsilon_0^2} \Rightarrow y = \frac{\alpha}{2\upsilon_0^2}x^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}\cdot\frac{qV}{md}\cdot\frac{x^2}{\upsilon_0^2}$$

ε. Από τις σχέσεις (1) και (4) για $t = t_{ολ} = \dfrac{L}{\upsilon_0}$ έχουμε:

$$y_{ολ} = \frac{1}{2}\alpha \cdot {t_{ολ}}^2 \Rightarrow y_{ολ} = \frac{1}{2}\cdot\frac{qV}{md}\cdot\frac{L^2}{\upsilon_0^2} \quad (5)$$ ή από την (5) για

$$x = L \Rightarrow y_{ολ} = \frac{1}{2}\cdot\frac{qV}{md}\cdot\frac{L^2}{\upsilon_0^2}$$

στ. $E = \dfrac{V_{y_{ολ}}}{y_{ολ}} \Rightarrow V_{y,ολ} = E \cdot y_{ολ}$ και με τη βοήθεια της σχέσης (5) $\Rightarrow$

$$V_{y,ολ} = \frac{V}{d}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{qV}{md}\cdot\frac{L^2}{\upsilon_0^2} \Rightarrow V_{y,ολ} = \frac{qV^2L^2}{2md^2\upsilon_0^2} \quad (6)$$

ζ. Απόσταση S είναι η ευθεία που ενώνει το σημείο εισόδου Ο με το σημείο εξόδου Α. Επειδή το τρίγωνο που σχηματίζεται είναι ορθογώνιο ισχύει:

$$S^2 = L^2 + y_{ολ}^2 \Rightarrow S\sqrt{L^2 + y_{ολ}^2} \text{ και λόγω (5) } S = \sqrt{L^2 + \frac{q^2V^2L^4}{4m^2d^2\upsilon_0^4}}.$$

η. Στο σημείο εξόδου $\upsilon_x = \upsilon_0$ και $\upsilon_y = \alpha \cdot t_{ολ} \Rightarrow \upsilon_y = \frac{qV}{md} \cdot \frac{L}{\upsilon_0}$.

Άρα για τη διεύθυνση της ταχύτητας εξόδου θα έχουμε:

$$εφθ = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} \Rightarrow εφθ = \frac{\frac{qVL}{md\upsilon_0}}{\upsilon_0} \Rightarrow εφθ = \frac{qVL}{md\upsilon_0^2}.$$

θ. i. $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} \Rightarrow \sqrt{\upsilon_0^2 + \alpha^2 t_{ολ}^2} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{q^2V^2}{m^2d^2} \cdot \frac{L^2}{\upsilon_0^2}}$.

ii. Εφαρμόζω ΘΜΚΕ για την κίνηση του φορτίου ανάμεσα στα σημεία εισόδου - εξόδου.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = F \cdot y_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = qEy_{ολ} \Rightarrow$$

$$m\upsilon^2 - m\upsilon_0^2 = 2q\frac{V}{d}y_{ολ} \Rightarrow \upsilon^2 - \upsilon_0^2 = 2\frac{qV}{md}y_{ολ} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{2qV}{md}y_{ολ}}$$

iii. Εφαρμόζω ΘΜΚΕ για την κίνηση του φορτίου ανάμεσα στα σημεία εισόδου - εξόδου.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = q \cdot V_{y_{ολ}}$$

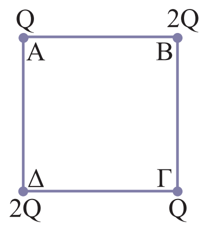
$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = qV_{y,ολ} \Rightarrow m\upsilon^2 - m\upsilon_0^2 = 2qV_{y,ολ} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon^2 - \upsilon_0^2 = \frac{2qV_{y,ολ}}{m} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{2qV_{y,ολ}}{m}}$$

ι. Ισχύει $F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Rightarrow \Delta P = F\Delta t \Rightarrow \Delta P = qE\frac{L}{\upsilon_0} \Rightarrow \Delta P = q\frac{V}{d}\frac{L}{\upsilon_0}$

Λύνουμε περισσότερες ασκήσεις

1. Στις κορυφές ΑΒΓΔ τετραγώνου πλευράς $\alpha = 0,36\text{cm}$ βρίσκονται αντίστοιχα τοποθετημένα τα φορτία Q, 2Q, Q και 2Q με $Q = 2\mu C$.



α. Υπολογίστε τη συνολική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τεσσάρων φορτίων.

β. Αφήνουμε το φορτίο Q της κορυφής Γ ελεύθερο να κινηθεί. Αν η μάζα του είναι $m = 2g$, υπολογίστε τη μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει.

Δίνεται: $K_c = 9\cdot 10^9$ (στο SI). Βαρυτικά πεδία αμελητέα.

Λύση:

α. Είναι $AB = B\Gamma = \Gamma\Delta = \Delta A = 3,6\cdot 10^{-3}\text{m}$ ενώ $A\Gamma = B\Delta = \alpha\sqrt{2} = 3,6\cdot\sqrt{2}\cdot 10^{-3}\,\text{m}$.
Η συνολική δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$U = 4\cdot K_c\frac{Q\cdot 2Q}{\alpha} + K_c\frac{Q^2}{\alpha\sqrt{2}} + K_c\frac{4Q^2}{\alpha\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow U = \frac{8K_cQ^2}{\alpha} + \frac{5K_cQ^2}{\alpha\sqrt{2}} = \frac{K_cQ^2}{\alpha}\cdot\left(8+\frac{5}{\sqrt{2}}\right) = \frac{9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-12}}{3,6\cdot 10^{-3}}\cdot\left(8+\frac{5}{\sqrt{2}}\right)\text{J}$$

$$= 10\cdot\left(8+\frac{5}{\sqrt{2}}\right)\text{J}$$

β. Το φορτίο θα αποκτήσει μέγιστη ταχύτητα στο άπειρο, όπου όλη η αρχική δυναμική του ενέργεια θα έχει μετατραπεί σε κινητική.

$$\text{Α.Δ.Ε:}\quad U_{\alpha\rho\chi}^{(\Gamma)} = K_{\tau\varepsilon\lambda}^{(\infty)} \Rightarrow K_c\frac{2Q^2}{\alpha} + K_c\frac{2Q^2}{\alpha} + K_c\frac{2Q^2}{\alpha\sqrt{2}} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow$$

$$\upsilon^2 = \frac{2K_cQ^2}{m\alpha}\cdot\left(4+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow \upsilon = 100\sqrt{4+\sqrt{2}/2}\,\text{m/s} \simeq 217\text{m/s}$$

2. **Ένα σύστημα αποτελείται από ένα ακλόνητο φορτίο $Q = 20\mu C$ και ένα φορτίο $q = 1\mu C$ μάζας $m = 4g$ το οποίο μπορεί να κινηθεί. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι $U = 3{,}6\,J$.**

α. Υπολογίστε την απόσταση των δύο φορτίων.

β. Αφήνουμε το q ελεύθερο να κινηθεί. Περιγράψτε το είδος της κίνησής του και βρείτε την ταχύτητα του όταν η απόσταση των φορτίων διπλασιαστεί.

γ. Να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα του φορτίου q.

Δίνεται: $K_c = 9\cdot 10^9$ (στο SI)

Λύση:

α. Είναι $U = K_c\dfrac{Qq}{r} \Rightarrow r = \dfrac{K_cQq}{U} = \dfrac{9\cdot 10^9\cdot 20\cdot 10^{-6}\cdot 10^{-6}}{3{,}6}m = 5\cdot 10^{-2}m$

β. Το φορτίο q απομακρυνόμενο θα απωθείται με διαρκώς μικρότερη δύναμη Coulomb. Η κίνησή του θα είναι επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που συνεχώς μειώνεται. Η ταχύτητά του θα αυξάνεται με όλο και πιο αργό ρυθμό, και τελικά θα αποκτήσει (σε άπειρη απόσταση) σταθερή τιμή.

ΑΔΕ από r έως 2r: $E_{APX} = E_{TE\Lambda} \Rightarrow U_{APX} = U_{TE\Lambda} + \dfrac{1}{2}m\upsilon^2$

$$\Rightarrow K_c\frac{Qq}{r} = K_c\frac{Qq}{2r} + \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{K_cQq}{mr}} = 30m/s$$

γ. Η ταχύτητα γίνεται μέγιστη σε άπειρη απόσταση. ΑΔΕ από r μέχρι το άπειρο:

$$E_{APX} = E_{TE\Lambda} \Rightarrow \frac{K_cQq}{r} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{2K_cQq}{mr}} = 30\sqrt{2}\,m/s$$

3. **Δύο φορτία $q_1 = 10^{-9}C$ και $q_2 = 4\cdot 10^{-9}C$ συγκρατούνται ακίνητα σε τέτοιες θέσεις ώστε η μεταξύ τους απόσταση να είναι $r = 20cm$. Αν το q_1 παραμείνει ακίνητο και το q_2 αφεθεί ελεύθερο να κινηθεί, θα φτάσει στο άπειρο με ταχύτητα $\upsilon_2 = 2\cdot 10^{-2}m/s$. Αν αφηνόταν το q_1 ελεύθερο συγκρατώντας το q_2, αυτό θα έφτανε στο άπειρο με $\upsilon_1 = 6\cdot 10^{-2}m/s$. Τέλος κάνοντας το ίδιο πείραμα αφήνουμε και τα δύο ελεύθερα να κινηθούν ώστε να φτάσουν στο άπειρο.**

α. Ποια η αρχική δυναμική ενέργεια του συστήματος;

β. Ποιες οι μάζες m_1, m_2;

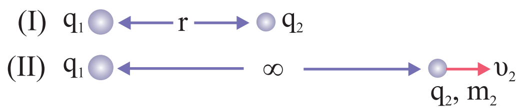
γ. Ποιες ταχύτητες αποκτούν όταν αφήνονται και τα δύο φορτία ελεύθερα;

Λύση:

α. Η αρχική δυναμική ενέργεια είναι:

$$U = K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-9} \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-1}} J \Rightarrow U = 18 \cdot 10^{-8} J$$

β.1.

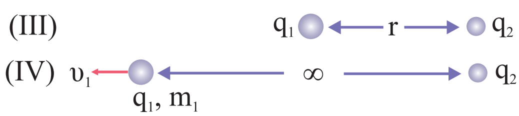


Με διατήρηση ενέργειας ανάμεσα στις θέσεις Ι και ΙΙ παίρνω

$$E_I = E_{II} \Rightarrow K_c \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = \frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^{\,2} \Rightarrow m_2 = \frac{2K_c q_1 \cdot q_2}{\upsilon_2^{\,2} \cdot r} \Rightarrow$$

$$m_2 = \frac{36 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 10^{-4}} kg = 9 \cdot 10^{-4} kg \,.$$

β.2.



Ομοίως με διατήρηση ενέργειας ανάμεσα στις θέσεις ΙΙΙ και ΙV έχω

$$E_{III} = E_{IV} \Rightarrow K_c \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = \frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1^{\,2} \Rightarrow$$

$$m_1 = \frac{2K_c q_1 \cdot q_2}{\upsilon_1^{\,2} \cdot r} = \frac{2 \cdot 18 \cdot 10^{-8}}{\left(6 \cdot 10^{-2}\right)^2} kg = \frac{36 \cdot 10^{-8}}{36 \cdot 10^{-4}} kg \Rightarrow m_1 = 10^{-4} kg$$

γ. Τώρα που κινούνται και τα δύο εφαρμόζω αρχές διατήρησης ενέργειας και διατήρησης ορμής. (Δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις στο σύστημα).

Α.Δ.Ο: $\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ} \Rightarrow 0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 \Rightarrow$

$$\upsilon_1 = \frac{m_2}{m_1}\cdot\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 = 9\cdot\upsilon_2 \qquad (1)$$

$$\text{Α.Δ.Ε:}\ \ E_{αρχ} = E_{τελ} \Rightarrow K_c\frac{q_1\cdot q_2}{r} = \frac{1}{2}m_1\cdot\upsilon_1^{\,2} + \frac{1}{2}m_2\cdot\upsilon_2^{\,2} \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$K_c\frac{q_1\cdot q_2}{r} = \frac{1}{2}m_1\cdot 81\upsilon_2^{\,2} + \frac{1}{2}m_2\cdot\upsilon_2^{\,2}$$

και επειδή $m_1 = \frac{m_2}{9} \Rightarrow K_c\frac{q_1\cdot q_2}{r} = \frac{1}{2}m_2\cdot 9\upsilon_2^{\,2} + \frac{1}{2}m_2\cdot\upsilon_2^{\,2} \Rightarrow$

$$K_c\frac{q_1\cdot q_2}{r} = 5m_2\cdot\upsilon_2^{\,2} \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{\frac{1}{5m_2}\cdot\frac{K_c\cdot q_1\cdot q_2}{r}} \Rightarrow$$

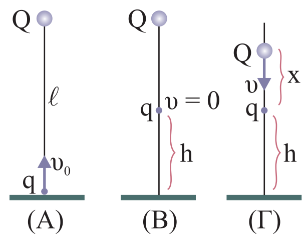
$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{9\cdot 10^9\cdot 4\cdot 10^{-18}}{5\cdot 9\cdot 10^{-4}\cdot 2\cdot 10^{-1}}}\,m/s = \sqrt{0,4}\cdot 10^{-2}\,m/s$$

και από την (1): $\upsilon_1 = 9\sqrt{0,4}\cdot 10^{-2}\,m/s$

4. **Σε ύψος $\ell = 8m$ βρίσκεται ακλόνητα τοποθετημένο ένα φορτίο $Q = 2\mu C$ μάζας $M = 200g$. Στην ίδια κατεύθυνση με το Q εκτοξεύουμε από το έδαφος κατακόρυφα ένα δεύτερο φορτίο $q = 1mC$ μάζας $m = 20g$ με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 5m/s$.**

α. Βρείτε το μέγιστο ύψος h στο οποίο θα φτάσει το φορτίο q.

β. Τη στιγμή που το q βρίσκεται στο μέγιστο ύψος της τροχιάς του το ακινητοποιούμε και ταυτόχρονα αφήνουμε ελεύθερο το Q να κινηθεί. Να υπολογίσετε την μέγιστη ταχύτητα του.



Δίνονται: $g = 10m/s^2$ και $K_c = 9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot m^2}{C^2}$

Λύση:

α. Τη στιγμή που το q βρίσκεται στο μέγιστο ύψος της τροχιάς του, θα είναι στιγμιαία ακίνητο (φάση Β). ΑΔΕ για το q από (Α) σε (Β) :

$$U_{ΗΛ,Α}+K_Α=U_{ΗΛ,Β}+U_{ΒΑΡ,Β}\Rightarrow K_c\frac{Qq}{\ell}+\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=K_c\frac{Qq}{\ell-h}+mgh \text{ με } h<\ell$$

$$\Rightarrow\frac{9\cdot10^9\cdot2\cdot10^{-6}\cdot10^{-3}}{8}+\frac{1}{2}\cdot20\cdot10^{-3}\cdot25=\frac{18}{8-h}+0,2h \text{ (h σε m)}$$

$$\Rightarrow 2h^2-41h+20=0\Rightarrow h=\begin{cases}20\text{m απορρ. γιατί } 20\,\text{m}>\ell=8\text{m}\\0,5\text{m δεκτή}\end{cases}$$

β. Στη φάση (Β) το Q δέχεται από το q απωστική δύναμη

$F_{ΗΛ}=K_c\frac{Q\cdot q}{(\ell-h)^2}=\frac{18}{7,5^2}\text{N}$ ενώ το βάρος του είναι $B=Mg=2N$. Προφανώς

$B>F_{ΗΛ}$ επομένως αφήνοντας το Q ελεύθερο, αυτό θα κινηθεί προς τα κάτω. Η ταχύτητά του θα γίνει μέγιστη τη στιγμή που θα απέχει από το q απόσταση x τέτοια ώστε $F_{ΗΛ}=B$ (φάση Γ) άρα: $K_c\frac{Qq}{x^2}=Mg\Rightarrow x=\sqrt{\frac{K_cQq}{Mg}}=3\text{m}$

ΑΔΕ για το Q από το (Β) σε (Γ): $U_{ΗΛ,Β}+U_{ΒΑΡ,Β}=U_{ΗΛ,Γ}+U_{ΒΑΡ,Γ}+K_Γ\Rightarrow$

$$\Rightarrow K_c\frac{Qq}{\ell-h}+Mg\ell=K_c\frac{Qq}{x}+Mg(h+x)+\frac{1}{2}M\upsilon_{max}^2$$

$$\Rightarrow\frac{18}{7,5}+16=6+2\cdot3,5+0,1\upsilon^2\Rightarrow5,4=0,1\upsilon^2\Rightarrow\upsilon=\sqrt{54}\,\text{m/s}=3\sqrt{6}\,\text{m/s}$$

5. Στη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης 30^o βρίσκεται ακλόνητα τοποθετημένο ένα φορτίο $Q=2\cdot10^{-4}C$. Από ένα σημείο του επιπέδου το οποίο βρίσκεται σε ύψος $h=6m$ εκτοξεύουμε προς το Q ένα φορτίο $q=10^{-4}C$ μάζας $m=50g$ με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0=40\,m/s$. Να υπολογιστεί η μέγιστη και η ελάχιστη απόσταση των δύο φορτίων. Δίνονται $g=10\,m/s^2$ και $K_c=9\cdot10^9$ (SI).

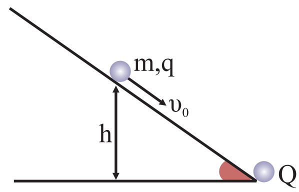
Λύση:

Είτε τα φορτία βρίσκονται σε ελάχιστη είτε σε μέγιστη απόσταση, το q θα είναι στιγμιαία ακίνητο. Θα εφαρμόσουμε ΑΔΕ για το q από το αρχικό σημείο του σχήματος μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του, σε απόσταση r από το Q.

Παρατηρείστε ότι η αρχική απόσταση των φορτίων είναι 2h γιατί $\varphi = 30^o$.

$$K_{APX} + U_{BAP}^{APX} + U_{H\Lambda}^{APX} = U_{BAP}^{TE\Lambda} + U_{H\Lambda}^{TE\Lambda} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + \frac{K_c Qq}{2h} + mgh = mg\frac{r}{2} + \frac{K_c Qq}{r}$$



$$\Rightarrow 40 + 15 + 3 = \frac{r}{4} + \frac{180}{r} \quad (\text{r σε m})$$

$$\Rightarrow r^2 - 232r + 720 = 0 \Rightarrow r = \begin{cases} 228{,}85m \\ 3{,}15m \end{cases}$$

Επομένως $r_{min} = 3{,}15\,m$ και $r_{max} = 228{,}85\,m$.

6. Ανάμεσα σε δύο αντίθετα φορτισμένες πλάκες που απέχουν απόσταση $d = 10cm$ και η διαφορά δυναμικού τους είναι $V = 100\,Volt$, τοποθετώ χωρίς αρχική ταχύτητα φορτίο $q = 5\mu C$ σε σημείο Α πολύ κοντά στη θετική πλάκα.

Α. Πόση επιτάχυνση θα αποκτήσει;

Β. Σε πόσο χρόνο θα συναντήσει την αρνητική πλάκα;

Γ. Το ίδιο φορτίο εισέρχεται από μικρή οπή της αρνητικής πλάκας με ταχύτητα υ_0 παράλληλη στις δυναμικές γραμμές.

α. Ποια η υ_0 ώστε μόλις να φτάσει στη θετική;

β. με τι ταχύτητα επιστρέφει στο σημείο εισόδου;

Δίνεται: $m = 10^{-11}kg$.

Λύση:

Α. Η ένταση του Ο.Η.Π. που δημιουργείται ανάμεσα στις πλάκες ισούται με:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{10^2}{10^{-1}}\frac{V}{m} \text{ ή } E = 10^3 V/m$$

Η επιτάχυνση που αποκτά το φορτίο σ'αυτό το πεδίο ισούται με

$$\alpha = \frac{F}{m} = \frac{q \cdot E}{m} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{10^{-11}} \cdot 10^3 m/s^2 \Rightarrow \alpha = 5 \cdot 10^8 m/s^2$$

Παρατηρούμε πως $\alpha \gg g$ γι'αυτό και το βαρυτικό πεδίο αγνοείται.

Β. Η κίνησή του είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα.

$$d=\frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2d}{\alpha}}=\sqrt{\frac{2\cdot 10^{-1}}{5\cdot 10^{8}}}s=\sqrt{4\cdot 10^{-10}}s \Rightarrow t=2\cdot 10^{-5}s$$

Γ. Η κίνηση τώρα είναι ομαλά επιβραδυνόμενη γιατί ταχύτητα και δύναμη έχουν αντίθετες φορές.

α. $\upsilon=\upsilon_0-\alpha t \Rightarrow 0=\upsilon_0-\alpha t \Rightarrow \upsilon_0=\alpha t \Rightarrow t=\frac{\upsilon_0}{\alpha}$

$$d=\upsilon_0\cdot t-\frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow d=\frac{\upsilon_0^2}{\alpha}-\frac{\upsilon_0^2}{2\alpha}\Rightarrow$$

$$d=\frac{\upsilon_0^2}{2\alpha}\Rightarrow \upsilon_0=\sqrt{2\cdot\alpha\cdot d}\Rightarrow \upsilon_0=\sqrt{2\cdot 5\cdot 10^8\cdot 10^{-1}}m/s=10^4 m/s$$

ενώ ο χρόνος είναι $t=\frac{\upsilon_0}{\alpha}=\frac{10^4}{5\cdot 10^8}s=2\cdot 10^{-5}s$.

β. Για να επιστρέψει πρέπει η συνολική του μετατόπιση να είναι μηδέν:

$$y=0\Rightarrow \upsilon_0\cdot t-\frac{1}{2}\alpha t^2=0\Rightarrow t=\frac{2\upsilon_0}{\alpha}$$

$\upsilon=\upsilon_0-\alpha t\Rightarrow \upsilon=-\upsilon_0$ δηλαδή κατά μέτρο ίση με την αρχική αλλά αντίθετης φοράς (αποδεικνύεται και με τη διατήρηση ενέργειας).

7. Ηλεκτρόνιο με $|q|=1,6\cdot 10^{-19}C$ και $m=9\cdot 10^{-31}kg$ εισέρχεται σε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο παράλληλα προς τους οπλισμούς πυκνωτή μήκους $L=10cm$ και έντασης $E=10^4\frac{N}{C}$. Σε απόσταση $S=10cm$ υπάρχει φθορίζουσα οθόνη. Το ηλεκτρόνιο εισέρχεται με ταχύτητα υ_0 και εξέρχεται με ταχύτητα $\upsilon_0\sqrt{2}$. Μετά την κίνησή του στον πυκνωτή συνεχίζει και πέφτει στο σημείο Δ της οθόνης. Να υπολογίσετε:

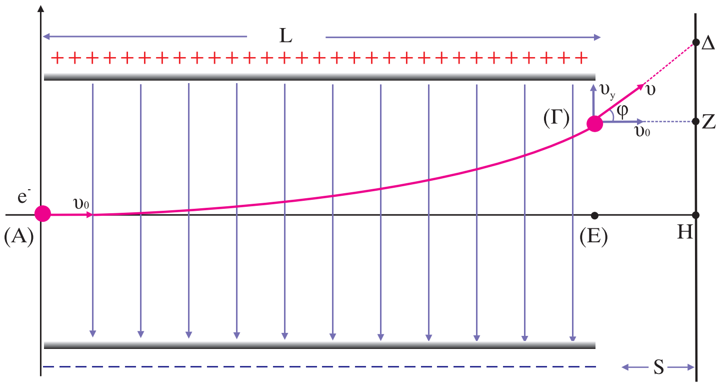
α. την διαφορά δυναμικού ΓΑ

β. την μεταβολή της κινητικής ενέργειας ανάμεσα στα σημεία Α, Γ

γ. το μέτρο της μεταβολής της ορμής ΔP ανάμεσα στα σημεία Α, Γ και τον ρυθμό μεταβολής της ορμής

δ. την εκτροπή ΗΔ του ηλεκτρονίου.

Λύση:



Μέσα στο ομογενές Η.Π. το ηλεκτρόνιο διαγράφει σύνθετη κίνηση. Εξισώσεις κίνησης:

xx΄	yy΄
$F_x = 0$	$F_y = E \cdot \lvert q \rvert$
$\alpha_x = 0$	$\alpha_y = \dfrac{E \cdot \lvert q \rvert}{m}$
$\upsilon_x = \upsilon_0$	$\upsilon_y = \alpha_y \cdot t$
$x = \upsilon_0 \cdot t$	$y = \dfrac{1}{2}\alpha_y \cdot t^2$

α. Επειδή $\upsilon = \upsilon_0\sqrt{2}$ το $\sigma\upsilon\nu\varphi = \dfrac{\upsilon_0}{\upsilon} = \dfrac{\upsilon_0}{\upsilon_0\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Άρα $\varphi = 45^o$. Όταν εξέλθει

από το Η.Π. τότε: $\left.\begin{array}{l} x = L \\ x = \upsilon_0 t \end{array}\right\} t = \dfrac{L}{\upsilon_0}$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Όμως } \varepsilon\varphi 45^o = \dfrac{\upsilon_y}{\upsilon_0} = \dfrac{\dfrac{E\lvert q\rvert}{m}\cdot t}{\upsilon_0} = \dfrac{E\lvert q\rvert L}{m\upsilon_0{}^2} \\ \varepsilon\varphi 45^o = 1 \end{array}\right\} \dfrac{E\lvert q\rvert L}{m\upsilon_0{}^2} = 1 \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{\dfrac{E\lvert q\rvert L}{m}} = \dfrac{4}{3}\cdot 10^7\, m/s$$

Άρα $t=\frac{L}{\upsilon_0}=\frac{3}{4}\cdot 10^{-8}s$ και $\Gamma E=\frac{1}{2}\alpha_y t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{E|q|}{m}\cdot t^2=0{,}05m$.

Επειδή το πεδίο είναι ομογενές Η.Π. και συντηρητικό $V_{\Gamma A}=V_{\Gamma E}$ (αφού $V_{AE}=0$) $E=\frac{V_{\Gamma E}}{\Gamma E}=\frac{V_{\Gamma A}}{\Gamma E}\Rightarrow V_{\Gamma A}=E\cdot\Gamma E=500V$

β. Εφαρμόζω Θ.Μ.Κ.Ε $A\to\Gamma$: $K_{τελ}-K_{αρχ}=W_{ολ}\Rightarrow$

$\Delta K=q\cdot V_{A\Gamma}\Rightarrow\Delta K=\left(-1{,}6\cdot 10^{-19}C\right)\cdot\left(-500V\right)\Rightarrow\ \Delta K=8\cdot 10^{-17}J$

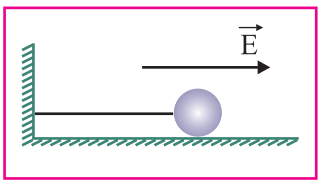
γ. Από τον 2ο νόμο Νεύτωνα $\left.\begin{array}{l}F=\frac{\Delta P}{\Delta t}\\ F=E\cdot|q|\end{array}\right\}\ \frac{\Delta P}{\Delta t}=E\cdot|q|=1{,}6\cdot 10^{-15}N$

ενώ $\Delta P=E\cdot|q|\cdot\Delta t=1{,}6\cdot 10^{-15}N\cdot\frac{3}{4}\cdot 10^{-8}s=1{,}2\cdot 10^{-23}N\cdot s$

δ. Επειδή το τρίγωνο ΓΔΖ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές $\Delta Z=\Gamma Z=S=10cm$.

Το $ZH=\Gamma E=5cm$ άρα $H\Delta=ZH+\Delta Z=15cm$.

8. **Σώμα μάζας $m=20kg$ και φορτίου 10μC βρίσκεται δεμένο στην ελεύθερη άκρη νήματος με όριο θραύσης $T_{ορ}=10^2N$, η άλλη άκρη του οποίου είναι δεμένη σε κατακόρυφο τοίχο όπως δείχνει το σχήμα. Στο χώρο υπάρχει οριζόντιο Η.Π. παράλληλο προς το νήμα με τιμή**



$$E=\begin{cases}10^7 t(S.I.) & 0\le t\le 2s\\ 2\cdot 10^7 N/C & t>2s\end{cases}$$

α. Πότε κόβεται το νήμα;

β. Να παραστήσετε γραφικά την επιτάχυνση σε συνάρτηση με τον χρόνο στο διάστημα $0\le t\le 4s$

γ. Πόση ταχύτητα αποκτά την χρονική στιγμή 2s;

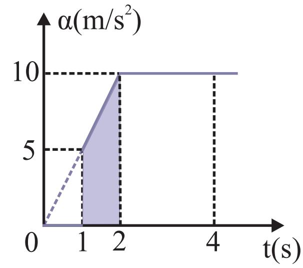
δ. Κατά πόσο θα μετατοπιστεί από τη χρονική στιγμή 2s έως τη χρονική στιγμή 4s. Τριβές αμελητέες.

Λύση:

α. Για να κοπεί το νήμα πρέπει η ηλεκτρική δύναμη να ξεπεράσει οριακά το όριο θραύσης του νήματος.

$F_e \geq T_{\theta_\rho} \Rightarrow q \cdot E \geq T_{\theta_\rho} \Rightarrow 10^{-5} \cdot 10^{7} t \geq 10^{2} \Rightarrow t \geq 1s$.

β. Αμέσως μετά αρχίζει επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση:



$\alpha = \dfrac{F}{m} = \dfrac{qE}{m} = \dfrac{10^{-5} \cdot 10^{7} \cdot t}{2 \cdot 10} \Rightarrow \alpha = 5t$ με $1 \leq t \leq 2s$.

Έτσι από $t = 1s$ έως $t = 2s$ η επιτάχυνση μεταβάλλεται γραμμικά από $5m/s^2$ έως $10m/s^2$. Στη συνέχεια η επιτάχυνση διατηρείται σταθερή και ίση με $10m/s^2$.

γ. Ως γνωστόν το γραμμοσκιασμένο εμβαδό εκφράζει τη μεταβολή της ταχύτητας από $t = 1$ έως $t = 2$ (ξεκινά χωρίς αρχική ταχύτητα η κίνησή του). Άρα

$\Delta\upsilon = \dfrac{5+10}{2} \cdot 1m/s = 7{,}5m/s \Rightarrow$

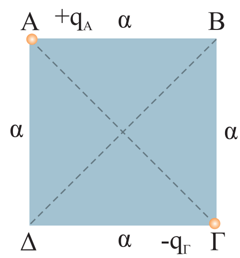
$\upsilon - \upsilon_0 = 7{,}5m/s \Rightarrow \upsilon = 7{,}5m/s$.

δ. Από την χρονική στιγμή 2 sec και μετά η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη και σε χρονική διάρκεια $\Delta t = 2s$ (από 2 έως 4 sec) η μετατόπισή του είναι

$\Delta x = \upsilon_0 \Delta t + \dfrac{1}{2}\alpha \cdot \Delta t^2 \Rightarrow \Delta x = \left(7{,}5 \cdot 2 + \dfrac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2\right)m \Rightarrow \Delta x = 35m$.

Λύνουμε μόνοι μας

1. **Στα άκρα Α, Γ της διαγωνίου ΑΓ τετραγώνου ΑΒΓΔ πλευράς $\alpha = 0{,}1\text{m}$, βρίσκονται ακλόνητα τα φορτία $q_A = 1 \cdot 10^{-9}\text{C}$ και $q_\Gamma = -2 \cdot 10^{-9}\text{C}$. Να υπολογιστούν:**



α. το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου στην κορυφή Β

β. η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων

γ. η ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί για τη μετακίνηση του ενός από τα δύο φορτία σε άπειρη απόσταση.

Δίνεται: $K_c = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2. **Πάνω σε λεία και μονωτική οριζόντια επιφάνεια κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ μια μικρή σφαίρα με μάζα m και φορτίο +q. Κατά μήκος της ευθείας κίνησης της σφαίρας βρίσκεται σε ηρεμία μια άλλη μικρή σφαίρα μάζας**

Μ και ηλεκτρικού φορτίου +Q. Αν δεχτούμε ότι αρχικά οι δυο σφαίρες βρίσκονται σε πολύ μεγάλη απόσταση μεταξύ τους, να υπολογιστούν:
α. τα μέτρα των ταχυτήτων τους όταν η απόστασή τους είναι ελάχιστη
β. η ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν.
Δίνεται η σταθερά K_c

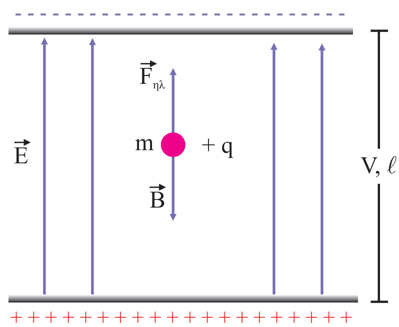
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

3. **Έστω κατακόρυφο ομογενές Η.Σ.Π. του οποίου οι δυναμικές γραμμές έχουν φορά προς τα πάνω. Από κάποιο σημείο του πεδίου εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 50\,m/s$ μικρή σφαίρα μάζας $m = 6g$ και φορτίου $q = -1{,}5\mu C$. Η σφαίρα επιστρέφει στο σημείο βολής μετά από χρόνο $t = 4s$. Να βρεθεί το μέτρο της έντασης του Η.Σ.Π. Δίνεται: $g = 10\,m/s^2$.**

....
....
....
....
....
....
....

4. **Δύο οριζόντιες μεταλλικές πλάκες απέχουν απόσταση $\ell = 4cm$. Στο χώρο μεταξύ των πλακών αιωρείται μικρή σταγόνα μάζας $m = 2 \cdot 10^{-4} kg$ και**

φορτίου $q = 2 \cdot 10^{-7} C$.



α. Θεωρώντας ως δεδομένο ότι η σταγόνα ισορροπεί να προσδιορίσετε την πολικότητα των δύο πλακών.

β. Ποια είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο πλακών;

γ. Πόση είναι η επιτάχυνση που αποκτά η σταγόνα αν διπλασιάσουμε την τάση; Δίνεται: $g = 10 m/s^2$.

....

....

....

....

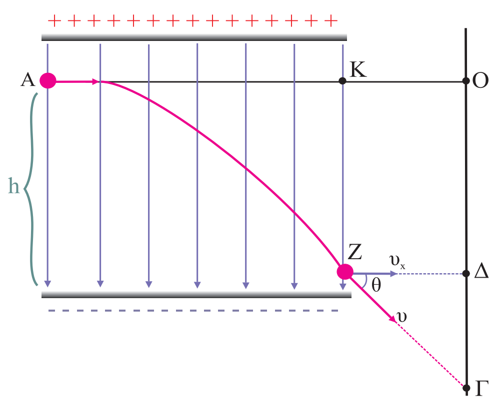
....

....

....

....

5. Σωματίδιο μάζας $4 \cdot 10^{-2} g$ και φορτίου $q = 20 \mu C$ εισέρχεται με $\upsilon_0 = 100 m/s$ κάθετα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των οριζόντιων οπλισμών επίπεδου πυκνωτή οι οποίοι απέχουν $d = 5 cm$ και έχουν διαφορά δυναμικού $12{,}5 kV$. Κατά την είσοδό του το σωματίδιο απέχει $h = 4{,}5 cm$ από τον αρνητικό οπλισμό και κινείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου. Οι οπλισμοί έχουν μήκος $L = 8 cm$ ενώ σε απόσταση $b = 10 cm$ από το πέρας του πυκνωτή υπάρχει κατακόρυφο πέτασμα πάνω στο οποίο πέφτει το σωματίδιο μετά την έξοδό του από το ηλεκτρικό πεδίο. Θεωρήστε τη βαρύτητα αμελητέα και υπολογίστε:



α. θέση και ταχύτητα σωματιδίου τη στιγμή $t = 0{,}2 ms$

β. την ταχύτητα του σωματιδίου κατά την έξοδό του από το ηλεκτρικό

πεδίο καθώς και τη συνολική μεταβολή της κινητικής του ενέργειας

γ. την κατακόρυφη απόκλιση ΚΖ την οποία θα υποστεί το σωματίδιο λόγω του ηλεκτρικού πεδίου και τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων εισόδου και εξόδου Α και Ζ

δ. την τελική μεταβολή της ορμής του σωματιδίου

ε. το μέτρο της εκτροπής ΟΓ πάνω στο πέτασμα.

....

....

....

....

....

....

....

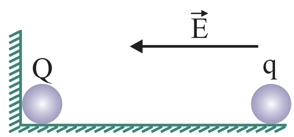
....

....

....

....

6. **Σωματίδιο φορτίου $q=1\mu C$ τοποθετείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε απόσταση $r=1m$ από ακλόνητο φορτίο $Q=100\mu C$. Στο χώρο υπάρχει οριζόντιο ομογενές ΗΣΠ έντασης $E=4\cdot10^5 N/C$ με φορά όπως στο σχήμα. Αφήνουμε το q ελεύθερο.**



α. Βρείτε προς ποια κατεύθυνση θα κινηθεί.

β. Σε πόση απόσταση από το Q θα αποκτήσει το q μέγιστη κινητική ενέργεια; Πόση θα είναι αυτή;

γ. Υπολογίστε τη μέγιστη απόσταση των δύο φορτίων.

Δίνεται: $K_c=9\cdot10^9$ (στο S.I.)

....

....

....

....

....

....

Ελέγχουμε τη γνώση μας

Θέμα 1ο

Α.1. Ηλεκτρόνιο εκτοξεύεται ομόρροπα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Η κίνηση του είναι:

α. ευθύγραμμη ομαλή.
β. ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
γ. μεταβαλλόμενη.
δ. ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

2. Δύο σημειακά ηλεκτρικά φορτία $+Q_1$ και $+Q_2$ απέχουν μεταξύ τους απόσταση r. Αν διατηρήσουμε ακλόνητο το Q_1 και αφήσουμε ελεύθερο το Q_2 θα κάνει κίνηση:

α. ευθύγραμμη ομαλή.
β. ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
γ. ευθύγραμμη επιταχυνόμενη.
δ. ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη.

3. Ένα ηλεκτρόνιο μπαίνει κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου με ταχύτητα υ_0. Τότε:

α. Ο χρόνος παραμονής του ηλεκτρόνιου στο πεδίο δεν εξαρτάται από τη υ_0.
β. Η απόκλιση από την αρχική διεύθυνση δεν εξαρτάται από τη υ_0.
γ. Η ταχύτητα του ηλεκτρονίου κατά την έξοδό του από το πεδίο δεν εξαρτάται από τη υ_0.

4. Στις κορυφές ισόπλευρου τριγώνου βρίσκονται τρία ίσα φορτία έχοντας δυναμική ενέργεια $U=-20J$. Αν διπλασιάσουμε όλες τις πλευρές του τριγώνου τότε:

α. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος γίνεται $U=-40J$.
β. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος γίνεται $U=-10J$.

γ. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος γίνεται $U = 10J$,

δ. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος γίνεται $U = 40J$.

Β. Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιές λανθασμένες.

α. Αν από το ίδιο σημείο ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου αλλά σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, εκτοξευθούν ένα πρωτόνιο και ένα ηλεκτρόνιο κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου τότε θα παραμείνουν τον ίδιο χρόνο στο πεδίο, αν έχουν την ίδια αρχική ταχύτητα. ( )

β. Η δύναμη που δέχεται φορτισμένο σωματίδιο που θα βρεθεί μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι σταθερή άρα και η επιτάχυνση που θα αποκτήσει θα είναι σταθερή. ( )

γ. Αν αφήσουμε σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο φορτισμένο σωματίδιο αμελητέου βάρους, τότε δεν δέχεται δύναμη, άρα θα παραμείνει ακίνητο. ( )

δ. Η επιτάχυνση και η απόκλιση ενός φορτισμένου σωματιδίου που έχει μπει κάθετα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο όπου δημιουργείται ανάμεσα στις πλάκες πυκνωτή δεν εξαρτάται από την διαφορά δυναμικού των πλακών. ( )

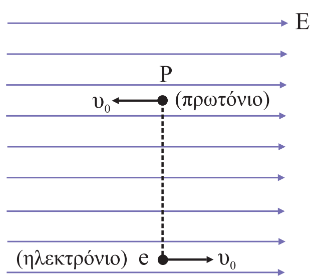
(Μονάδες 25)

Θέμα 2^0

1. Από τα σημεία ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου εκτοξεύονται ταυτόχρονα ένα ηλεκτρόνιο και ένα πρωτόνιο όπως στο σχήμα, με την ίδια ταχύτητα.

Δίνεται: $q_p = |q_e|$, $m_p > m_e$

Βαρυτικές αλληλεπιδράσεις αμελητέες. Αμελητέα να θεωρηθεί και η ηλεκτροστατική αλληλεπίδραση p και e.

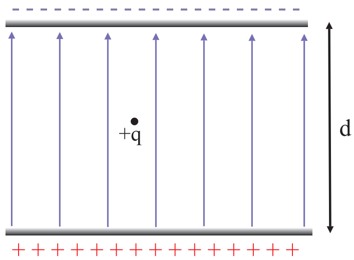


α. Θα γυρίσουν ταυτόχρονα στο σημείο εκτόξευσης τους;

β. Βρείτε το χρόνο μέχρι να ξαναεπιστρέψουν στο σημείο εκτόξευσης.

Δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

2.Α. Το σωματίδιο μάζας m και φορτίου q ισορροπεί μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αν μειώσουμε την απόσταση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή προς τα που θα κινηθεί το φορτίο;

α. προς τα πάνω,

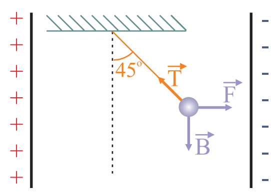
β. προς τα κάτω,

γ. θα μείνει ακίνητο

Β. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

3. Το φορτισμένο σωματίδιο του σχήματος ισορροπεί μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με την βοήθεια του νήματος σχηματίζοντας γωνία 45^o με την κατακόρυφο.

Να δείξετε ότι το μέτρο του βάρους είναι ίσο με το μέτρο της ηλεκτρικής δύναμης F.



(Μονάδες 25)

Θέμα 3^0

Φορτισμένο σωματίδιο εκτοξεύεται παράλληλα και ομόρροπα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου με ταχύτητα $\upsilon_0 = 200 m/s$. Το σωματίδιο επιστρέφει στο σημείο της εκτόξευσης μετά από χρόνο $t = 10^{-14} s$. Αν η ένταση του πεδίου είναι $E = 100 N/C$. Να βρείτε :

α. Τι κίνηση θα εκτελέσει το φορτίο και τι πρόσημο έχει το φορτίο.

β. Το λόγο $\frac{|q|}{m}$ του φορτίου προς την μάζα του σωματιδίου.

γ. Την διαφορά δυναμικού από το σημείο της εκτόξευσης μέχρι το σημείο που μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα του.

(Μονάδες 25)

Θέμα 4^0

Φορτισμένο σωματίδιο μάζας $m=10^{-6}kg$ και φορτίου $q=10^{-6}C$ αφήνεται από την άκρη ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που στα άκρα του έχει διαφορά δυναμικού $V_0=200V$. Το φορτίο βγαίνοντας από το ηλεκτρικό πεδίο μπαίνει κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός άλλου ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από πυκνωτή. Το σημείο εισόδου του φορτίου απέχει από το θετικό οπλισμό $\ell_1=8cm$. Αν η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών του πυκνωτή είναι $V=100V$ η απόσταση μεταξύ των πλακών είναι $\ell=20cm$ και το μήκος των πλακών $d=40cm$, να βρείτε: (Οι βαρυτικές δυνάμεις να θεωρηθούν αμελητέες)

α. Την ταχύτητα με την οποία μπαίνει το φορτίο στο πεδίο του πυκνωτή.

β. Αποδείξτε ότι το φορτίο θα βγεί από το πεδίο του πυκνωτή.

γ. Τον χρόνο κίνησης του σωματιδίου και στα δύο πεδία, αν ο χρόνος του στο πρώτο πεδίο είναι διπλάσιος του χρόνου στο πεδίο του πυκνωτή.

δ. Ποιά η διαφορά δυναμικού μεταξύ σημείου εισόδου και εξόδου στον πυκνωτή.

(Μονάδες 25)