$$\alpha^2 y_1{}^2 = \alpha^2\beta^2 - \beta^2 x_1{}^2 \quad \text{και} \quad \alpha^2 y_2{}^2 = \alpha^2\beta^2 - \beta^2 x_2{}^2$$

$$y_1^2 = \beta^2 - \frac{\beta^2 x_1^2}{\alpha^2} \quad \textbf{και} \quad y_2^2 = \beta^2 - \frac{\beta^2 x_2^2}{\alpha^2}$$

$$y_2^2 - y_1^2 = \frac{\beta^2 x_1^2}{\alpha^2} - \frac{\beta^2 x_2^2}{\alpha^2}$$

$$(y_2 - y_1)(y_2 + y_1) = \frac{\beta^2}{\alpha^2}(x_1^2 - x_2^2) = -\frac{\beta^2}{\alpha^2}(x_2 - x_1)(x_2 + x_1)$$

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -\frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$$

Έτσι η εξίσωση (2) θα πάρει την παρακάτω μορφή:

$$\boxed{y - y_1 = -\frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}(x - x_1)} . \qquad \textbf{(3)}$$

Ας υποθέσουμε τώρα ότι το σημείο $D(x_2, y_2)$, κινούμενο πάνω στην έλλειψη C, τείνει να συμπέσει με το σημείο $C(x_1, y_1)$. Τότε το y_2 τείνει να γίνει ίσο με το y_1. Έτσι η εξίσωση (3) της τέμνουσας ζ τείνει να πάρει τη παρακάτω μορφή:

$$y - y_1 = -\frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot \frac{2x_1}{2y_1}(x - x_1) \quad \Leftrightarrow \quad y - y_1 = -\frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot \frac{x_1}{y_1}(x - x_1)$$

$$\alpha^2 y y_1 - \alpha^2 y_1^2 = -\beta^2 x x_1 + \beta^2 x_1^2$$

$$\alpha^2 y y_1 + \beta^2 x x_1 = \alpha^2 y_1^2 + \beta^2 x_1^2$$

$$\alpha^2 y y_1 + \beta^2 x x_1 = \alpha^2 \beta^2$$

$$\frac{x x_1}{\alpha^2} + \frac{y y_1}{\beta^2} = 1$$

Άρα, η εφαπτομένη της έλλειψης $C: \dfrac{x^2}{\alpha^2} + \dfrac{y^2}{\beta^2} = 1,$ **στο σημείο της**

$C(x_1, y_1)$ **έχει εξίσωση:** $\boxed{\dfrac{x x_1}{\alpha^2} + \dfrac{y y_1}{\beta^2} = 1}$ **ω.ε.δ.**