A

1ο ΓΕΛ ΠΕΤΡΟΥΠΟΛΗΣ
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1ου ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜ. ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ: ΠΑΡ. 1.1 – 1.5

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Έστω ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = 4cm. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B\Gamma}+\overrightarrow{\Gamma A}=$**……,** **β)** $AB+B\Gamma+\Gamma A=$**…….,**

γ) $\left|\overrightarrow{AB}\right|+\left|\overrightarrow{B\Gamma}\right|+\left|\overrightarrow{\Gamma A}\right|=$**…….,** **δ)** $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B\Gamma}+\overrightarrow{\Gamma A}\right|=$**……..**

Β. Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε οι προτάσεις να είναι αληθείς:

α) Αν $\vec{\alpha}\uparrow\uparrow\vec{\beta}$**, όπου** $\vec{\alpha},\vec{\beta}\neq\vec{0}$**, τότε** $\left|\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right|......\left|\vec{\alpha}-\vec{\beta}\right|$

β) Αν $\vec{\alpha}\uparrow\downarrow\vec{\beta}$**, όπου** $\vec{\alpha},\vec{\beta}\neq\vec{0}$**, τότε** $\left|\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right|.......\left|\vec{\alpha}-\vec{\beta}\right|$

γ) $\vec{\beta}+\vec{x}=\vec{\alpha}\Leftrightarrow\vec{x}=.........$**,δ)** $\vec{\beta}-\vec{x}=\vec{\alpha}\Leftrightarrow\vec{x}=.........$

ε) $\vec{x}-\vec{\beta}=\vec{\alpha}\Leftrightarrow\vec{x}=.........$

(Μονάδες 10+15=25)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και Μ, Ν σημεία των ΑΒ, ΑΓ ώστε $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ **και** $\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{A\Gamma}$**. Αν Κ είναι το μέσο της ΜΝ , τότε:**

α) Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{A\Gamma}$

β) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{BK}$ **και** $\overrightarrow{\Gamma K}$ **ως γραμμικό συνδυασμό των** $\overrightarrow{AB}$ **και** $\overrightarrow{A\Gamma}$

(Μονάδες 10+15=25)

ΘΕΜΑ 3$^{\text{ο}}$

Δίνονται τα σημεία $\mathrm{A}\left(-\beta\sigma\upsilon\nu^2\beta,-\beta\eta\mu^2\beta\right)$**,** $\mathrm{B}\left(\beta\eta\mu^2\beta,\beta\sigma\upsilon\nu^2\beta\right)$**, με** $0<\beta\leq\frac{\pi}{4}$**.**

α) Να αποδείξετε ότι το διάνυσμα $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ **είναι ομόρροπο του διανύσματος** $\vec{u}=(1,1)$

β) Να υπολογίσετε το $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|$ **ως συνάρτηση του β, και να βρείτε για ποια τιμή του β το** $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|$ **γίνεται μέγιστο.**

γ) Αν το $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|$ **γίνει μέγιστο, να αποδείξετε ότι** $\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right|=\frac{\pi}{8}\sqrt{2}$

(Μονάδες 10+5+10=25)

ΘΕΜΑ 4$^{\text{ο}}$

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}=(1,\kappa)$ **και** $\vec{\beta}=(1-\kappa,1+\kappa)$

Α. ι) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\vec{\alpha}^2$**.**

ιι) Να υπολογίσετε τη γωνία $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)$**.**

ιιι) Αν $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{\alpha}$ **και** $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{\beta}$**, να αποδείξετε ότι** $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\perp\overrightarrow{\mathrm{OA}}$**.**

Β. Αν $\left|\vec{\alpha}\right|=\sqrt{2}$ **και κ<0, τότε να υπολογίσετε:**

ι) Το μέτρο του διανύσματος $\vec{u}=\vec{\beta}-2\vec{\alpha}$

ιι) Τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ **και** $\vec{u}$**.**

(Μονάδες 5x5=25)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!