ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

- Σύστημα σωμάτων σελ. 1
- Κρούσεις σελ. 2
- Αρχή διατήρησης τής ορμής σελ. 3
- Ορμή και δεύτερος νόμος τού Νεύτωνα σελ. 5
- Ερωτήσεις – ασκήσεις σελ. 6

Για γρήγορη περιήγηση χρησιμοποίησε
- τα links των αριθμημένων σελίδων (λειτουργούν σωστά μόνο στο Ίντερνετ)
- το εικονίδιο για να επιστρέψεις στον πίνακα περιεχομένων

ΔΙΑΒΑΣΕ ΑΥΤΟ, ΠΡΙΝ ΞΕΚΙΝΗΣΕΙΣ ΤΗ ΜΕΛΕΤΗ

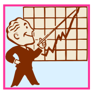
Κείμενο σε γαλάζιο φόντο ☞ ΔΙΔΑΚΤΕΑ ΥΛΗ (2012-2013)

- Μεγάλα μαύρα γράμματα ☞ τα **κύρια συμπεράσματα** (η περίληψη, για γρήγορη επανάληψη)
- Μικρά μαύρα γράμματα ☞ πιο **δευτερεύοντα ζητήματα**, όπως εισαγωγή σε κάθε καινούργιο θέμα, διευκρινίσεις, παρατηρήσεις και αποδείξεις
- Μικρά μπλε γράμματα ☞ **παραδείγματα και αποτελέσματα πειραμάτων**

Κείμενο σε μαύρο φόντο ☞ ΘΕΜΑΤΑ ΕΚΤΟΣ ΔΙΔΑΚΤΕΑΣ ΥΛΗΣ (2012-2013)

- **Γνώσεις Φυσικής ή Μαθηματικών**, εκτός διδακτέας ύλης, που υπενθυμίζονται στην εισαγωγή κάποιων θεμάτων
- **Παρατηρήσεις – επιπλέον θέματα – απλές αποδείξεις**, εκτός διδακτέας ύλης, που μπορεί να συμπληρώσουν τη διδασκαλία ή τη μελέτη
- **Εξισώσεις, που προκύπτουν συνδυαστικά** και δεν αναφέρονται στο σχολικό βιβλίο, αλλά χρειάζονται στη λύση ασκήσεων (αν τις χρησιμοποιήσει ο μαθητής, **πρέπει να τις αποδείξει**)

Όπου υπάρχει αυτό το εικονίδιο, κάνε κλικ για να δεις σχετικό βίντεο ή προσομοίωση ενός φαινομένου.

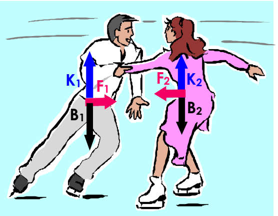


ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΩΜΑΤΩΝ

Στις προηγούμενες ενότητες εστιάσαμε την προσοχή μας σε ένα σώμα και περιγράψαμε τον τρόπο που κινείται, ως αποτέλεσμα των αλληλεπιδράσεών του με τα σώματα που το περιβάλλουν. Υπάρχουν, όμως φαινόμενα (όπως π.χ. οι συγκρούσεις σωμάτων), όπου ενδιαφερόμαστε συγχρόνως για την κινητική κατάσταση περισσότερων σωμάτων.

Ένα σύνολο σωμάτων ή σωματιδίων που αποτελεί το επίκεντρο τού ενδιαφέροντός μας, το οριοθετούμε με πραγματικά ή νοητά όρια –για να το ξεχωρίσουμε από τα υπόλοιπα σώματα στο σύμπαν– και το λέμε **σύστημα**.
Το υπόλοιπο σύμπαν αποτελεί το **περιβάλλον** τού συστήματος.

Σύστημα μπορούμε να θεωρήσουμε, π.χ., τα μόρια ενός αερίου μέσα σε δοχείο, δύο μπάλες τού μπιλιάρδου που συγκρούονται, δύο χορευτές που χορεύουν σε ένα παγοδρόμιο, τους πλανήτες που περιφέρονται γύρω από τον Ήλιο ("το ηλιακό μας σύστημα").



Σε ένα σύστημα κάθε σώμα του δέχεται:

☑ δυνάμεις από άλλα σώματα τού συστήματος, που τις λέμε **εσωτερικές δυνάμεις τού συστήματος**

☑ και δυνάμεις από σώματα τού περιβάλλοντος, που τις λέμε **εξωτερικές δυνάμεις τού συστήματος**.

Στο σύμπαν δεν υπάρχει σύστημα που να μην αλληλεπιδρά με το περιβάλλον του (δηλαδή, να μη δέχεται εξωτερικές δυνάμεις).

- Σε κάποιες περιπτώσεις όμως κάνουμε προσεγγίσεις, θεωρώντας αμελητέες τις εξωτερικές δυνάμεις τού συστήματος.

Για παράδειγμα, αν θεωρήσουμε ως σύστημα δύο συγκρουόμενα αυτοκίνητα, τότε κατά τη διάρκεια τής σύγκρουσής τους –γενικά– αναπτύσσονται δυνάμεις πολύ μεγαλύτερες από τις εξωτερικές δυνάμεις τού συστήματος (βάρος, δύναμη στήριξης από το δρόμο, τριβή, αντίσταση αέρα). Έτσι, θεωρούμε ασήμαντες τις εξωτερικές δυνάμεις και τις αγνοούμε.

- Σε άλλες περιπτώσεις οι εξωτερικές δυνάμεις ενός συστήματος έχουν συνισταμένη μηδέν.

Για παράδειγμα, αν θεωρήσουμε ως σύστημα ένα ζευγάρι χορευτών στον πάγο, εξωτερικές δυνάμεις τού συστήματος είναι το βάρος των χορευτών και η δύναμη στήριξης που δέχονται από το παγοδρόμιο. Για κάθε χορευτή οι δυνάμεις αυτές έχουν συνισταμένη μηδέν. (Η τριβή είναι, σχετικά, πολύ μικρή και μπορούμε να την αγνοήσουμε).

ΜΟΝΩΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ
(δύο χορευτές στον πάγο
και δύο συγκρουόμενα αυτοκίνητα)

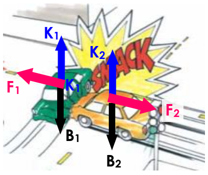
Εξωτερικές δυνάμεις: $K_1 - B_1$ ***και*** $K_2 - B_2$
$\Sigma F_{εξωτερκών} = 0$

Εσωτερικές δυνάμεις: $F_1 - F_2$
(δράση – αντίδραση)

Οι επιταχύνσεις των σωμάτων κάθε συστήματος οφείλονται στις εσωτερικές του δυνάμεις

Αν σε ένα σύστημα οι εξωτερικές δυνάμεις είτε θεωρούνται αμελητέες είτε (σε κάθε σώμα τού συστήματος) έχουν συνισταμένη μηδέν, λέμε ότι το σύστημα είναι **μονωμένο** (και εννοούμε ότι «τα σώματα που το αποτελούν είναι σα να μην αλληλεπιδρούν με το υπόλοιπο σύμπαν»).
Θεωρούμε ότι, τα σώματα που αποτελούν ένα μονωμένο σύστημα, αλληλεπιδρούν μόνο μεταξύ τους. Έτσι, για όποια επιτάχυνση αποκτά το κάθε σώμα τού μονωμένου συστήματος ευθύνονται μόνο οι εσωτερικές δυνάμεις που δέχεται από τα υπόλοιπα σώματα τού συστήματος.

Για παράδειγμα, στο μονωμένο σύστημα των δύο συγκρουόμενων αυτοκινήτων, για κάθε αλλαγή στην ταχύτητά τους αιτία είναι η –εσωτερική για το σύστημα– δύναμη, που δέχεται το ένα αυτοκίνητο από το άλλο. Οι εξωτερικές δυνάμεις δεν παίζουν ρόλο στην αλλαγή τής ταχύτητας των αυτοκινήτων, στο μικρό χρονικό διάστημα που διαρκεί η σύγκρουση.



Μερικές ακόμα –γενικές– περιπτώσεις μονωμένων συστημάτων, που μπορούμε να σκεφτούμε, αποτελούν:

- *τα θραύσματα ενός σώματος (π.χ. μιας βόμβας) κατά την έκρηξή του*
- *ένα όπλο με ένα βλήμα στην κάνη του, κατά την εκπυρσοκρότηση*
- *ένας πύραυλος με τα αέρια που περιέχει στη δεξαμενή του, κατά την εκτόξευσή του.*
- *ένας πυρήνας ατόμου και ένα άλλο μικροσωματίδιο (π.χ. νετρόνιο ή πρωτόνιο) που βάλλεται εναντίον του –ένα είδος "σύγκρουσης" στο μικρόκοσμο, δηλαδή.*

Υπογραμμίζουμε ότι, όλα τα παραπάνω συστήματα θεωρούνται μονωμένα μόνο κατά τη διάρκεια μιας ισχυρής αλληλεπίδρασης των σωμάτων που τα αποτελούν, η οποία διαρκεί πολύ λίγο.

ΚΡΟΥΣΕΙΣ

Αν κάποια σώματα αλληλεπιδρούν μόνο μεταξύ τους (μονωμένο σύστημα) υπάρχει μια ποσότητα που διατηρείται σταθερή

Ας περιοριστούμε στην περίπτωση μονωμένου συστήματος, που το αποτελούν συγκρουόμενα σώματα.
Στη Φυσική, τη σύγκρουση σωμάτων, συνήθως, τη λέμε "κρούση".
Ας δούμε ποια είναι τα γενικά χαρακτηριστικά των κρούσεων.

Κάθε κρούση διαρκεί πολύ λίγο και, μετά από αυτήν τα σώματα έχουν πάντα νέες ταχύτητες.
Για τις αλλαγές στην ταχύτητα κάθε σώματος ευθύνεται η (εσωτερική για το σύστημα) δύναμη που δέχεται από το άλλο σώμα, με το οποίο συγκρούεται.

☞ Οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης των συγκρουόμενων σωμάτων γενικά δεν είναι σταθερές και αναφερόμαστε στις μέσες τιμές τους. Κάθε στιγμή όμως είναι αντίθετες (δράση–αντίδραση).

Οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης των συγκρουόμενων σωμάτων τούς προκαλούν μια παραμόρφωση, μικρή ή μεγάλη και μόνιμη ή προσωρινή.

Τη στιγμή τής μέγιστης παραμόρφωσης τα σώματα αποκτούν κοινή ταχύτητα.

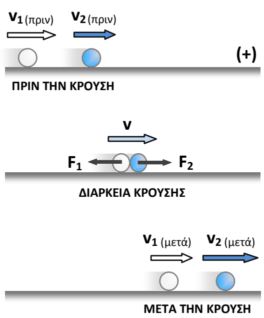
Σε κάποιες κρούσεις η παραμόρφωση είναι μόνιμη και η κοινή ταχύτητα των σωμάτων διατηρείται (δηλαδή, τα συγκρουόμενα γίνονται –όπως λέμε– "συσσωμάτωμα" και συνεχίζουν να κινούνται ως ένα σώμα).
Τέτοιες κρούσεις τις λέμε **πλαστικές**.
Αυτό συμβαίνει όταν, π.χ., η σφαίρα ενός όπλου συναντήσει ένα ελαφρύ ξύλινο σώμα, σφηνωθεί σ΄ αυτό και ακολουθήσουν μια κοινή πορεία στη συνέχεια.

Σε άλλες κρούσεις η παραμόρφωση είναι μόνιμη, αλλά τα σώματα μετά κινούνται χωριστά.
Αυτές τις κρούσεις τις λέμε **ανελαστικές**.
Τέτοιες είναι οι περισσότερες κρούσεις που μας έρχονται στο μυαλό –π.χ., η κρούση μιας πέτρας με ένα γυάλινο μπουκάλι.

Τέλος, σε κάποιες κρούσεις η παραμόρφωση είναι προσωρινή και μετά τα σώματα κινούνται χωριστά.
Αυτές τις λέμε **ελαστικές** κρούσεις.
Τέτοιου είδους κρούσεις συμβαίνουν μεταξύ μικροσωματιδίων τής ύλης (π.χ., πρωτόνια ή νετρόνια "εναντίον" ατομικών πυρήνων).
Στο μακρόκοσμο (τον κόσμο των αισθήσεών μας) δεν υπάρχουν "πραγματικά" ελαστικές κρούσεις, αλλά μόνο "κατά προσέγγιση".
Δηλαδή, κάποια παραμόρφωση –έστω και ελάχιστη– πάντοτε παραμένει στα σώματα μετά από τις κρούσεις.
Πάντως για δύο σκληρά σώματα, όπως οι μπάλες τού μπιλιάρδου, τα οποία συγκρούονται, θεωρούμε –με καλή προσέγγιση– ότι η κρούση τους είναι ελαστική.

(Στο επόμενο κεφάλαιο θα περιγράψουμε και τις ενεργειακές ανταλλαγές που συμβαίνουν στα παραπάνω είδη κρούσεων.)

☞ Στην τάξη αυτή θα περιοριστούμε σε κρούσεις, όπου σώματα πριν και μετά την αλληλεπίδρασή τους κινούνται στην ίδια ευθεία.
Για να γίνει μια τέτοια κρούση, πρέπει τα σώματα είτε να κινούνται προς αντίθετη κατεύθυνση είτε να κινούνται στην ίδια κατεύθυνση και το "πίσω" σώμα να κινείται πιο γρήγορα. Μετά την κρούση, η κατεύθυνση τής ταχύτητάς τους πολλές φορές αντιστρέφεται.
Για να περιγράψουμε τέτοιες κρούσεις, λοιπόν, είναι βολικό να χρησιμοποιούμε πρόσημα στις τιμές των ταχυτήτων –δηλαδή, να χρησιμοποιούμε τις "αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων", όπως λέμε. Το ίδιο πρέπει να κάνουμε και για τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης, αλλά και για τις επιταχύνσεις των σωμάτων τού συστήματος.



Τα συγκρουόμενα σώματα αποκτούν κοινή ταχύτητα τη στιγμή τής μέγιστης παραμόρφωσής τους.

Ας φανταστούμε μια τέτοια κρούση, όπου δύο σώματα συγκρούονται και μετά κινούνται χωριστά.

Έστω ότι, ακριβώς πριν συγκρουστούν τα σώματα, οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων τους είναι $v_{1\,(\pi\rho\iota\nu)}$ και $v_{2\,(\pi\rho\iota\nu)}$.
[Π.χ., μπορεί να είναι $v_{1\,(\pi\rho\iota\nu)} = +10$ m/s και $v_{2\,(\pi\rho\iota\nu)} = -20$ m/s].

Για μικρό χρόνο Δt τα σώματα αλληλεπιδρούν και μετά οι ταχύτητές τους έχουν νέες τιμές, $v_{1\,(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})}$ και $v_{2\,(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})}$.
Η δύναμη που δέχθηκε κάθε σώμα από το άλλο τού προκάλεσε επιτάχυνση και, επειδή η δύναμη δεν είναι σταθερή, ούτε η επιτάχυνση είναι σταθερή. Γράφουμε, λοιπόν, τη μέση επιτάχυνση για κάθε σώμα, κατά τη διάρκεια Δt της κρούσης :

$$\alpha_1 = \frac{v_{1\,(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} - v_{1\,(\pi\rho\iota\nu)}}{\Delta t} \quad \text{και} \quad \alpha_2 = \frac{v_{2\,(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} - v_{2\,(\pi\rho\iota\nu)}}{\Delta t}$$

Για τις αλγεβρικές τιμές των δυνάμεων που προκάλεσαν τις παραπάνω επιταχύνσεις μπορούμε να γράψουμε

$$F_1 = -F_2$$

(υπενθυμίζουμε ότι αποτελούν ζεύγος δράσης–αντίδρασης, άρα είναι αντίθετες δυνάμεις)

Αν τα δύο σώματα έχουν μάζες m_1 και m_2, θυμόμαστε το 2^{o} νόμο τού Νεύτωνα και γράφουμε τη σχέση των δύο δυνάμεων ως εξής:

$$m_1\,\alpha_1 = -m_2\,\alpha_2$$

$$\text{ή} \quad m_1 \frac{v_{1\,(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} - v_{1\,(\pi\rho\iota\nu)}}{\Delta t} = -m_2 \frac{v_{2\,(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} - v_{2\,(\pi\rho\iota\nu)}}{\Delta t}$$

$$\text{ή} \quad m_1 v_{1\,(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} - m_1 v_{1\,(\pi\rho\iota\nu)} = -m_2 v_{2\,(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} + m_2 v_{2\,(\pi\rho\iota\nu)}$$

$$\text{ή} \quad m_1 v_{1\,(\pi\rho\iota\nu)} + m_2 v_{2\,(\pi\rho\iota\nu)} = m_1 v_{1\,(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} + m_2 v_{2\,(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})}$$

Στο πρώτο μέλος τής τελευταίας εξίσωσης φαίνεται η τιμή μιας ποσότητας, η οποία αναφέρεται στο σύστημα, πριν την αλληλεπίδραση.
Στο δεύτερο μέλος τής εξίσωσης φαίνεται η τιμή τής ίδιας ποσότητας ακριβώς μετά την αλληλεπίδραση.
Δείξαμε λοιπόν ότι οι τιμές τής ποσότητας είναι ίσες, ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την αλληλεπίδραση τής κρούσης.
Μάλιστα, η ποσότητα που αναφέραμε δε μεταβάλλεται ούτε κατά τη μικρή διάρκεια τής αλληλεπίδρασης.

Η ποσότητα *"άθροισμα των γινομένων τής μάζας επί την αλγεβρική τιμή τής ταχύτητας καθενός από τα συγκρουόμενα σώματα"* παραμένει αναλλοίωτη, για όσο το σύστημά τους θεωρείται μονωμένο.
Το συμπέρασμα αυτό έχει αποδειχθεί για όλα τα μονωμένα συστήματα (και όχι μόνο στο φαινόμενο "κρούση"), αρκεί οι ταχύτητες των σωμάτων που το αποτελούν να βρίσκονται συνεχώς πάνω σε μια ευθεία.

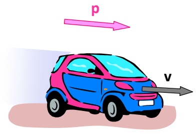
ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Το γινόμενο τής μάζας επί την ταχύτητα είναι ένα μέγεθος σημαντικό για τα σώματα που αποτελούν μονωμένα συστήματα.

Ορίζουμε το διανυσματικό μέγεθος **ορμή ενός σώματος** (συμβολικά **p**), που το μέτρο του είναι ίσο με το γινόμενο τής μάζας επί την ταχύτητα τού σώματος.

Δηλαδή, **ορμή = μάζα · ταχύτητα**

ή, συμβολικά, $\mathbf{p = m\,v}$



Η ορμή και η ταχύτητα ενός σώματος έχουν ίδια κατεύθυνση.

Στο S.I. μονάδα μέτρησης τής ορμής είναι το $\mathbf{kg\,\frac{m}{s}}$.

Τόση είναι η ορμή ενός σώματος με μάζα 1 kg, όταν κινείται με ταχύτητα 1 m/s.

Η κατεύθυνση τής ορμής ενός σώματος ορίζουμε να συμφωνεί με την κατεύθυνση τής ταχύτητάς του.

Συνεπώς, όπου γράφουμε την αλγεβρική τιμή τής ορμής, θα έχει το ίδιο πρόσημο με την αλγεβρική τιμή τής ταχύτητας.

Π.χ. ένα αυτοκίνητο, με μάζα 800 kg, κινείται ευθύγραμμα και η ταχύτητά του έχει αλγεβρική τιμή –30 m/s (που σημαίνει –108 km/h).
Τότε η ορμή τού αυτοκινήτου έχει αλγεβρική τιμή 800 kg · (–30) m/s = –24.000 kg·m/s.
Αν η ταχύτητα είχε αλγεβρική τιμή +30 m/s, η αλγεβρική τιμή τής ορμής του θα ήταν +24.000 kg·m/s.

Επανερχόμαστε στα συστήματα, στα οποία οι ταχύτητες όλων των σωμάτων τους παραμένουν στην ίδια ευθεία.
Θυμόμαστε την ποσότητα που παραμένει σταθερή, για όσο ένα τέτοιο σύστημα θεωρείται μονωμένο:

το "άθροισμα των γινομένων τής μάζας κάθε σώματος επί την αλγεβρική τιμή τής ταχύτητάς του"

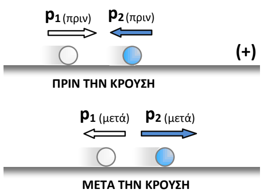
Τώρα θα το λέμε: "άθροισμα των αλγεβρικών τιμών των ορμών"

ή **ολική ορμή τού συστήματος**, $\mathbf{p_{ολ} = p_1 + p_2 + \ldots}$ (για όσα σώματα περιέχει το σύστημα)

Η ολική ορμή ενός συστήματος διατηρείται σταθερή, για όσο το σύστημα θεωρείται μονωμένο.
Το συμπέρασμα αυτό είναι γνωστό ως **αρχή τής διατήρησης τής ορμής** (θα γράφουμε Α.Δ.Ο.)

Δηλαδή, πριν και μετά από μια αλληλεπίδραση των σωμάτων ενός μονωμένου συστήματος ισχύει:

$$\mathbf{p_{ολ\,(πριν)} = p_{ολ\,(μετά)}}$$



Π.χ. είπαμε ότι οι κρούσεις είναι φαινόμενα, όπου τα συγκρουόμενα σώματα μπορούν να θεωρηθούν ως ένα μονωμένο σύστημα.
Αν δύο σώματα, με μάζες $m_1 = 1$ kg και $m_2 = 1$ kg, έχουν ταχύτητες $v_1 = 5$ m/s και $v_2 = -3$ m/s, πριν συγκρουστούν, τότε πριν την κρούση η ολική ορμή τού συστήματός τους είναι

$$\begin{aligned} p_{ολ(πριν)} &= p_{1(πριν)} + p_{2(πριν)} \\ &= m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ &= [1 \cdot 5 + 1 \cdot (-3)]\ kg{\cdot}m/s \\ &= (5 - 3)\ kg{\cdot}m/s \\ &= +2\ kg{\cdot}m/s. \end{aligned}$$

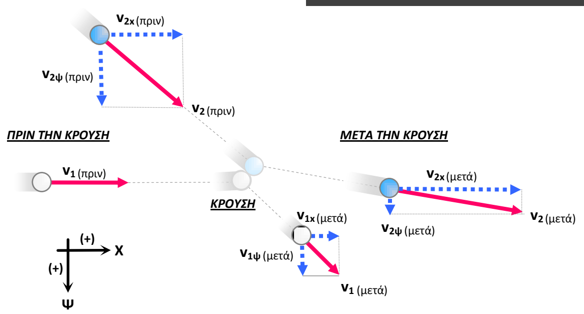
Αν τα δύο παραπάνω σώματα συγκρουστούν, οι ταχύτητές τους αλλάζουν, αλλά η ολική ορμή πριν και μετά την κρούση παραμένει ίδια. Δηλαδή:

$$p_{ολ(πριν)} = p_{ολ(μετά)} = +2\ kg{\cdot}m/s$$

Σε ένα μονωμένο σύστημα η αλλαγή στην ορμή των σωμάτων προκαλείται από δυνάμεις, που είναι εσωτερικές για το σύστημα.
Αυτό σημαίνει ότι, για κάθε σώμα ενός μονωμένου συστήματος οι εξωτερικές δυνάμεις (που δέχεται από σώματα εκτός τού συστήματος) έχουν συνισταμένη μηδέν, αλλά μπορεί για κάποιο σώμα οι εσωτερικές δυνάμεις (που δέχεται από άλλα σώματα τού συστήματος) να μην έχουν συνισταμένη μηδέν και το σώμα να επιταχύνεται.

Διαλέγουμε τους άξονες X και Ψ, έτσι ώστε να έχουμε τις λιγότερες δυνατές αναλύσεις των ταχυτήτων. Στο σχήμα μας διαλέξαμε άξονα X παράλληλο στην αρχική ταχύτητα $v_{1,\text{πριν}}$ της λευκής μπάλας. Έτσι:

$$v_{1x\,(\text{πριν})} = v_{1\,(\text{πριν})}$$



Τι συμβαίνει με τη διατήρηση τής ορμής, άραγε, αν οι ταχύτητες των σωμάτων ενός μονωμένου συστήματος δε βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία;

Ας δούμε, για παράδειγμα, τι κάνουμε, αν δύο σώματα συγκρούονται υπό γωνία.
Διαλέγουμε δύο κάθετους άξονες, X και Ψ, και αναλύουμε την αρχική και την τελική ταχύτητα κάθε σώματος σε δύο συνιστώσες (όπως ακριβώς μάθαμε να αναλύουμε δυνάμεις). Ομοίως αναλύεται η αρχική και η τελική ορμή κάθε σώματος σε συνιστώσες.
Επομένως, έχουμε ταχύτητες (και ορμές) στον άξονα X και ταχύτητες (και ορμές) στον άξονα Ψ.
Για κάθε άξονα ακολουθούμε τους συλλογισμούς που κάναμε στην περίπτωση που οι ταχύτητες είναι στην ίδια ευθεία.

- Για τις συνιστώσες των ταχυτήτων στον άξονα X,

βρίσκουμε: $m_1 v_{1x\,(\text{πριν})} + m_2 v_{2x\,(\text{πριν})} = m_1 v_{1x\,(\text{μετά})} + m_2 v_{2x\,(\text{μετά})}$

γράφουμε: $p_{1x\,(\text{πριν})} + p_{2x\,(\text{πριν})} = p_{1x\,(\text{μετά})} + p_{2x\,(\text{μετά})}$

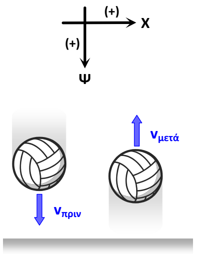
και λέμε ότι: *"η ολική ορμή τού μονωμένου συστήματος στον άξονα X διατηρείται σταθερή".*

- Για τις συνιστώσες των ταχυτήτων στον άξονα Ψ,

βρίσκουμε: $m_1 v_{1\psi\,(\text{πριν})} + m_2 v_{2\psi\,(\text{πριν})} = m_1 v_{1\psi\,(\text{μετά})} + m_2 v_{2\psi\,(\text{μετά})}$

γράφουμε: $p_{1\psi\,(\text{πριν})} + p_{2\psi\,(\text{πριν})} = p_{1\psi\,(\text{μετά})} + p_{2\psi\,(\text{μετά})}$

και λέμε ότι: *"η ολική ορμή τού μονωμένου συστήματος στον άξονα Ψ διατηρείται σταθερή".*



Ας εξετάσουμε, τέλος, τι συμβαίνει στις κρούσεις ενός σώματος με τη Γη ή με ακίνητο σώμα, στερεωμένο στη Γη.

Φανταζόμαστε, π.χ., μια μπάλα, με μάζα m, που την πετάμε από μικρή απόσταση, κατακόρυφα προς το πάτωμα.
Το πάτωμα είναι στερεωμένο στη Γη, οπότε θεωρούμε ότι η μπάλα συγκρούεται με ένα σώμα που έχει τη μάζα Μ τής Γης.
Η μπάλα φτάνει στο πάτωμα με κατακόρυφη ταχύτητα προς τα κάτω, η οποία θεωρούμε ότι έχει αλγεβρική τιμή $v_{\text{πριν}} > 0$.
Μετά τη σύγκρουσή της αποκτά κατακόρυφη ταχύτητα προς τα πάνω, η οποία θεωρούμε ότι έχει αλγεβρική τιμή $v_{\text{μετά}} < 0$.
Όσο για τη Γη, θα λέγαμε αυτό που βλέπουμε –ότι «μετά την αλληλεπίδρασή της με τη μπάλα παραμένει ακίνητη».
Έχουμε λοιπόν μια κρούση, με όλες τις ταχύτητες στον κατακόρυφο άξονα Ψ, οπότε η Α.Δ.Ο. για το σύστημα μπάλα–Γη γράφεται:

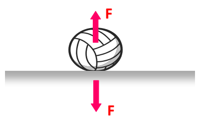
$$p_{\text{ολ}\,(\text{πριν})} = p_{\text{ολ}\,(\text{μετά})}$$

$$\text{ή} \quad p_{\text{μπάλας}\,(\text{πριν})} + p_{\text{Γης}\,(\text{πριν})} = p_{\text{μπάλας}\,(\text{μετά})} + p_{\text{Γης}\,(\text{μετά})}$$

$$\text{ή} \quad m\, v_{\text{πριν}} + 0 = m\, v_{\text{μετά}} + 0$$

$$\text{ή} \quad v_{\text{πριν}} = v_{\text{μετά}}$$

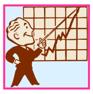
συμπέρασμα άτοπο, μιας και νωρίτερα είπαμε ότι, με βάση την εμπειρία μας: $v_{\text{πριν}} > 0$ και $v_{\text{μετά}} < 0$



Οι δυνάμεις τής κρούσης

Ας δούμε πού βρίσκεται το λάθος. Η κρούση μπάλας–Γης σημαίνει αλληλεπίδρασή τους με ισόποσες δυνάμεις, που διαρκούν πολύ λίγο χρόνο. Η μάζα m της μπάλας είναι μικρή (της τάξης του 1 kg) και η δύναμη που δέχεται από τη Γη προκαλεί μια σημαντική και παρατηρήσιμη αλλαγή στην ταχύτητά της. Η μάζα Μ της Γης είναι τεράστια (της τάξης των 10^{25} kg) και η δύναμη που δέχεται από τη μπάλα προκαλεί μια απειροελάχιστη και μη παρατηρήσιμη αλλαγή στην ταχύτητά της.
Δηλαδή, η μεταβολή τής ταχύτητας τής Γης είναι πρακτικά μηδέν, αλλά όχι μαθηματικά μηδέν! Μόλις τελειώσει λοιπόν η κρούση, η Γη έχει αποκτήσει μια απειροελάχιστη ταχύτητα, που επί την τεράστια μάζα της δεν κάνει ορμή μηδέν, όπως θεωρήσαμε!

Άρα: στις κρούσεις σωμάτων με τη Γη η Α.Δ.Ο. ισχύει, αλλά δεν τη γράφουμε όπως πριν, διότι μας οδηγεί σε λάθος συμπέρασμα.



ΟΡΜΗ ΚΑΙ ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

Φεύγουμε για λίγο από τα συστήματα σωμάτων και επιστρέφουμε πάλι στο ένα σώμα.
Τώρα που μάθαμε το μέγεθος *ορμή*, μπορούμε να ξαναδούμε “με άλλο μάτι” το δεύτερο νόμο τού Νεύτωνα.

Θυμόμαστε ότι, αν ένα σώμα, μάζας m, κινείται ευθύγραμμα και σε χρόνο Δt η ταχύτητά του από v_1 γίνει v_2, σημαίνει ότι το σώμα:

☑ απέκτησε επιτάχυνση $\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$ και

☑ δέχθηκε μια μη μηδενική συνισταμένη δύναμη, στην ευθεία που κινείται.

Ο Νεύτωνας μάς έμαθε ότι:
Η αλγεβρική τιμή ΣF τής συνισταμένης δύναμης και *η επιτάχυνση α που προκαλεί στο σώμα* συνδέονται με την εξίσωση:

αίτιο **αποτέλεσμα**

$$\Sigma F = m\,\alpha = m\,\frac{\Delta v}{\Delta t} = m\,\frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{m\,v_2 - m\,v_1}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{\Delta t}$$

και, τελικά, $$\boldsymbol{\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}}$$

ή $$\boldsymbol{\Delta p = \Sigma F \cdot \Delta t}$$

Ας “μεταφράσουμε” τα δύο μαθηματικά συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε.

▸ Ξεκινάμε από το δεύτερο:

Το γινόμενο τής συνισταμένης δύναμης ΣF πάνω σε ένα σώμα επί τον χρόνο Δt στον οποίο έδρασε μας δίνει τη μεταβολή Δp που προκάλεσε στην ορμή τού σώματος.

Αν θεωρήσουμε, δηλαδή, ως αίτιο: *τη δράση μιας συνισταμένης δύναμης πάνω σε ένα σώμα για κάποιο χρόνο*,
τότε το αποτέλεσμα είναι: *η μεταβολή που παρατηρείται στην ορμή τού σώματος στον ίδιο χρόνο*.

▸ Πάμε στο πρώτο μαθηματικό συμπέρασμα τώρα:

Η συνισταμένη δύναμη ΣF σε ένα σώμα ισούται με τη μεταβολή Δp τής ορμής του προς τον αντίστοιχο χρόνο Δt.

Το πηλίκο Δp / Δt το λέμε και *“ρυθμό μεταβολής τής ορμής”*.
Όσο πιο γρήγορα αλλάζει, δηλαδή, η ορμή ενός σώματος τόσο μεγαλύτερη συνισταμένη δύναμη απαιτείται.

☞ Σε πολλές περιπτώσεις η συνισταμένη δύναμη πάνω σε ένα σώμα είναι μεταβλητή.
Τότε, στα δύο παραπάνω συμπεράσματα, με το ΣF εννοούμε τη μέση τιμή της.

Τελειώνουμε με ένα παράδειγμα (πάλι από τις κρούσεις), για να δούμε πώς συνδέονται όλα αυτά με την εμπειρία μας.
Ας φανταστούμε ένα αυτοκίνητο, με μάζα 1000 kg, το οποίο έχει ταχύτητα 20 m/s (=72 km/h).
Επομένως, το αυτοκίνητο έχει και ορμή (1000 kg) · (20 m/s) = 20.000 kg·m/s.

Αν το αυτοκίνητο συναντήσει μπροστά του ένα σώμα ακίνητο και στερεωμένο στη Γη, όπως π.χ. τοίχο, δέντρο, σωρό άμμου ή λάστιχα (στους αγώνες αυτοκινήτων), τότε συμβαίνει (σύγ)κρουση.
Σε κάθε περίπτωση, μετά από μια τέτοια κρούση, το αυτοκίνητο –πρακτικά– ακινητοποιείται και η ορμή του μηδενίζεται.
Άρα, κατά την κρούση, η μεταβολή που συμβαίνει στην ορμή τού αυτοκινήτου είναι (0 – 20.000) kg·m/s = – 20.000 kg·m/s
Η μεταβολή τής ορμής τού αυτοκινήτου είναι ίδια (Δp = – 20.000 kg·m/s), όποιο κι αν είναι το σταθερό σώμα στο οποίο προσκρούει.

Αυτό που αλλάζει στις συγκρούσεις τού αυτοκινήτου με τα διαφορετικά σώματα είναι ο χρόνος Δt στον οποίο “σβήνει” η ορμή.
Στο πιο σκληρό σώμα (τοίχος) ο χρόνος αυτός είναι ελάχιστος, ενώ το πιο μαλακό κι ελαστικό σώμα (λάστιχο) “δίνει” στο αυτοκίνητο περισσότερο χρόνο να “σβήσει” την ορμή του, καθώς υποχωρεί λίγο κατά τη σύγκρουση.

Ας δούμε ξανά την εξίσωση $\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$: *Το Δp είναι ίδιο σε όλες τις συγκρούσεις που αναφέραμε.*

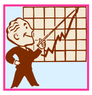
Όμως, ο χρόνος Δt, στον οποίο συμβαίνει η ίδια μεταβολή Δp στην ορμή, είναι διαφορετικός.
Συνεπώς, διαφορετική είναι και η δύναμη ΣF που απαιτείται σε κάθε περίπτωση. Συγκεκριμένα:
Όσο μικρότερος είναι ο χρόνος (=όσο πιο γρήγορα γίνεται το “σβήσιμο” τής ορμής), τόσο μεγαλύτερη είναι η απαιτούμενη δύναμη.
Άρα, το αυτοκίνητο δέχεται (πολύ) μεγαλύτερη δύναμη από τον τοίχο (σε σχέση με τα υπόλοιπα σταθερά σώματα που αναφέραμε) και αυτή είναι που το καταστρέφει. Στις συγκρούσεις με τα υπόλοιπα σταθερά σώματα οι ζημιές είναι μικρότερες και με τα λάστιχα είναι οι ελάχιστες.

Είναι κατανοητό, λοιπόν, γιατί οι ποδοσφαιριστές παίζουν σε γήπεδα με χλοοτάπητα και οι αθλητές που κάνουν άλματα (επί κοντώ, ύψους, μήκους και τριπλούν) πέφτουν σε στρώματα ή σε άμμο.

Και ένα τελευταίο σχόλιο, για εκείνο το μείον (–) που προέκυψε στη μεταβολή Δp τής ορμής τού αυτοκινήτου.

Επειδή ο αντίστοιχος χρόνος Δt έχει πάντα θετική τιμή, σημαίνει ότι $\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} < 0$.

Δηλαδή, η αλγεβρική τιμή τής συνισταμένης δύναμης προκύπτει αρνητική –λογικό, γιατί αφού μειώνεται η ταχύτητα τού αυτοκινήτου, σημαίνει ότι η συνισταμένη δύναμη δρα αντίθετα στην αρχική (θετική, όπως την υποθέσαμε) ταχύτητά του.



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Προτείνω να λυθούν οι παρακάτω ερωτήσεις / ασκήσεις τού σχολικού βιβλίου (από σελ. 61–68).

Σύστημα σωμάτων: Ερ. 3, 4

Κρούσεις

Η ορμή και η διατήρησή της: Ερ. 13, 19

Ορμή και δεύτερος νόμος τού Νεύτωνα: Ερ. 9, 17, 5, 7, 10, 18 – Ασκ. 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10

Επανάληψη: Ερ. 8, 11 – Ασκ. 11

Επίσης, προτείνω τις παρακάτω πρόσθετες ερωτήσεις / ασκήσεις για επανάληψη.

Πρόσθετες ερωτήσεις / ασκήσεις (εκτός σχολικού βιβλίου)

Π1. Από τη Γη ρίχνουμε κατακόρυφα προς τα πάνω ένα σώμα, μάζας $m = 2$ kg, με ταχύτητα $v_o = 15$ m/s.
Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής τής ορμής τού σώματος, κατά τη διάρκεια τής κίνησής του, μέχρι να επιστρέψει στη Γη. Επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10$ m/s^2.

[ΑΠ: $\Delta p/\Delta t = 20$ (kg · m/s) / s]

Π2. Ένα σώμα, μάζας 2 kg, κινείται με ταχύτητα 20 m/s σε λείο οριζόντιο επίπεδο, τη στιγμή που δέχεται μία σταθερή δύναμη 10 N, αντίθετη στην κατεύθυνση τής ταχύτητάς του. Αν η δράση τής δύναμης διαρκεί 6 s, τότε στο τέλος τού χρόνου αυτού να υπολογίσετε
α) το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα,
β) την ορμή του και
γ) τη μεταβολή τής ορμής του.

[ΑΠ: α) 50 m β) −20 kg·m/s γ) −60 kg·m/s]

Π3. Από την κάνη πυροβόλου όπλου, μήκους $d = 1$m, εξέρχεται ένα βλήμα μάζας $m = 100$ gr με ταχύτητα $v = 500$ m/s.
Να βρεθεί η μέση δύναμη που ασκούν τα αέρια μέσα στην κάνη.

[ΑΠ: $F = 12.500$ N]