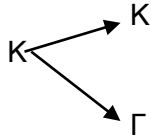


ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ-ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ

1) Πείραμα τύχης - Δειγματικός χώρος

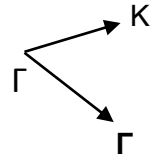
Πειράματα, τα οποία όσες φορές και αν τα επαναλάβουμε, δεν μπορούμε να προβλέψουμε το αποτέλεσμά τους με απόλυτη βεβαιότητα λέγονται **πειράματα τύχης**. Το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων ενός πειράματος συμβολίζεται με Ω και ονομάζεται **δειγματικός χώρος** του.

π.χ κατά τη ρίψη ενός νομίσματος δύο φορές τα δυνατά αποτελέσματα θα είναι :



$$\Omega = \{KK, K\Gamma, \Gamma K, \Gamma\Gamma\}$$

$$N(\Omega) = 4$$



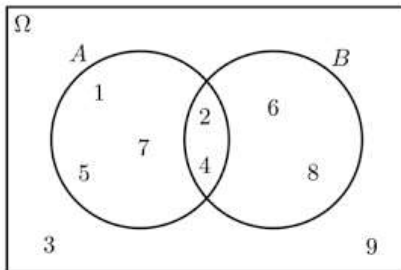
Το πλήθος των στοιχείων ενός δειγματικού χώρου Ω συμβολίζεται με $N(\Omega)$

Η Παραπάνω διαδικασία ονομάζεται **δενδρόγραμμα**

- 2) **Ενδεχόμενα:** Ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης ονομάζεται κάθε υποσύνολο του δειγματικού χώρου Ω . Στο προηγούμενο παράδειγμα τα σύνολα $A = \{KK, \Gamma\Gamma\}$, $B = \{KK, \Gamma K\}$ είναι ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω . Το ενδεχόμενο όμως A ή το B λέμε ότι **πραγματοποιείται (βέβαιο ενδεχόμενο)** (αφού τα στοιχεία $KK, K\Gamma, \Gamma K, \Gamma\Gamma$, είναι στοιχεία του Ω). Αν θεωρήσουμε το ενδεχόμενο $\Delta = \{KKK, \Gamma\Gamma\Gamma\}$ λέμε ότι είναι **αδύνατο** ενδεχόμενο (αφού η τριάδα $KKK, \Gamma\Gamma\Gamma$ δεν συμβαίνει κατά την εκτέλεση του πειράματος.)

3) Πράξεις με ενδεχόμενα:

Ένωση δύο ενδεχομένων A, B ονομάζεται το ενδεχόμενο $A \cup B$ που πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα A, B .



$$A = \{1, 2, 4, 5, 7\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$A \cap B = \{2, 4\}$$

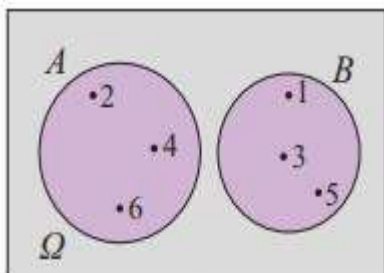
$$A' = \{6, 8, 3, 9\}, B' = \{1, 5, 7, 3, 9\}$$

- 4) **Τομή** δύο ενδεχομένων A, B ονομάζεται το ενδεχόμενο $A \cap B$ που πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιούνται ταυτόχρονα το A και το B .

- 5) **Συμπλήρωμα** ενός ενδεχομένου A ονομάζεται το ενδεχόμενο A' που πραγματοποιείται, όταν **δεν πραγματοποιείται το A** .

- 6) **Ασυμβίβαστα ενδεχόμενα:** Σ' ένα πείραμα τύχης δύο ενδεχόμενα A, B είναι δυνατόν να μην έχουν κανένα κοινό στοιχείο, δηλαδή να ισχύει

$$A \cap B = \emptyset.$$

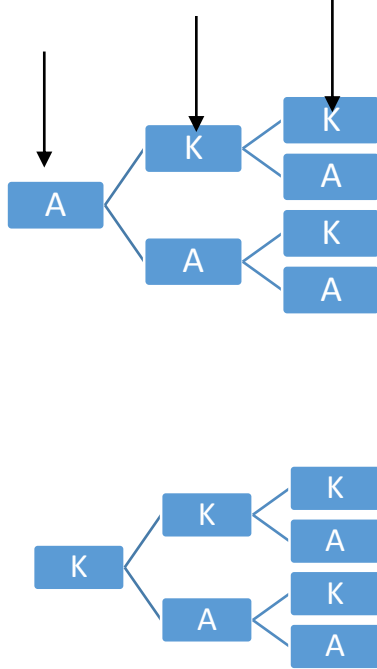


$$A \cap B = \emptyset$$

ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΙ ΧΩΡΟΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ

Μια λυμένη άσκηση

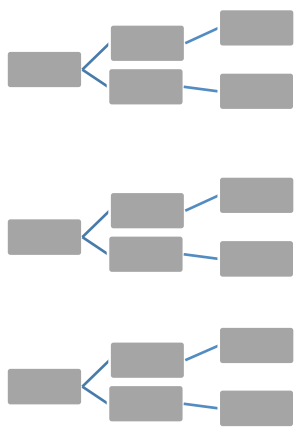
Μια οικογένεια έχει τρία παιδιά. Βρείτε το δειγματικό χώρο Ω. Παριστάνουμε με A το ενδεχόμενο “το δεύτερο παιδί να είναι κορίτσι” και με B το ενδεχόμενο “η οικογένεια να έχει μόνο ένα αγόρι”. Να βρεθούν :
 α) Ο δειγματικός χώρος του πειράματος β) Τα σύνολα $A, B, A \cup B, A \cap B, A', B', (A \cup B)', A \cap B', A' \cap B$



$\Omega = \{AKK, AKA, AAK, AAA, KKK, KKA, KAK, KAA\}$

$A = \{AKK, AKA, KKK, KKA\}$
 $B = \{AKK, KKA, KAK\}$
 $A \cup B = \{AKK, AKA, KKK, KKA, AAK, KKA, KAK\}$
 $A \cap B = \{AKK, KKA\}$
 $A' = \{AAK, AAA, KAK, KAA\}$
 $B' = \{AKA, AAK, AAA, KKK, KAA\}$
 $(A \cup B)' = \{AAA\}$
 $A \cap B' = \{AKA, KKK\}$
 $A' \cap B = \{KAK\}$

Άσκησης 1) Συμπλήρωσε το δεντροδιάγραμμα με το οποίο ένας μαθητής ήθελε να προσδιορίσει όλους τους τριψήφιους αριθμούς με ψηφία 3, 4, 5, που το καθένα χρησιμοποιείται μία μόνο φορά.



$\Omega = \{ \quad \quad \quad \}$

Ορίστε το ενδεχόμενο A «Το μεσαίο ψηφίο να είναι 4», B «Το τελευταίο ψηφίο να είναι 3 ή 5». Βρέστε τα ενδεχόμενα:

A =
 B =
 A' =
 B' =
 A ∪ B
 A ∩ B

2) Ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης είναι $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Να παραστήσετε τα ενδεχόμενα $A = \{x \in \Omega, \text{ όπου } x \text{ διαιρέτης του } 8\}$ και $B = \{x \in \Omega, \text{ όπου } x < 5\}$ και να προσδιορίσετε το ενδεχόμενο που πραγματοποιείται, όταν:

α) Πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα A, B. $(A \cup B) = \{ \quad \quad \quad \}$

β) Πραγματοποιούνται ταυτόχρονα το A και το B. $(A \cap B) = \{ \quad \quad \quad \}$

γ) Δεν πραγματοποιείται το B. $(B' = \{ \quad \quad \quad \})$

δ) Δεν πραγματοποιείται κανένα από τα δύο. $(A \cup B)' = \{ \quad \quad \quad \}$

3) Δίνεται το σύνολο $\Omega = \{-4, -3, -2, 0, +1, +2, +3\}$ και τα σύνολα $A = \{0, +1, +3\}$, $B = \{0, -4, 3\}$

• Να βρείτε: α) $A' = \{ \quad \quad \quad \}$, $B' = \{ \quad \quad \quad \}$

β) $A \cup B = \{ \quad \quad \quad \}$ $A \cap B = \{ \quad \quad \quad \}$

γ) $(A \cap B)' = \{ \quad \quad \quad \}$

• Να παραστήσετε τα σύνολα με το διάγραμμα του Venn

4) Ο δειγματικός χώρος Ω ενός πειράματος τύχης είναι: $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Αν A, B είναι δύο ενδεχόμενα του Ω με $A = \{\text{περιττός μικρότερος του } 9\}$ και $B = \{\text{πολλαπλάσιο του } 3\}$. Να προσδιορίσετε τα ενδεχόμενα

α) Ένα τουλάχιστον από τα A, B πραγματοποιείται.

β) Πραγματοποιούνται ταυτόχρονα το A και το B.

γ) Δεν πραγματοποιείται κανένα από τα A, B.

5) Ρίχνουμε ένα ζάρι δύο φορές.

α) Να βρείτε το δειγματικό χώρο του πειράματος.

β) Να βρείτε τα ενδεχόμενα:

1: Η ένδειξη της 1ης ρίψης να είναι μεγαλύτερη του 3.

2: Η ένδειξη της 2ης ρίψης να είναι μικρότερη του 4.

γ) Να βρείτε τα σύνολα: $A \cap B$, $A \cup B$.

6) Ερωτήσεις του τύπου σωστό (Σ) ή λάθος (Λ)

1. Το σύνολο $\{ \quad \quad \quad \}$ είναι το κενό

2. Ισχύει $\{0, 3, 2\} = \{3, 0, 2\}$

3. Ισχύει $7 = \{7\}$

4. Ισχύει $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 4, 5\}$

5. Αν $x \in A \cap B$ τότε $x \in A$

6. Αν $x \in A \cup B$ τότε $x \in A$

7. Ισχύει $A' \in A$

8. Ισχύει $A \cup B \subseteq B$

9. Ισχύει $A \cap B \subseteq B$

10. Αν $A \subseteq B$, τότε ισχύει $A \cap B = B$

11. Ρίχνουμε ένα ζάρι τότε ο δειγματικός χώρος είναι $\Omega = \{0, 1, 3, 2, 4, 6, 5\}$

12. Τα ενδεχόμενα $A = \{1, 5, 6\}$ και $B = \{3, 6\}$ είναι ασυμβίβαστα.

13. Αν A, B είναι δύο ενδεχόμενα του δειγματικού χώρου Ω τότε $A \cup B \subseteq \Omega$.

14. Ρίχνουμε ένα ζάρι και μετά ένα νόμισμα. Ο δειγματικός χώρος έχει 6 στοιχεία.

15. Κάθε στοιχείο του ενδεχομένου A είναι και στοιχείο του Ω .

16. Ο ίδιος ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης είναι και αυτός ενδεχόμενο.

17. Το κενό σύνολο είναι υποσύνολο του δειγματικού χώρου Ω .