

1) Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί κ, λ ώστε τα παρακάτω μονώνυμα να είναι όμοια και να βρεθεί το άθροισμά τους.

$$4\chi^{\lambda+1}y^{2\mu+5} \quad \text{και} \quad \chi^6y^{\mu+1}$$

2) Να βρεθεί ο πραγματικός αριθμός λ ώστε τα μονώνυμα

$$(2\lambda + 5)\chi^2y^2 \quad \text{και} \quad (\lambda + 1)\chi^2y^2 \quad \text{είναι} \quad \alpha) \text{ ίσα} \quad \beta) \text{ αντίθετα}$$

3) Να βρεθούν οι αριθμητικές τιμές των παραστάσεων

$$\Gamma = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3, \quad \text{για} \quad \alpha = +3 \quad \text{και} \quad \beta = -5$$

4) Να γίνουν οι πράξεις:

$$\alpha) (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2} + 6\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{2} + 5\sqrt{3})(2\sqrt{2} - 5\sqrt{3})$$

$$\beta) (\chi^3 + 2\psi^2)^2 - (\psi^2 + 2\chi^3)^2 + (\chi^3 + \psi^2)(\chi^3 - \psi^2)$$

5) Αν $\chi = \sqrt{2} - 2$ και $\psi = \sqrt{2} + 2$

$$\text{να βρεθεί η τιμή της παράστασης:} \quad A = \chi^2 - 5\chi\psi + \psi^2$$

6) Αν $\chi = \alpha - 2\beta$ και $\psi = 2\alpha - \beta$ να δείξετε ότι: $(\chi - \psi)^2 = (\alpha + \beta)^2$

7) Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{\chi^3 - 4\chi^2 - \chi + 4}{\chi^2 - 5\chi + 4}$$

$$\beta) \frac{\chi^2 + 5\chi + 4}{\chi^2 + 3\chi + 2}$$

8) Να γίνουν γινόμενο οι παραστάσεις:

$$\alpha) \alpha^3 + 5\alpha^2 - 4\alpha - 20 \quad \beta) \chi^3 - 3\chi^2 - 3 + \chi \quad \gamma) 16\chi^2 + 40\chi\psi + 25\psi^2 \quad \delta) \chi^4 + 4\chi^2 + 4$$

9) Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha) 3\chi^2 - 5\chi + 6 = 2\chi^2 - 3 \quad \beta) (2\chi + 1)^2 = 3\chi^2 - \chi - 3 \quad \gamma) (\chi + 3)^2 - 3\chi - 9 = 3\chi^2 - 27$$

10) Για ποιες τιμές του χ δεν ορίζονται οι παραστάσεις:

$$\alpha) \frac{\chi^2}{\chi^2 + 5\chi} \quad \beta) \frac{7\chi + 5}{\chi^2 + \chi - 2} \quad \gamma) \frac{\chi^2 + 1}{3\chi - 6}$$

11) Να γίνουν οι πράξεις:

$$\alpha) \frac{5}{\chi - 2} + \frac{6}{3 - \chi} + \frac{5}{\chi^2 - 5\chi + 6} \quad \beta) \left(\frac{\chi}{\chi - \psi} + \frac{\chi}{\chi + \psi} \right) \div \left(\frac{\psi}{\chi - \psi} + \frac{\psi^2}{(\chi - \psi)^2} \right)$$

12) Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{2\chi - 2}{\chi - 2} - \frac{\chi}{3 - \chi} = \frac{3}{\chi^2 - 5\chi + 6} + 4 \quad \beta) \frac{3\chi - 1}{\chi - 1} - \frac{2}{\chi} = \frac{2\chi^2 + \chi - 1}{\chi^2 - \chi}$$

13) Να λυθούν τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} 3\chi + 7\psi = 1 \\ 2\chi + 3\psi = 4 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} \frac{2\chi - 1}{5} - \frac{\psi - 4}{2} = \frac{8}{5} \\ \frac{\chi + 3}{3} + \frac{2\psi - 2}{4} = \frac{35}{6} \end{cases}$$

14) Να λυθούν τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - 4y = 3 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} 2x - y = 4 \\ -x + \frac{1}{2}y = -2 \end{cases}$$

15) Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 - (\kappa + \lambda)x - 5 + \kappa = 0$.

Να βρεθούν οι αριθμοί κ, λ αν γνωρίζουμε ότι η εξίσωση έχει ρίζες τους αριθμούς $x = 1$ και $x = -2$.

16) Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = x^2 - 2x + 2$ και $\psi = \alpha x + 5$.

α) Να βρεθεί το σημείο $K(x, \psi)$ της κορυφής της παραβολής.

β) Να βρεθεί ο άξονας συμμετρίας της παραβολής και η μέγιστη ή η ελάχιστη τιμή της

γ) Να βρεθεί το α της ευθείας $\psi = \alpha x + 5$, αν γνωρίζουμε ότι η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $K(x, \psi)$

δ) Για τη τιμή του α που βρήκατε να σχεδιάσετε την ευθεία $\psi = \alpha x + 5$ και τη παραβολή $f(x) = x^2 - 2x + 2$ και να βρείτε τα κοινά τους σημεία.

17) Κατασκευάστε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$)

Να συγκρίνετε: τα ύψη του BZ και ΓE .

18) Να αποδείξετε ότι: το μέσο της βάσης ενός ισοσκελούς τριγώνου ισαπέχει από τις ίσες πλευρές του.

19) Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$.

Αν Δ, E , και Z είναι τα μέσα των πλευρών του, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΔEZ είναι ισόπλευρο.

20) Στο διπλανό σχήμα είναι $\Delta E // B\Gamma$ και $AB = 12\text{cm}$, $AE = 5\text{cm}$ και $E\Gamma = 10\text{cm}$.

Να βρεθούν τα μήκη των τμημάτων $A\Delta$ και ΔB καθώς και $\frac{(A\Delta E)}{(AB\Gamma)}$

21) Στο διπλανό σχήμα είναι $\Delta E // B\Gamma$.

Δίνονται: $A\Delta = x$

$\Delta B = 2$

$AE = 3$

$E\Gamma = x + 1$

α) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $A\Delta, E\Gamma$.

β) Ποιο είναι το μήκος του τμήματος $B\Gamma$ αν η $\Delta E = 4$;

22) Αν $90^\circ < \omega < 180^\circ$ και $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$ να βρεθεί η τιμή της παράστασης

$$A = \frac{10\eta\mu\omega - 15\sigma\upsilon\nu\omega}{34\epsilon\phi\omega}$$

23) Να αποδείξετε ότι:

$$(5\eta\mu\alpha - \sigma\upsilon\nu\alpha)^2 + (\eta\mu\alpha + 5\sigma\upsilon\nu\alpha)^2 = 26$$

24) Να υπολογίσεις την παράσταση $\eta\mu^2 14^\circ + \eta\mu^2 114^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 166^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 66^\circ$

25) Αν $x = 3\eta\mu\omega$ και $\psi = 4\sigma\upsilon\nu\omega$, να δείξετε ότι $\frac{x^2}{9} + \frac{\psi^2}{16} = 1$

26) Να αποδείξετε ότι $\frac{\eta\mu\omega}{1 + \sigma\upsilon\nu\omega} + \frac{1 + \sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega} = \frac{2}{\eta\mu\omega}$

